ESTIRAMIENTO DE UN ELÁSTICO

_Autores: Mauriello Matías, Pérez Braian

_Lugar de pertenencia académica: Curso de Física Experimental 1 de la Facultad de Ciencias Exactas UNLP

colo_7898@hotmail.com

braian18cabj@gmail.com

- **Resumen:**

  En el presente trabajo se estudia la relación funcional que existe entre el estiramiento ``X´´ que experimenta un elástico y la masa ``M´´ colgada en su extremo inferior. Para su determinación se realiza un ajuste de datos experimentales el cual se separa en dos ajustes lineales obteniendo mediante la aplicación del método de los mínimos cuadrados
  $X= (0{,}005\pm0{,}001)cm/g.M$ para valores de M entre 0g y 60g y
  $X= (0{,}084\pm0{,}005)cm/g.M + (-5{,}773\pm1{,}269)$ para valores de M entre 60g y 340g. Además para este ultimo rango de valores se propuso alternativamente un modelo potencial de la forma $X= A.M^2$ obteniendo $X= (2{,}2\pm0{,}1)x10^{-4}cm/g^2.M^2$ y se discute sobre la conveniencia de un modelo u otro para este último rango de valores. Se utilizan estos modelos para predecir algunos valores para el estiramiento que sufre el elástico y se realiza una comparación con un modelo conocido como ley de Hooke, el cual esta referido al estiramiento de un resorte. El método de los mínimos cuadrados para el caso lineal se expone en la sección apéndice.

- **Introducción:**

  Algunos sistemas de estudio involucran una relación entre las variables medidas en dicho sistema, como por ejemplo un sistema masa-elástico en equilibrio. Los materiales elásticos son de gran importancia, ya que muchos de ellos son utilizados para fabricar diversos productos de uso cotidiano desde ropa, elementos de higiene como bolsas de nylon, etc., lo cual pone de manifiesto la importancia del conocimiento del comportamiento de un medio elástico. El objetivo de este experimento es proponer un modelo que exprese la relación existente entre el estiramiento que experimenta un elástico y la masa de un objeto colgado en su extremo inferior .

- **Método experimental:**

Fig.1

Fig. 2

El diseño experimental es un elástico de lencería para diseño de ropa y una lata colgada en su extremo inferior, la cual se va cargando gradualmente con agua. Las figuras 1 y 2 muestran dicho diseño y los instrumentos utilizados. Para medir el estiramiento que experimenta el elástico se realizaron marcas en una posición cercana a cada uno de sus extremos y con una regla graduada en milímetros se mide la distancia inicial entre ambas marcas cuando aún no se le ha agregado agua a la lata. Luego al ir agregando diferentes masas de agua a la lata se mide nuevamente la distancia entre las marcas, y el estiramiento experimentado por el elástico al colgar una cierta masa de agua de su extremo inferior será la diferencia entre la nueva distancia medida y la distancia inicial. Para determinar la masa de agua que se agrega a la lata se mide el volumen de agua que se va a introducir con una jeringa que posee una apreciación nominal de 0,2ml y conociendo la densidad del agua $\rho = 1g/cm^3$ y la relación $m = \rho.V$ se determina la masa correspondiente a cada volumen.

- **Resultados:**

_Variables:

M: ``masa de agua´´

X: ``estiramiento del resorte´´

_Incertezas de las variables:

$\Delta M = 0,2g$

$\Delta Xins = 0,05cm$

$\Delta Xabs = (\Delta Xins^2 + \Delta Xest^2)^{1/2} = 1,90cm$

donde $\Delta Xins$ es la incerteza nominal de la variable ``X´´dada por la apreciación instrumental y $\Delta Xabs$ es la incerteza absoluta de la variable ``X´´, dada por $\Delta Xabs = (\Delta Xins^2 + \Delta Xest^2)^{1/2}$.

$\Delta Xest$ es la incerteza debida a fluctuaciones estadísticas

---

_Datos relevantes:

$\Delta Vins = 0,2cm^3$

$\rho = 1g/cm^3$

donde ΔVins es la apreciación de la jeringa y ρ es el valor conocido para la densidad del agua

En la figura 3 se muestra el gráfico de la masa versus el estiramiento

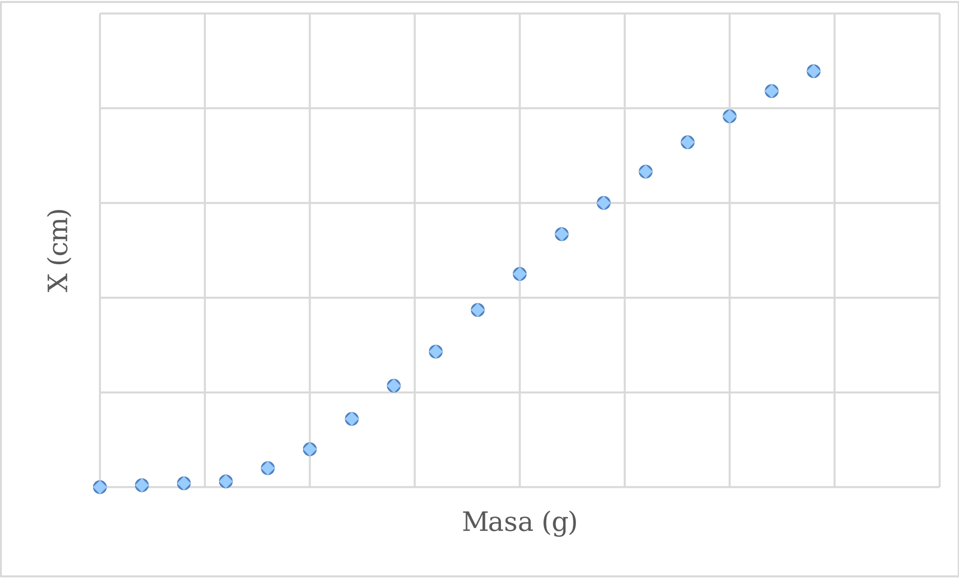

Fig. 3 : gráfico de M vs X

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos para cada modelo funcional

Rango de valores de M	Entre 0g y 60g	Entre 60g y 340g
Modelo funcional propuesto	X= a.M	X= a.M + b
		X= a.M^2
Función obtenida	X= (0,005±0,001)cm/g.M	X= (0,084±0,005)cm/g.M + (-5,773±1,269)cm
		X= (2,2±0,1)x10^{-4}cm/g^2.M^2
Valor de R^2	1	0,99
		0,94

En las figuras 4 y 5 se muestra la grafica de las funciones obtenidas para cada rango de valores considerado

Fig. 4: lineal-lineal

Fig. 5: lineal-potencial

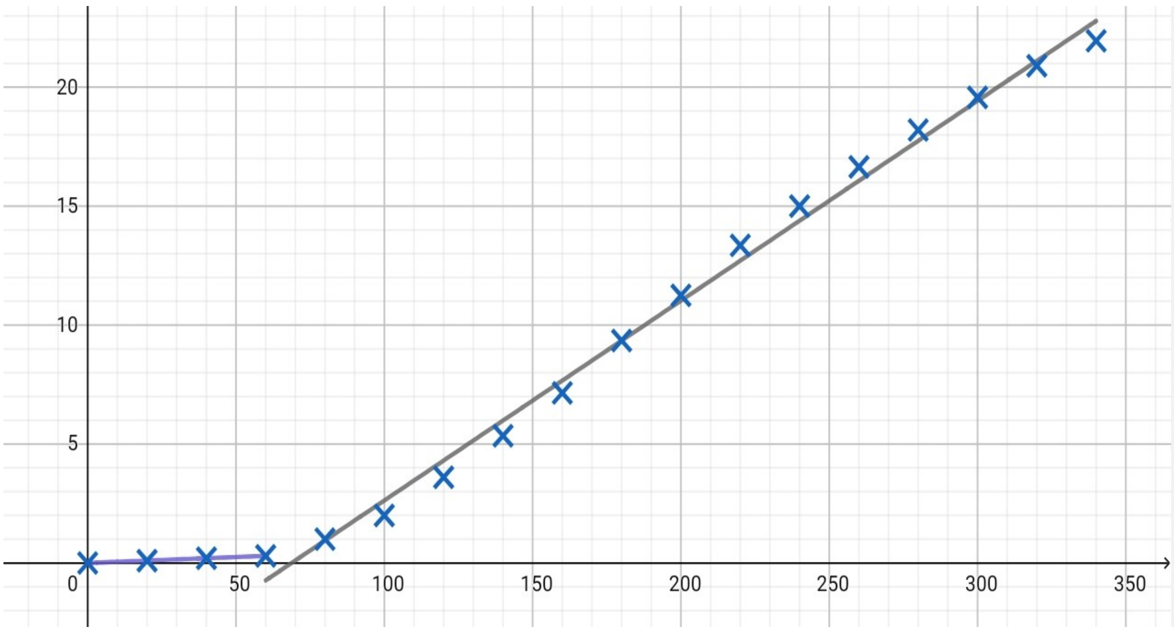

Fig. 4

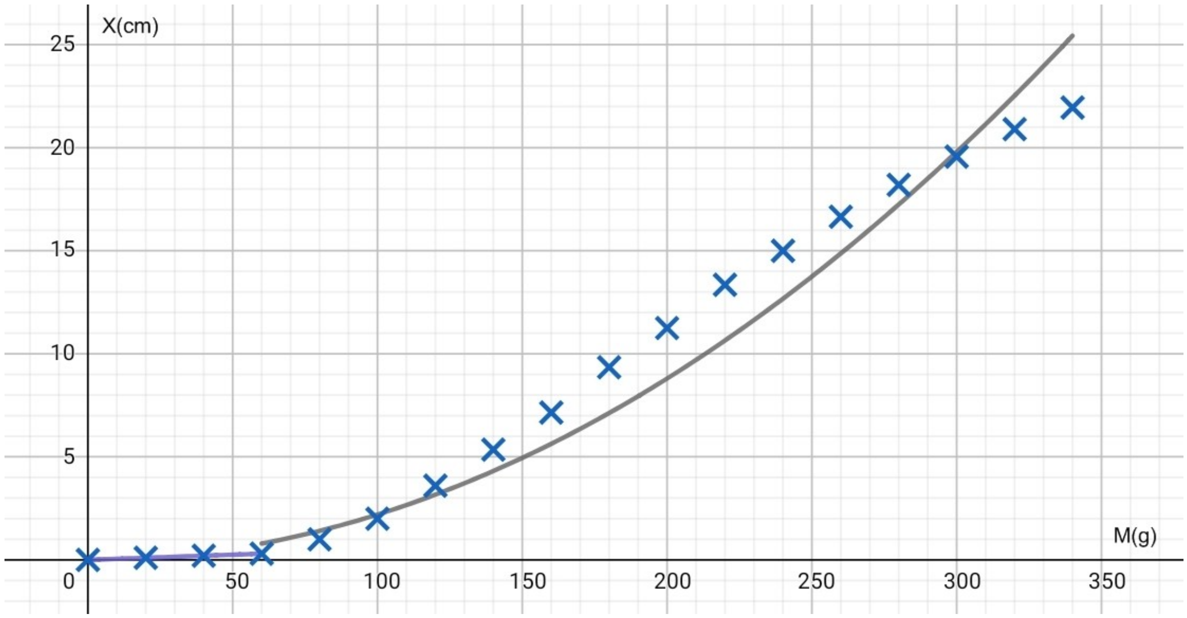

Fig. 5

- **Discusión:**

Si bien podría proponerse una recta para ajustar X en función de M para todo el rango de valores experimentado, los valores experimentales no se ajustarían con la precisión esperada a una función lineal, como es en el caso del estiramiento de un resorte en función de la masa suspendida en su extremo el cual se modela mediante la ley de Hooke, ya que en el gráfico de M vs X (fig. 3) y en la tabla de datos experimentales se puede ver que para el rango de 0g a 60g el estiramiento crece en forma lineal con la masa, pero para valores de ``M´´ mayores a 60g el valor del estiramiento ``X´´ crece con más fuerza a medida que se incrementa el valor de la masa suspendida en su extremo inferior, por lo tanto el estiramiento que experimenta el elástico no se incrementa linealmente en todo el rango de valores estudiado. Por lo tanto no podemos de hablar de una constante de elasticidad para el elástico en todo el rango de valores experimentado, pero podemos calcular una constante para cada intervalo de valores y por tal motivo podemos decir que el modelo obtenido para cada

rango de valores de ``M´´ se asemeja a ley de Hooke. La ley de Hooke propone F= k.X, donde k es la constante del medio elástico (considerando positivo el desplazamiento vertical hacia abajo), en nuestro caso F= M.g, luego M.g= k.X y X= (g/k).M.
Luego podemos escribir g/k= a y finalmente **k= g/a**, donde ``a´´ es la pendiente de la recta propuesta, es decir ``k´´ es función de ``a´´.
Propagando incertezas **$\Delta K = (g/a^2).\Delta a$**.
Para valores de M entre 0g y 60g se obtuvo X= (0,005±0,001)cm/g.M
Obteniendo entonces:
<k>= 196N/m
Δk= 4N/m
K=(196±4)N/m

Y para valores de M entre 60g y 340g considerando la pendiente de la recta se obtiene:

<k>= 12N/m

Δk= 1

k= (12±1)N/m

Se observa que el valor de k obtenido para valores de M entre 60g y 340g es menor que el obtenido en el otro rango de valores, lo cual esta de acuerdo en que la elongación crece con más fuerza entre 60g y 340g.
Podemos utilizar los modelos obtenidos para predecir algunos valores de M;
Si M=40g, utilizando el modelo correspondiente a M entre 0g y 60g;
<X>= 0,005cm/g.40g= 0,2cm
ΔX= 0,1
X= (0,2±0,1)cm
Este resultado coincide con el valor experimental obtenido.

Si M= 220g, utilizando el modelo lineal correspondiente a M entre 60g y 340g;
<M>=0,084cm/g.220g – 5,773cm= 13cm
ΔX= 2cm
X= (13±2)cm

Utilizando el modelo potencial se obtiene:
$<X>= 2,2x10^{-4}cm/g^2.(220g)^2= 10cm$
$\Delta X= 2cm$
X=(10±2)cm

El resultado obtenido para M=220g utilando el modelo lineal es mas cercano al valor experimental que el obtenido mediante el modelo potencial, por lo tanto para valores de M entre 60g y 340g puede ser mas apropiado el modelo lineal que el potencial para predecir valores. Además tal conveniencia se puede ver observando que el valor de R^2 obtenido en la tabla para el modelo lineal es más cercano a 1 que el valor de R^2 obtenido para el modelo potencial u observando los gráficos correspondientes a las figuras 4 y 5 donde se puede apreciar que el modelo lineal propuesto para valores de M entre 60g y 340g se ajusta mejor a los datos experimentales que el modelo potencial propuesto correspondiente a dicho rango de valores.
Con respecto al procedimiento experimental seguido, entre las desventajas del método puede destacarse las incertezas asociadas al método debidas a los instrumentos utilizados como una regla, lo cual requiere colocarla varias veces para determinar una sola vez el estiramiento del elástico, asi como la capacidad de la jeringa utilizada lo cual implica cargarla varias veces con agua a fin de introducir la cantidad deseada en la lata. Además ha de destacarse la necesidad de propagar incertezas para determinar la masa de agua ya que no se dispone de una balanza por ejemplo para medir directamente ésta magnitud.

- **Conclusiones:**

Este trabajo da cuenta de las limitaciones que presenta un modelo al aplicarlo en diferentes sistemas físicos (masa-resorte, masa-elástico) y la importancia de estudiar experimentalmente dichos sistemas para poner a prueba un modelo ya conocido y como se adapta ese modelo al sistema con el que se experimenta.
Además de la importancia de la utilización de tablas y gráficos en los cuales apoyar el resultado obtenido, y el método de medición a seguir y los instrumentos utilizados, ya que influye en el resultado obtenido.

- **Apéndice:**

A) Sea una función y=f(x), se define la función Chi Cuadrado como:

$\chi^2 = \sum (y_i - f(x_i))^2$

Si se propone y=ax+b; $X^2 = \sum (y_i - a x_i - b)^2$

Para minimizar χ^2 se forma el siguiente sistema de ecuaciones:

$\partial \chi^2 / \partial a = 0$ y $\partial \chi^2 / \partial b = 0$

$a \sum x_i^2 + b \sum x_i = \sum x_i y_i$ y $a \sum x_i + bn = \sum y_i$

B) Incertezas para **a** y **b:**

$\sigma a = \Delta y(-n/D)^{1/2}$
$\sigma b = \Delta y(-\sum x_i^2/D)^{1/2}$

donde $D = (\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2$

- **Referencias:**

https://www.fisicalab.com/apartado/ley-hooke