Práctica 7: Difusión y Termodinámica Irreversible
Física Estadística para Física Médica

1. Considerar moléculas de oxígeno que difunden por un capilar de área A en condiciones estacionarias.
a) Hallar el flujo neto de partículas en función de la densidad de corriente J_x de partículas.
b) Si a medida que el oxígeno se trasporta a través del capilar es absorbido por las células en las paredes del capilar a un ritmo $Q(x)$ en unidades de partículas por unidad de tiempo y volumen. Escribir la ecuación de continuidad y analizar las unidades de las magnitudes involucradas e indicar el significado del signo de $Q(x)$.
c) Hallar la densidad de corriente J_x considerando que $Q(x) = \begin{cases} -Q & -R < x < R \\ 0 & x < -R,\ R < x \end{cases}$ es nula.

2. Considerar la difusión de desechos desde la célula al medio. Para modelarla consideremos que la célula es aproximadamente esférica de radio R:
a) Encontrar la solución estacionaria de la ecuación de continuidad para el caso de simetría esférica.
b) Utilizando la primera ley de Fick con constante de difusión D, encontrar la dependencia de la corriente de desechos en función de la concentración en dos puntos.
c) Si se conoce la concentración en su superficie $n(R) = n_0$ de desechos, hallar la corriente de desechos y su concentración, considerar que muy alejados la concentración es nula.
d) En base al inciso c, hallar la densidad de corriente radial de partículas. Si la célula produce desechos a un ritmo Q por unidad de volumen, hallar la relación entre Q y D.
e) Si consideramos la difusión de nutrientes desde una concentración n_0 muy alejados y nula en la superficie de la célula. Hallar la densidad de corriente radial de partículas.

3. Considerar los resultados obtenidos en los problemas anteriores para los casos unidimensional y tridimensional con simetría esférica, y la solución para el caso de una corriente desde la superficie de un poro hacia un plano, $i = 4DR_p\left(n_{pl} - n_p\right)$, donde R_p es el radio del poro, n_p la densidad de partículas en la superficie del poro y n_{pl} en el plano. En el caso de difusión desde el plano hacia un poro $i = 4DR_p\left(n_p - n_{pl}\right)$. Demostrar que la corriente desechos a través de un poro se puede escribir con una corriente unidimensional con factores de corrección que tiene en cuenta el espesor de la membrana y el medio circundante.

4. Para realizar estudios diagnósticos de pulmón se utilizan partículas radioactivas los suficientemente pequeñas para que puedan penetrar hasta los alveolos. Para esto se utilizan isótopos de ^{99}Tc y radios de 60nm.
a) Estimar el camino libre medio de estas partículas en el aire l.
b) Si $l \ll 60nm$, y por lo tanto se puede aplicar la ley de Stokes, obtener la constante de difusión de las partículas considerando la viscosidad del aire a temperatura corporal es de $\eta = 1{,}8x\ 10^{-5} Pa\ s$.

5. En tres dimensiones la distancia de difusión o dispersión cuadrática media a tiempo t es $\sigma = \sqrt{6Dt}$. Considerar la difusión de oxígeno desde el aire hacia la sangre en los pulmones. Los sacos de aire terminales de los pulmones, los alveolos, tienen un radio de $100\mu m$. El radio de un capilar es de alrededor de $4\mu m$. Asumir que la constante de difusión del oxígeno es $D = 2x10^{-5} m^2/s$ en aire y $D = 2x10^{-9} m^2/s$ en agua.
a) Estimar el tiempo necesario para que una molécula de oxígeno difunda desde el centro al borde de un alveolo, y el tiempo para que difunda desde el centro al borde de un capilar ¿Cuál es mayor?
b) La longitud promedio de un capilar es de 1 mm y la velocidad promedio de la sangre en ellos es de 1mm/s. Estimar el tiempo que pasa la sangre en un capilar ¿Es suficiente para que ocurra la difusión del oxígeno?
c) Estimar el tiempo necesario para que el oxígeno difunda desde la nariz hasta los pulmones usando la constante de difusión en aire y considerando la distancia nariz-pulmones del orden de los 20cm ¿Por qué hace falta respirar?

6. En la unión entre un nervio y un músculo, la señal proveniente del nervio es transmitida al músculo a través de una juntura química o sinapsis. Para activar el músculo, moléculas de acetilcolina (AC) deben difundir desde el extremo de la célula nerviosa a través de una distancia intercelular de unos 20 nm hasta la célula muscular. Asumiendo difusión unidimensional, estimar el retraso de la señal causado por el tiempo necesario para que el AC difunda. Si el retraso de la señal en la unión del nervio y el músculo es de aproximadamente 0,5 ms, y la constante de difusión de la AC $D = 5x10^{-10}\frac{m^2}{s}$, ¿puede ser la difusión la causa de retardo?

7. Consideremos el flujo de partículas a través pequeños orificios entre dos regiones a distinta temperatura y densidad de partículas, tal que se $\Delta T \ll T_1$ y $N_1 - N_2 \ll N_1\ y\ N_2$. El sistema total es cerrado.

a) ¿Dónde se produce la entropía? ¿el caso es discreto o continuo? ¿se puede considerar un régimen lineal?

b) Escribir la producción de entropía en función de las fuerzas generalizadas y corrientes de calor y partículas.

c) Usando Gibbs-Duhem y definiendo $I_T = I_u - hI_n$ mostrar que las fuerzas pueden desacoplarse llegando a $P = I_T\Delta\left(\frac{1}{T}\right) - \frac{v}{T}I_n\Delta(p)$.

d) Mostrar que el flujo de calor se opone al de partículas para mantener las condiciones isotérmicas es decir que $\left.\frac{I_T}{I_n}\right|_{\Delta T=0} = -\frac{RT}{2}$. Ayuda, usar el resultado $\frac{L_{un}}{L_{nn}} = 2RT$ obtenido para condiciones $\Delta\left(\frac{1}{T}\right) = cte.$

8. Considerar la difusión en condiciones isotérmicas en régimen lineal de un soluto en un solvente.

a) Mostrar que el problema puede reducirse a la difusión de un único componente (el soluto) donde la producción de entropía puede escribirse: $\sigma = -\frac{1}{T}\left(1 + \frac{v_1 n_1}{v_2 n_2}\right)\boldsymbol{J_{n1}} \cdot \nabla(\mu_1)$

b) Considerando una solución diluida de modo de utilizar el potencial químico de un gas ideal mostrar que la relación entre el coeficiente de difusión del soluto y el coeficiente fenomenológico de Onsager está dado por $L_{11} = \frac{D_1 n_1}{N_a k_B}$.