Práctica 4: Ensamble Microcanónico

Física Estadística para Física Médica

1. Una partícula de masa m puede moverse en una sola dimensión entre x=-L y L. Si su energía esta comprendida entre E y $E + \delta E$.

a) Si la partícula es considerada clásica, dibuje su espacio de fases indicando las regiones que son accesibles para la partícula.

b) Si la partícula es considerada cuántica caracterice sus estados accesibles.

c) Considere un sistema de N partículas no interactuantes restringidas a un movimiento unidimensional entre x=-L y L, determine el número de estados y la entropía del sistema si estas son consideradas clásicas e indistinguibles. Verificar que es extensiva.

d) Verifique que se arriba al mismo resultado si las partículas son tratadas semiclásicamente.

2. Considere un oscilador armónico unidimensional de constante elástica K, masa m *y energía entre* E *y* $E + \delta E$.

a) Dibuje su espacio de fases.

b) Considere un sistema de N de estos osciladores, halle la entropía y verifique que cumple ser extensiva.

c) Calcular la energía media por oscilador en función de T. Comparar el resultado con la predicción del teorema de equipartición de la energía, que establece que en equilibrio térmico, cada grado de libertad que aparece cuadráticamente en el hamiltoniano tiene una energía promedio de $\frac{1}{2} k_B T$.

d) Calcular la presión e interpretar el resultado y el calor especifico.

3. Hallar la entropía de un gas ideal monoatómico ¿es necesario considerar el factor de corrección de Gibbs?

4. N=6 moléculas de un gas ideal monoatómico se encuentran en un cilindro rígido, impermeable y adiabático. El cilindro posee una pared permeable que lo divide en dos compartimentos iguales, A y B permitiendo que las moléculas se muevan recorriendo todo el volumen. Un macroestado del sistema corresponde a un número dado de moléculas en cada compartimento (por ejemplo: $N_A = 4$; $N_B = 2$).

a) Listar el número de macroestados posibles del sistema.

b) Si las moléculas se consideran distinguibles ¿Cuántos microestados hay asociados a cada uno de esos macroestados? ¿Cuál es el macroestado que tiene más microestados asociados?

c) Calcular la probabilidad de ocurrencia de los distintos macroestados si todos los microestados tienen igual probabilidad de ocurrir.

d) Hallar una expresión general para b) en el caso de N arbitrario.

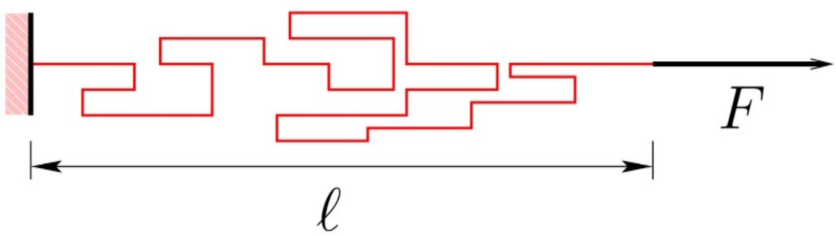
5. Un sistema simple aislado tiene solamente dos niveles de energía (E_0 y $E_1 = E_0 + \Delta E$, con $\Delta E > 0$) para cada una de las N entidades que componen el sistema. El sistema podría ser una colección de células cuyas membranas tienen compuertas con dos estados posibles: compuerta abierta o cerrada. Suponiendo que hay N_0 entidades en el estado fundamental y N_1 en el excitado ($N = N_0 + N_1$).

a) Determine el número de estados accesibles y la entropía del sistema.

b) Encuentre la temperatura, ¿existe algún valor de E para el cual la temperatura es negativa?

c) Despeje la energía como función de T y calcule el calor específico del sistema.
Nota: El pico en el calor específico es conocido como anomalía de Shottky; cuando es observada en datos empíricos se toma como indicación de que existen en el sistema un par de estados de muy baja energía bien separados del resto del espectro.

6. Es sabido que ciertos polímeros se contraen al ser calentados, siendo un efecto puramente entrópico. Considere que el polímero es una cadena de N monómeros cada uno de longitud a. La máxima elongación posible de la cadena es $L = Na$.



a) Suponiendo un polímero unidimensional, encuentre el número de microestados con longitud total l= na.
Ayuda: Llame n_+ al número de segmentos que apuntan de izquierda a derecha y n_- al de los que apuntan de derecha a izquierda ($N = n_+ + n_-$ y $n = n_+ - n_-$).

b) Calcule la entropía en función de l.

c) Encontrar la fuerza necesaria para estirar el polímero como función de su longitud l y la temperatura T, asumiendo que el costo energético es nulo. Encuentre la aproximación válida para $l \ll L$.
Ayuda: Recuerde la primera ley de la termodinámica ¿cuánto valen dE y $đW$?