

# FISICA CUANTICA - FISICA MEDICA

## PRACTICA 1

### Radiación de Cuerpo Negro. Efecto Fotoeléctrico.

1. La Ley de radiación de Planck para la densidad espectral de energía, en función de la frecuencia  $\nu$ , en el espectro de radiación del cuerpo negro está dada por:

$$\rho_T(\nu) d\nu = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} \bar{E}(\nu) d\nu, \quad \text{con} \quad \bar{E}(\nu) = \frac{h \nu}{[e^{h\nu/kT} - 1]} \quad (1)$$

donde  $k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$  es la constante de Boltzmann y  $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ Js}$  es la constante de Planck.

- a) Hallar  $\bar{E}(\nu)$ , evaluando:  $\sum_{n=0}^{\infty} E_n P(E_n)$ , con  $P(E_n) = \frac{e^{-E_n/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-E_n/kT}}$   
En el postulado de Planck la energía es una variable discreta con valores  $E_n = n h\nu$ .  
(Recordar que:  $\frac{1}{1-X} = \sum_{n=0}^{\infty} X^n$ ;  $\frac{1}{(1-X)^2} = \sum_{n=1}^{\infty} nX^{n-1}$ , para  $|X| < 1$ ).
- b) Escribir la forma asintótica de (1) para el caso de frecuencias muy bajas. La relación obtenida se conoce como ley de Rayleigh - Jeans.
- c) Demostrar que la radiancia total  $R_T$ , o intensidad total  $I$ , ( $W.m^{-2}$ ) es proporcional a  $T^4$  (Ley de Stefan) y hallar el valor numérico de la constante de proporcionalidad  $\sigma$ . Esta ley puede ser obtenida de la relación  $R_T(\nu)d\nu = (c/4)\rho_T(\nu)d\nu$  entre la radiancia espectral  $R_T$  por unidad de frecuencia y la densidad espectral de energía dada por (1), integrando sobre el rango completo de frecuencias.  
(Indicación: Emplear  $\int_0^{\infty} [q^3/(e^q - 1)] dq = \pi^4/15$ ).
- d) Expresando la densidad espectral de energía (1) en función de  $\lambda$ , derivar la ley de desplazamiento de Wien:  $\lambda_m T = c_w$  ( $c_w = 2,898 \times 10^{-3} \text{ m K}$ ), donde  $\lambda_m$  corresponde al valor de  $\lambda$  para el cual la densidad de energía monocromática  $\rho_T(\lambda)$ , a una temperatura  $T$ , toma su valor máximo.  
Indicación: haciendo  $x = \frac{hc}{\lambda kT}$  mostrar que la ecuación resultante es:  $e^{-x} + x/5 = 1$ , donde el valor de  $x$  que satisface la ecuación es:  $x = 4,965$ .
2. a) La piel humana se comporta como un absorbente casi perfecto (cuerpo negro) en el infrarrojo, con una emisividad igual a 0,97. Si la temperatura de la piel de una persona es de  $28^\circ\text{C}$ , empleando la ley de Wien:  $\lambda_{max} T = c_w$ , hallar la  $\lambda_{max}$  correspondiente. ¿En qué parte del espectro electromagnético cae esta longitud de onda?
- b) Si la persona se encuentra en una habitación cuya temperatura es de  $22^\circ\text{C}$ , empleando la ley de Stefan, hallar la potencia neta radiada por i)  $1 \text{ cm}^2$  de su piel; ii) por el área de todo el cuerpo si es de  $1,9 \text{ m}^2$ .
3. La mayor sensibilidad del ojo humano se registra para luz cuya longitud de onda  $\lambda=560 \text{ nm}$ .
- a) Hallar la temperatura a la cual un cuerpo negro radiará con mayor intensidad a esta longitud de onda. Comparar con la temperatura de la superficie del Sol, suponiendo que este se comporta como un cuerpo negro.
- b) Bajo condiciones normales el ojo humano registra una sensación visual cuando se absorben como mínimo 100 fotones en un área de la pupila de  $2,5 \times 10^{-9} \text{ m}^2$  durante 0,2 segundos. ¿Cuál es el nivel mínimo de intensidad de la luz para esa longitud de onda?
4. a) Calcular la energía y frecuencia de los fotones correspondientes a las siguientes longitudes de onda en el vacío:  $\lambda= 1 \text{ km}$  (ondas de radio);  $\lambda=1 \text{ cm}$  (microondas);  $\lambda=555 \text{ nm}$  ( $1 \text{ nm} = 1 \times 10^{-9} \text{ m}$ ). (visible);  $\lambda= 0,5 \text{ nm}$  (rayos X);  $\lambda=500 \times 10^{-15} \text{ m}=500 \text{ F}$  (Fermi) (rayos  $\gamma$ ).
- b) ¿Cuántos fotones por segundo y por  $\text{cm}^2$  llegan a una superficie irradiada con una intensidad de  $1 \text{ watt/cm}^2$  para una longitud de onda  $\lambda=600 \text{ nm}$ ?

5. Los movimientos vibratorios de los átomos de una molécula diatómica son semejantes a los osciladores de Planck. Si se supone que los dos átomos están unidos mediante un resorte de constante  $k$ , la energía vibratoria de la molécula es  $E = nh\nu = n\hbar\omega$ , donde  $\omega = \sqrt{k/\mu}$ , y  $\mu$  es la masa reducida del sistema:  $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ , donde  $m_1$  y  $m_2$  son las masas de los dos átomos. El movimiento de los dos átomos es equivalente al movimiento de un cuerpo de masa reducida  $\mu$ , unido a un resorte con idéntica constante  $k$ , fijo a una pared rígida. Para la molécula diatómica  $H_2$ ,  $m_1 = m_2 = 1,66 \times 10^{-27} kg$  (1 uma) y  $h\nu = 0,55 eV$ , hallar:
- el valor de  $\mu$  de la molécula
  - el valor de la constante de resorte  $k$  para esta molécula
6. La función trabajo para el Molibdeno es  $\phi = 4,2 eV$ . Hallar:
- La  $\lambda$  umbral y la frecuencia umbral para el efecto fotoeléctrico.
  - La rapidez máxima de los electrones emitidos cuando se lo irradia con luz de  $\lambda = 180 nm$
  - El potencial de frenado en este caso.
7. Cuando un cátodo de Cesio se ilumina con una luz de longitud de onda de  $\lambda = 500 nm$ , los fotoelectrones emitidos tienen una energía cinética máxima de  $0,57 eV$ . Encuentre:
- la función de trabajo del Cesio
  - el potencial de frenado, si la luz incidente tiene una longitud de onda  $\lambda = 600 nm$ .

Problemas sugeridos:

- En su trabajo original (Ann. der Physik Vol. 4, 553 (1901)) Plank calculó los valores de las constantes  $h$  y  $k$  a partir de los valores experimentales de  $\sigma$  y  $c_\omega = \lambda_{max} T$ . Si  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$  y  $c_\omega = 2,898 \times 10^{-3} m K$ , determinar  $h$  y  $k$ .
- En un experimento de efecto fotoeléctrico en el cual se emplea luz monocromática y un fotocátodo de sodio encontramos un potencial de frenado de  $1,85 V$  cuando  $\lambda = 3000 \text{ \AA}$  y de  $0,82 V$  cuando  $\lambda = 4000 \text{ \AA}$ . En base a estos datos determinar:
  - La constante de Plank
  - La función trabajo del sodio en  $eV$
  - Su longitud de onda umbral
- Para una molécula de HCl vibrando con una frecuencia  $\nu$ , la constante de fuerza equivalente es  $k = 470 N/m$ . El átomo de H posee una masa  $m_H = 1$  uma y el átomo de Cl una masa  $m_{Cl} = 35,45$  uma. Hallar la frecuencia de la vibración  $\nu$  y calcular  $h\nu$ .
- Un resorte de constante  $k = 470 N/m$  está unido a una masa puntual de  $200 g$ . El sistema ejecuta un movimiento armónico con una amplitud inicial  $A = 6,5 cm$ . Hallar la energía total  $E$  del sistema, y la frecuencia  $\nu$  de la vibración. Hallar el valor de  $h\nu$ . Suponiendo que la energía decrece debido a la fricción, ¿El decrecimiento de energía observado es discreto o continuo?