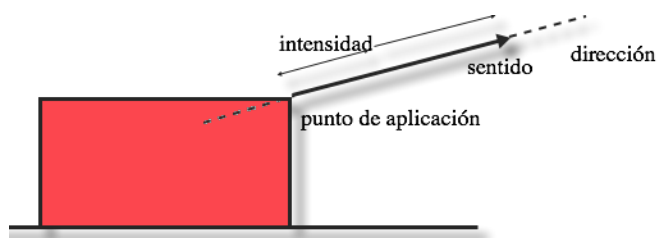


3 Leyes de Newton

Hasta el momento hemos estudiado la cinemática que es el movimiento de una partícula sin importar que agente produce dicho movimiento. Una partícula no está sola en el universo y por esto sufre la influencia (interacción) con otras partículas. Dichas influencias se conocen como fuerzas y a su vez una determinada partícula ejerce fuerzas sobre las demás. Las fuerzas son magnitudes vectoriales pues debemos dar dirección, sentido, intensidad y en el caso de un cuerpo extendido punto de aplicación de una fuerza. Existen 4 fuerzas fundamentales en la naturaleza con intensidades bien diferentes, y en orden creciente tendremos: La fuerza gravitacional que es aquella que permite que exista nuestro sistema solar y la formación de galaxias. La interacción débil que es aquella que permite que un neutrón ($q = 0$) del núcleo atómico se transforme en un protón ($q = +e$) más un muón ($q = -e$) más un antineutrino ($q = 0$). Luego viene la fuerza electromagnética que sólo se produce entre partículas cargadas, y es la responsable de existan los átomos y las moléculas. Finalmente tenemos la más intensa que la interacción fuerte que mantiene a los protones y neutrones unidos dentro del núcleo.

En nuestro curso y en la vida cotidiana nos topamos con manifestaciones de la interacción gravitacional y de la interacción electromagnética, está última muchas veces se manifiesta como una fuerza elástica, como la que ejerce un resorte. Las otras dos fuerzas son mas raras de ver y se producen por ejemplo en los reactores nucleares o en la combustión que mantiene al sol encendido. Podríamos esquematizar la aplicación de una fuerza sobre un cuerpo como



Siendo cada fuerza un vector la resultante de un conjunto de fuerzas es la suma de dichos vectores. Dado que tenemos un número muy grande de partículas en el universo normalmente sobre una partícula determinada actúan varias fuerzas que tienen una resultante que suele llamarse fuerza neta. Las leyes de Newton (1643) son en parte un resumen y una generalización de las observaciones experimentales hechas por Galileo Galilei (1564). La parte de la física que conecta la cinemática con las causas del movimiento o las fuerzas se conoce como dinámica y por esto pasamos a enunciar las leyes de la dinámica. Esto se hace para una partícula, luego más adelante veremos como se generaliza para un sistema de partículas.

3.1 Primera ley de Newton o principio de inercia

Lo primero que podríamos preguntarnos es que sucedería, en cuanto a su movimiento, con una partícula que está libre es decir que no actúa NINGUNA fuerza sobre ella. No es una pregunta sencilla de contestar porque una partícula siempre es influenciada por las otras, es decir no está sola en el universo. Pero podríamos hacer una abstracción. Supongamos un disco de hockey que se desliza sobre una pista de hielo. Uno podría esforzarse y aumentar el pulido del disco y hacer cada vez más lisa la pista, y lo que observaríamos es que después de un golpe este llegaría cada vez más lejos. Si nos imagináramos el caso límite donde no hay roce podríamos concluir que el disco seguiría moviéndose indefinidamente. Es cierto que actúa su peso sobre el disco pero este se compensa con la fuerza normal con que lo sostiene la pista. Entonces en la dirección x de movimiento del cuerpo en el caso límite podríamos decir que no hay fuerzas y es un cuerpo libre. Más aún el disco seguiría moviéndose indefinidamente a velocidad constante.

Ahora pensemos que sucedería si no hacemos absolutamente nada sobre el disco que se encuentra en reposo sobre la pista quieto. Podríamos cansarnos de esperar pero el disco seguiría en el mismo lugar. Ahora subamos

a una calesíta que tiene el piso helado y pongamos allí el disco junto al borde, cuando la calesíta empieza a girar veríamos que el disco empieza a escapar tangencialmente al borde de la calesíta, nadie lo ha tocado o ejercido sobre él una fuerza. O sea que observar el movimiento o no movimiento del disco desde la superficie terrestre o la calesita no parece ser lo mismo.

Finalmente observemos que para determinar el movimiento de una partícula siempre se necesita un sistema de referencia, o sea un sistema de coordenadas y un reloj para medir el tiempo, en realidad se necesitan infinitos relojes uno en cada punto por donde pasará la partícula pero esto no será necesario en los tipos de problemas que discutiremos. Es decir como antes mencionamos estamos en el régimen no relativista. Ahora después de haber hecho estas digresiones podemos enunciar la primera ley de Newton:

Una partícula libre de influencias (que no significa que la resultante de las fuerzas que actúan sobre ella vale cero) estará en reposo o moviéndose a velocidad constantes en un sistema de referencia inercial.

$$\nabla \mathbf{F} \Rightarrow \mathbf{v} = \text{cte}$$

Vemos que esta ley resume nuestras observaciones con el disco y define el sistema de referencia donde sería válida la ley, los sistemas inerciales. Respecto a esto debemos concluir que la calesita girando no es un sistema inercial pues allí aunque el disco este libre de fuerzas horizontales este comienza a moverse desde el reposo y no se queda quieto. La tierra al igual que la calesita esta rotando y por lo tanto no sería un sistema inercial, pero si estudiamos el movimiento de una partícula durante un corto tiempo la influencia de la rotación terrestre puede desprejarse y considerarse a la tierra como *aproximadamente* inercial.

3.1.1 Segunda Ley de Newton o principio de masa

Como hemos discutido en la primera ley un cuerpo tiende a mantener su estado de movimiento, a esto lo llamamos inercia. Nos gustaría poder cuantificar o relacionar la inercia con alguna propiedad de la partícula, y a esta propiedad se la llama masa inercial (m), esta claro que poner en movimiento un automovil pequeño cuesta menos que poner en movimiento un camión con lo que concluimos que la masa del primero es mucho menor que la del segundo, es decir el camión presenta una mayor inercia para ponerse en movimiento. De igual manera si nos ponemos frente a un corredor y pretendemos frenarlo, esta claro que nos conviene ponernos frente a un niño que frente a un jugador de rugby. La masa inercial es un escalar asociado a cada partícula independientemente en que planeta se encuentre, ya veremos que puede relacionarse con el peso que si depende de donde estemos. Cuando analizamos el movimiento en el plano definimos el vector aceleración $\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt$ que nos indica como cambia el vector velocidad en el tiempo.

La primera ley nos dice que sucede con una partícula en AUSENCIA de fuerzas, ahora debemos contestar que pasará cuando actúa sobre una partícula una fuerza resultante o neta $\mathbf{F}_R = \sum_i \mathbf{F}_i, i = 1, N$ de las N fuerzas que actúan sobre la partícula. Es decir que aceleración adquiere una partícula cuando actúan fuerzas sobre ella, pues si no actuaran se movería a velocidad constante y sin aceleración o con $\mathbf{a} = \mathbf{0}$. La respuesta la da la segunda ley de Newton:

Cuando sobre una partícula actúan fuerzas $\mathbf{F}_i, i = 1, N$, ésta adquiere una aceleración directamente proporcional a la resultante de dichas fuerzas e inversamente proporcional a la masa de la partícula

$$\mathbf{a}(t) = \frac{\mathbf{F}_R(\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t), t)}{m} \equiv \frac{1}{m} \mathbf{F}_R$$

- Notemos que quien determina la aceleración es la fuerza resultante, es decir no podemos aplicar la segunda ley a cada fuerza por separado.
- La fuerza en general puede depender de la posición y la velocidad de la partícula y también explícitamente del tiempo con lo cual que obtenemos de la ecuación anterior es una ecuación diferencial

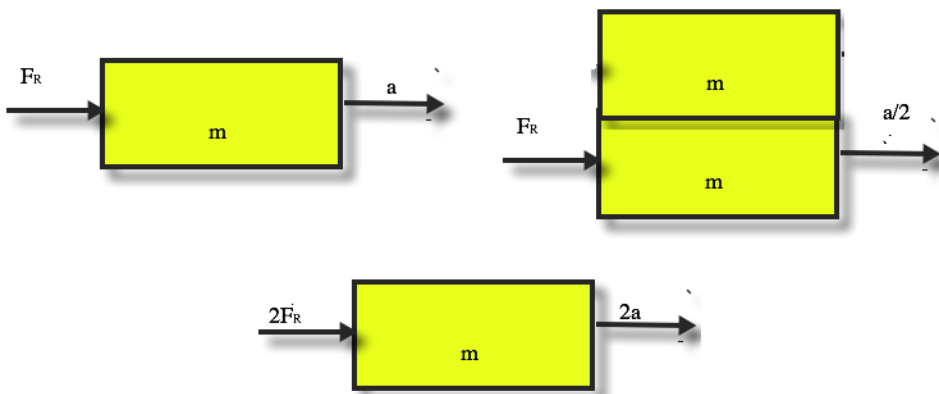
$$\frac{d^2\mathbf{r}(t)}{dt^2} = \frac{\mathbf{F}_R(\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t), t)}{m}$$

de la cual deberíamos extraer $\mathbf{r}(t)$.

- Vemos que la aceleración y la fuerza que son vectores se relacionan mediante el producto por un escalar $1/m$. Y es una ecuación vectorial que corresponde a tres ecuaciones escalares

$$a_i = \frac{1}{m}F_{Ri}, \quad i \equiv x, y, z$$

- Así en el caso sencillo unidimensional donde $a \equiv a_x, F_R = F_{Rx}$ tendremos $a = F_R/m$ que nos dice que a la misma fuerza si duplicamos la masa tenemos la mitad de aceleración, y si mantenemos la masa si duplicamos la fuerza tenemos el doble de aceleración.



Unidades:

Las unidades básicas son las de longitud, tiempo y masa y dependen del sistema de unidades elegido.

	CGS	MKS	TECNICO	Abreviatura
l	cm	m	m	$\frac{gcm}{seg^2}$ = dina = din
t	seg	seg	seg	$\frac{kgm}{seg^2}$ = Newton = N
m	g	kg	UTM	$\frac{UTMm}{seg^2}$ = kilogramo fuerza = kg
F	$\frac{gcm}{seg^2}$	$\frac{kgm}{seg^2}$	$\frac{UTMm}{seg^2}$	

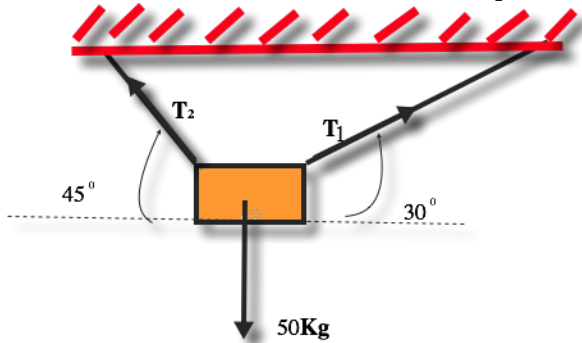
Equilibrio

Cuando las fuerzas se equilibran sobre la partícula ($\mathbf{F}_R = 0$) decimos que ésta se encuentra en equilibrio y si inicialmente estaba en reposo así seguirá. Se llama ESTÁTICA al tipo de problemas que presentan una partícula o un cuerpo que puede tratarse como partícula en equilibrio. En estos problemas normalmente aparecen tensores o cuerdas que se consideran inextensibles y poleas sin masa o roce al girar. Se debe cumplir

$$\mathbf{F}_R = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum_{i=1}^N F_{ix} = 0 \\ \sum_{i=1}^N F_{iy} = 0 \\ \sum_{i=1}^N F_{iz} = 0 \end{cases}$$

Ejemplo

Determinar las tensiones en los alambres que sostienen al cuerpo en la siguiente gráfica.



Considerando al cuerpo como una partícula y aplicamos la condición de equilibrio sobre él tendremos (recordemos que los ángulos se miden desde el semieje positivo de las x y que $T_i \equiv |\mathbf{T}_i|$)

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_1 &= (T_1 \cos 30^\circ, T_1 \sin 30^\circ) = (T_1 0.86, T_1 0.5) \\ \mathbf{T}_2 &= (T_2 \cos 135^\circ, T_2 \sin 135^\circ) = (-T_2 0.707, T_2 0.707) \\ \mathbf{P} &= (P \cos 270^\circ, P \sin 270^\circ) = (0, -50 \text{kg}) \\ \mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2 + \mathbf{P} &= 0 \\ &\Downarrow \\ T_1 0.86 - T_2 0.707 &= 0 \\ T_1 0.5 + T_2 0.707 - 50 \text{kg} &= 0 \end{aligned}$$

que es un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas fácil de resolver

$$\begin{aligned} T_1 0.5 + (T_1 0.86 / 0.707) 0.707 - 50 \text{kg} &= 0 \\ T_1 &= 50 \text{kg} / (0.5 + 0.86) = 36.7650 \text{kg} \\ T_2 &= (T_1 0.86 / 0.707) = 44.72 \text{kg} \end{aligned}$$

Pincipio de superposición:

Es importante mencionar, aunque lo hemos asumido arriba, que para calcular la fuerza neta sobre una partícula hemos sumado los efectos de las fuerzas que hacen cada una de las otras partículas por separado, esto se conoce como principio de superposición.

Peso y masa:

Recordemos que la fuerza gravitacional entre un cuerpo de masa m y la tierra es $F_g = GmM/(h+R)^2$ si $h \ll R$ tendremos $P \approx F_g = m(GM/R^2) = mg$ donde $g = GM/R^2$ es la aceleración gravitacional que produce la tierra y depende de su masa y su radio. Que pasa si aplicamos la 2da ley a un cuerpo que cae (en el vacío) desde una altura cercana a la superficie terrestre o planetaria (ya mencionamos que en dichas condiciones al

peso se lo puede considerar como constante) , ya sabemos que su aceleración será $\mathbf{a} = (0, -g)$ y que la la fuerza actuante será $\mathbf{F}_N = (0, -P)$ siendo P la intensidad de su peso y

$$\mathbf{F}_N = m\mathbf{a} \Rightarrow P = mg \Rightarrow m = \frac{P}{g},$$

por lo tanto tendremos que el peso (el cual determinamos con una balanza) está relacionado con la masa y la aceleración gravitacional del planeta, por lo tanto para determinar la masa podemos pesar y dividir por g . Aquí hemos usado el hecho empírico de que alguien observó (Galileo) que los cuerpos en la tierra caén con aceleración g , pero cuando veamos como es la expresión de la fuerza de gravedad en función de la distancia y las masas gravitacionales de las partículas, esta relación entre la masa gravitacional o pesante con la inercial de la 2da ley se hace a partir del llamado principio de equivalencia.

3.2 Tercera ley de Newton o Principio de acción y reacción

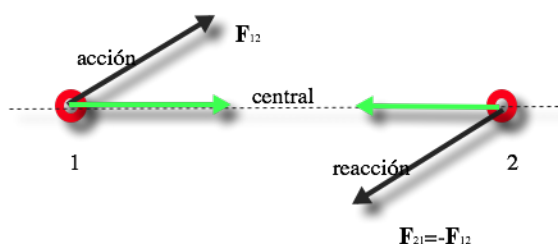
La segunda ley de Newton nos dice como se acelera una partícula cuando se aplica sobre ella una cierta fuerza neta. Pero hasta el momento no hemos dicho nada de como la partícula afectada a su vez afecta a las otras que generaron esa fuerza neta. La experiencia nos dice que si yo golpeo una mesa con mi mano, siento que algo me hace la mesa porque la mano me duele. Comencemos pensando que sólo tenemos dos partículas en el universo para simplificar, la tercera ley de Newton nos dice:

Cuando una partícula 1 ejerce sobre una partícula 2 una determinada fuerza, a su vez la partícula 2 ejerce sobre la 1 una fuerza de igual intensidad y sentido contrario

Esto podríamos esquematizarlo diciendo que si la fuerza que ejerce 1 sobre 2 es \mathbf{F}_{12} y la fuerza que ejerce 2 sobre 1 es \mathbf{F}_{21} entonces

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$$

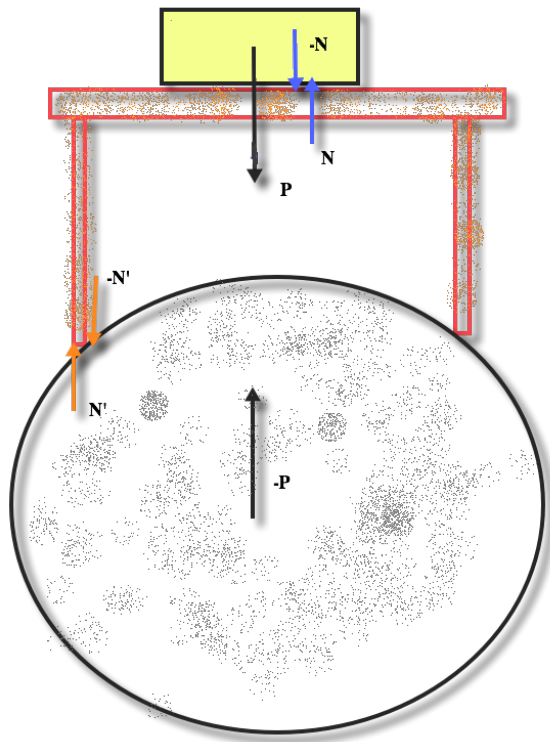
o sea que las componentes de ambas fuerzas serán unas opuestas de las otras como lo muestra la siguiente figura



donde se ve que no necesariamente la ley afirma que las fuerzas, que son llamadas par de acción y reacción, deban estar sobre la línea que une ambas partículas.

Cuando la acción y la reacción están sobre la línea que une ambas partículas estamos en presencia de una fuerza central, como lo son la fuerza gravitacional, la fuerza electrostática y elástica. Básicamente lo que nos dice la tercera ley es que si pateo una puerta con el pie descalzo me duele porque a su vez la puerta me pateó a mí. Si bien el sol atrae a la tierra también la tierra atrae al sol. Que cuando un cuerpo cae atraído por su peso hacia la tierra, la tierra se mueve y es atraída hacia el cuerpo por una fuerza igual y contraria a su peso. Lo que sucede es que no apreciamos el movimiento de la tierra porque su masa es grande y la aceleración despreciable.

Es importante aclarar que la acción y la reacción se encuentran aplicadas en cuerpos *distintos* como se muestra en la figura donde colocamos los pares con el mismo color



Si ahora combinamos la tercera ley con la segunda obtendremos

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{12} &= -\mathbf{F}_{21} \\ m_2 \mathbf{a}_2 &= -m_1 \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 &= -\frac{m_1}{m_2} \mathbf{a}_1 \end{aligned}$$

donde claramente puede verse que si bien las fuerzas que actúan entre partículas son iguales e intensidad y opuestas, si bien las aceleraciones también son opuestas pues las masas y cociente de masas es un número positivo, no así las intensidades de las aceleraciones. Supongamos que la partícula 1 es un cuerpo que cae y la 2 es la tierra $m_1 \equiv m, m_2 \equiv m_T$ entonces tendremos ($|\mathbf{a}| = a$)

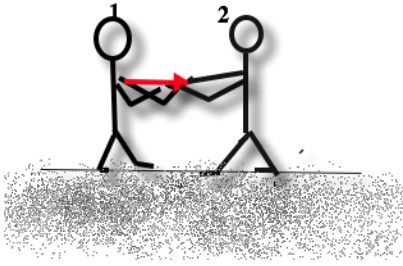
$$a_T = \frac{m}{m_T} a = \frac{m}{m_T} g$$

lo cual explica por qué vemos el cuerpo moviéndose hacia la tierra y no sentimos que la tierra se acelera pues dicha aceleración será despreciable ya que $m/m_T \ll 1$ lo que conduce a que $a_T \approx 0$. O sea que si bien los pares de acción y reacción tienen la misma intensidad la aceleración que adquiere cada cuerpo depende de su masa.

Finalmente mencionemos que esta tercera ley puede aplicarse a cada par de partículas del universo ya que no tendremos sólo dos partículas.

Ejemplo:

Dos personas están paradas frente a frente sobre una superficie helada que presenta roce despreciable. La persona 1 cuyo peso es de 80kg empuja a la 2 de peso 50kg con una fuerza de 20kg durante un lapso de 0.5seg. Determinar con qué fuerza la persona 2 empuja a la primera. La aceleración que sufre c/u de las personas. La velocidad con que emerge c/u después del empujón y que tipo de movimiento tendrán.



Bien apliquemos las Leyes de Newton para contestar las preguntas. Es un problema unidimensional así que nos bastará con trabajar con la componente x de cada vector y eso supondremos que representa cada letra que usemos. La fuerza que ejerce la 2 sobre la 1 es de -20kg ya que el principio de acción y reacción nos dice que si la 1 ejerce sobre la 2 una fuerza la 2 ejerce sobre la 1 una fuerza opuesta. La aceleración que sufre cada persona se obtendrá aplicando la 2da ley separadamente a c/u

$$\begin{aligned}
 m_1 &= P_1/g = 80\text{kg}/9.8(\text{m}/\text{seg}^2) = 8.16\text{UTM} \\
 m_2 &= P_2/g = 50\text{kg}/9.8(\text{m}/\text{seg}^2) = 5.10\text{UTM} \\
 a_1 &= -20\text{kg}/8.16\text{UTM} = -2.45\text{m}/\text{seg}^2 \\
 a_2 &= 20\text{kg}/5.10\text{UTM} = 3.92\text{m}/\text{seg}^2
 \end{aligned}$$

como vemos la más liviana se acelera más. Como durante el empujón la aceleración es considerada cte entonces tenemos un MRUV y así la velocidad final de c/u será

$$\begin{aligned}
 v_1 &= 0 + a_1 0.5\text{seg} = -1.225\text{m}/\text{seg} \\
 v_2 &= 0 + a_2 0.5\text{seg} = 1.96\text{m}/\text{seg}
 \end{aligned}$$

Finalmente ya que en la dirección horizontal después del empujón no actúan fuerzas cada persona, según la primera ley, se moverán a velocidad cte igual a la de salida.