9 Fluidos

Hemos estudiado dentro de los sistemas de partículas el cuerpo rígido que debido a las fuerzas entre atomos o moléculas muy intensas no se permitía más que traslaciones como un todo o rotaciones alrededor de un eje. Ahora estudiaremos los fluidos otro sistema de partículas donde dichas fuerzas son menos intensas y a pesar de que las partículas no pueden acercarse, porque consideraremos fluidos incompresibles (líquidos), estos adoptan la forma del recipiente que los contienen. Además no podermos aplicar fuerzas concentradas en un punto, si intentás meter un dedo en el agua este pasa de largo, sino distribuidas en una superficie y mediante lo que se llama un émbolo o piston. De esta manera no podemos poner en rotación un líquido aplicando una fuerza puntual como sucedía en el cuerpo rígido. De esta manera será importante introducir el concepto de presión. También las fuerzas de cohesión en la superficie de un liquido y de contacto con el recipiente que lo contiene generarn un efecto llamado tensión superficial.

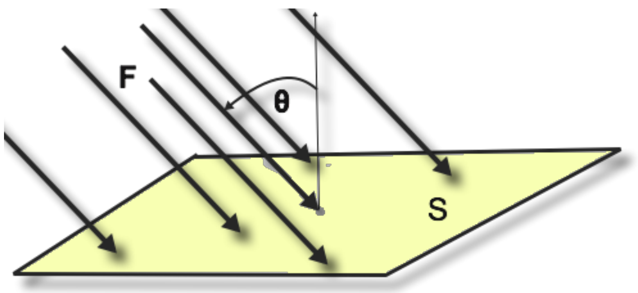
En primera instancia haremos la suposición de que tratamos con un fluido ideal en reposo que cumple:

- No existe movimiento de ninguna porción del liquido (Hidrostática)
- Es incompresible y así la densidad (masa por unidad de volúmen) será constante
- No presenta fuerzas de roce internas ni con el recipiente que lo contiene, o sea es no viscoso

9.1 Presión

Cuando se aplica una fuerza **F** de intensidad constante F y formando un ángulo θ con la normal a la superficie, que está distribuida uniformemente sobre una superficie de tamaño S hablamos de presión como el cociente entre la componente normal de la fuerza y S

$$p = \frac{\mathrm{F} cos\theta}{S}$$



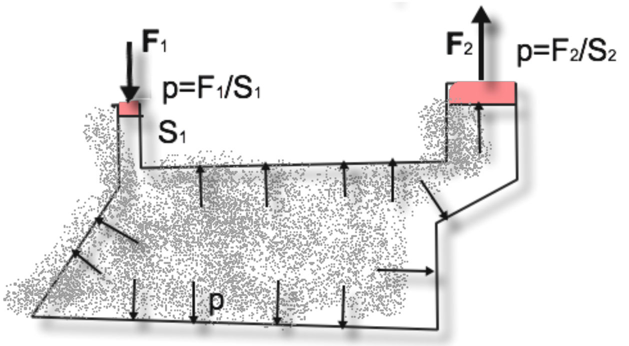
Como en el caso de los fluidos ideales no tenemos roce entonces no habra componente tangencial de la fuerza, suponiendo a la superficie en cualquier posición u orientación dentro del fluido o coincidiendo con la paredes del recipiente. Asi que cuando se aplique una fuerza distribuida en una superficie sobre un fluido o cuando este ejerza una fuerza sobre las paredes del recipiente que lo contiene o sobre cualquier objeto sumergido en él, será normal y asi la presión valdrá

$$p = \frac{\mathrm{F}}{S},$$

notemos que la presión así definida es un escalar y que sus unidades son de fuerza sobre superfice teniendo $\frac{Newton}{m^2} = \frac{N}{m^2} \equiv Pascal \equiv Pa$, $\frac{\overrightarrow{Kg}}{m^2}, \frac{\overrightarrow{Kg}}{cm^2}$, también suele usarse la atmosfera que es la presión que ejerce una columna de aire de $1cm^2$de sección y de altura hasta que termina nuestra atmósfera y que vale $1atm = 1.033\frac{\overrightarrow{Kg}}{cm^2}$. Vivimos sometidos a dicha presión que puede variar según el contenido de humedad del aire, la altuta a la que estemos y la temperatura pues el aire no tiene densidad constante y esta lejos de ser un fluido ideal. Sabiendo que $1\overrightarrow{Kg} = 9.8N$ y $1m = 100cm$ podemos hacer las conversiones pertinentes.

9.2 Principio de Pascal

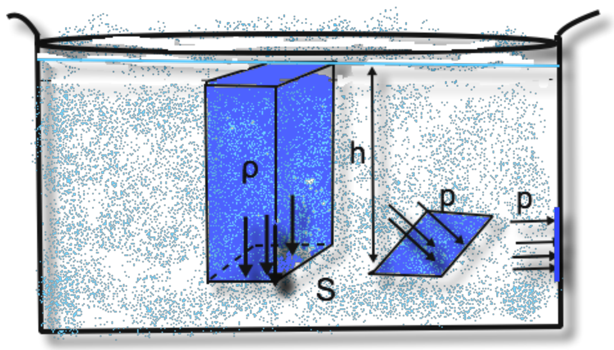
Como los fluidos no pueden transmitir fuerzas sino presiones y se consideran incompresibles, si uno aplica una presión a una superficie en un punto del fluido esta se transmitirá en todas direcciones con la misma intensidad, esta propiedad se denomina principio de Pascal en Honor a Blas Pascal quien la enunció.



Este pricipió tiene muchas aplicaciones ya que como por ejemplo en la figura se cumple que $p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{\mathrm{F}_1}{S_1} = \frac{\mathrm{F}_2}{S_2}$ podemos despejar $\mathrm{F}_2 = \frac{S_2}{S_1}\mathrm{F}_1$ donde vemos que la fuerza queda multiplicada por un factor que depende del cociente de las superficies. Esto se utiliza en los crickets hidraulicos (para levantar autos), frenos de un auto y prensas hidráulicas.

9.3 Teorema general de la hidrostática

Este principio nos permite calcular la presión que existe en un punto dentro del seno de un líquido de densidad ρ a una profundidad h . La mísma se calculará sobre una superficie horizontal determinando el peso de una columna liquida de altura h . Sin embargo será la presión que ejerza el liquido sobre una superficie orientada de cualquier manera en dicha profundidad en virtud del principio de Pascal.



La presión en un punto en h debajo de la superficie libre del líquido será el peso de una columna liquida de densidad ρ, de altura h y base S dividido la superficie S

$$p = \frac{peso}{S} = \frac{\rho g h \cancel{S}}{\cancel{S}} = \rho g h,$$

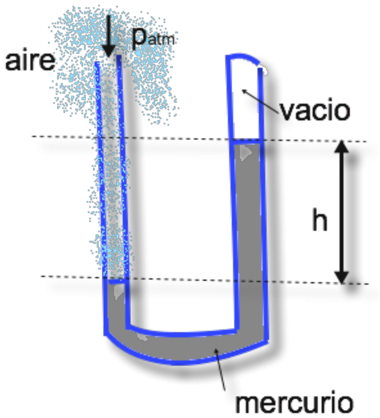
donde deberemos sumar la presión atmosférica si el tanque está con aire adentro porque está conectado a la atmósfera o no si esta al vacio, así la presión hidrostática (el liquido está en reposo) podrá calcularse en general como

$$\boxed{p(h) \;=\; p_{atm} + \rho g h}$$

- Esta presión se siente en todo punto a dicha profundidad y en todas direcciones
- Sería la presión que se ejerce sobre nuestro cuerpo cuando no metemos en una pileta
- Se ejerce perpendicularmente a cuanquier superficie colocada a dicha profundidad en virtud de que el fluido es no viscoso

Ejemplo

Determinar que altura tendrá una columna de mercurio metida dentro de un tubo en U que tiene uno de los extremos abiertos a la atmósfera. Supongamos que primero llenamos el tubo con mercurio por el extremo abierto de manera de expulsar el aire entre el mercurio y el otro extremo.



tendremos ya que el mercurio en la columa h está en equilibrio, que la sumatoria de fuerzas externas debe ser cero o sea

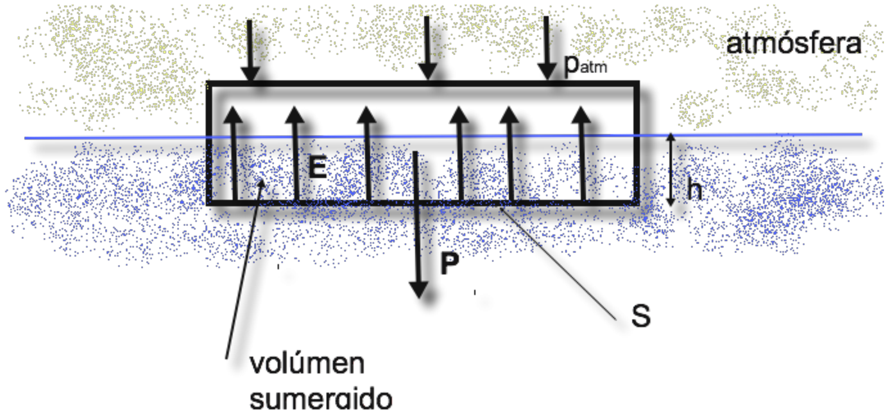
$$\begin{aligned} -P_{mercurio} + p_{atm} S &= 0 \\ -hS\rho_{mercurio} g + p_{atm} S &= 0 \\ h &= \frac{p_{atm}}{\rho_{mercurio} g} = \frac{1033 \overrightarrow{g}/cm^2}{13.6 \overrightarrow{g}/cm^3} = 76cm \end{aligned}$$

notemos que se usa mercurio para armar un barómetro ya que su péso específico $\rho_{mercurio} g = 13.6 \overrightarrow{g}/cm^3$ es 13.6 veces mayor que el del agua y para fabricar un barómetro con agua tendriamos una columna vertical de 10.33m que no sería muy práctico. Notemos además que el mercurio que esta por debajo de la columna de altura h se equilibra en ambos lados y solamente lo que hace es transmitir la presión atmosférica.

9.4 Principio de Arquimedes

Dice la historia que un rey mandó a hacer una corona de oro. Sin embargo, como no habia demasiada confianza en el orfebre, el rey pidió Arquimedes que era científico de la corte nacido en Siracusa Italia en el 288 AC , que le dijera si realmente el oro dado al orfebre habia sido usado en su totalidad para hacer la corona o el picaro habia mezclado el oro con plata que era mas barata quedandose con la diferencia. Investigando esto Arquimedes descubrio la flotación de los cuerpos. También se dice que Arquimedes experimentaba mientras se bañaba en una tina y que cuando descubrio su principio salio corriendo desnudo a la calle gritando Eureka!.

El principo en realidad se basa en el teorema general de la hidrostatica y dice que todo cuerpo sumergido parcial o totalmente en el seno de un liquido recibe un empuje de abajo hacia arriba igual en intensidad al peso de una cantidad de liquido de volumen igual al volúmen sumergido del cuerpo. Eligiremos para demostrarlo un cuerpo de forma sencilla pero lo hecho será válido en general.



El empuje vertical que recibe el cuerpo se debe a la diferencia de presión entre la parte superior y los puntos sumergidos en la base, ya que las fuerzas laterales se equilibran, y así tendremos suponiendo que la base del cuerpo tiene área S y está sumergio una candidad h

$$\begin{aligned} E &= (p_{atm} + \rho_{liquido} g h) \times S - p_{atm} S \\ &= \rho_{liquido} g \underbrace{h \times S}_{V_s} = \rho_{liquido} g V_s = P_{liq.} \\ E &= \rho_{liquido} g V_s \end{aligned}$$

Ahora de acuerdo a como sea este empuje respecto al peso del cuerpo, este flotará o estará en reposo, se hundirá o ascenderá

$$\begin{aligned} E = \quad P &\Rightarrow \rho_{liquido} g V_s = \rho_{cuerpo} g V_{cuerpo} \\ V_s &= \frac{\rho_{cuerpo}}{\rho_{liquido}} V_{cuerpo} \Rightarrow \frac{\rho_{cuerpo}}{\rho_{liquido}} = \frac{V_s}{V_{cuerpo}} \end{aligned}$$

como el volúmen sumergido no puede ser mayor que el del mismo cuerpo cuando el cuerpo queda totalmente sumergido pero flota a media agua se cumple $\frac{\rho_{cuerpo}}{\rho_{liquido}} = 1$ y entonces dependiendo del valor relativo de las densidades el cuerpo flotará asomando algo o quedara en equilibrio totalmente sumergido como lo haria un submarino. Para que el cuerpo se hunda debe cumplirse

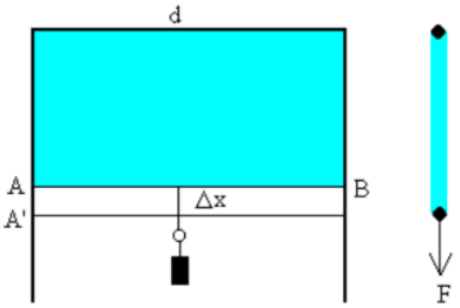
$$E < P \quad \Rightarrow \frac{\rho_{cuerpo}}{\rho_{liquido}} \quad > 1$$

y finalmente si $E > P \Rightarrow \rho_{liquido} g V_s > \rho_{cuerpo} g V_{cuerpo} \Rightarrow \rho_{liquido} > \frac{V_{cuerpo}}{V_s} \rho_{cuerpo} > \rho_{cuerpo}.$ Resumiendo

$$\frac{\rho_{cuerpo}}{\rho_{liquido}} = \frac{V_s}{V_{cuerpo}} < 1\, flota,\ \frac{\rho_{cuerpo}}{\rho_{liquido}} = 1\, flota\, media\, agua$$
$$\frac{\rho_{cuerpo}}{\rho_{liquido}} > 1, se\, hunde$$
$$\frac{\rho_{cuerpo}}{\rho_{liquido}} < 1, asciende$$

9.5 Tensión superficial

Existen superficies de discontinuidad entre un liquido y la atmosfera o un liquido y las paredes del recipiente que lo contiene. Las fuerzas entre las moleculas de un líquido con otras del liquido no será la misma que las del liquido con las moléculas de aire o con las del recipiente y es por esto que aparece una fuerza hacia el interior del liquido que se manifiesta con la llamada tensión superficial, que se expresará como el cociente entre la fuerza que aparece y la longitud del borde donde aparece. Se puede determinar el coeficiente de tensión superficial o tensión superficial γ, el cual se define como energía potencial por unidad de área, calculando el trabajo necesario en estirar una película líquida (con un dispositivo como el de la figura) por unidad de área



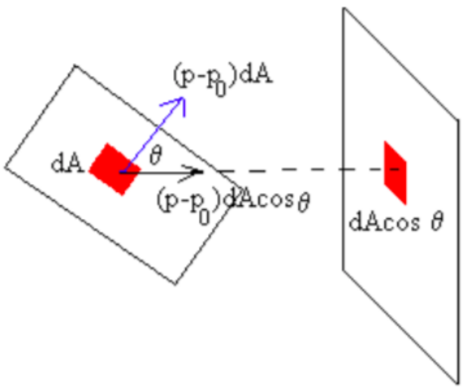
$$\begin{aligned} F\Delta x &= \Delta U = \gamma \Delta S,\ \Delta S = 2d\Delta x \\ \gamma &= \frac{F}{2d} \end{aligned}$$

donde el factor 2 se agrega porque tenemos dos caras de superficie del fluido. Fijemonos que la tensión superficial se mide en N/m o $Joule/m^2$. Depende de la sustancia liquida y la temperatura. Por ejemplo a $20c^0$

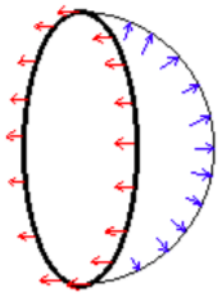
Líquido	$\gamma (10^{-3}$ N/m)
Aceite de oliva	33.06
Agua	72.8
Alcohol etílico	22.8
Benceno	29.0
Glicerina	59.4
Petróleo	26.0

9.5.1 Burbujas y Gotas

Veamos que por efecto de la tensión superficial y la curvatura dentro de una burbuja o gota en equilibrio hay mayor presión adentro que afuera. Sabemos que en un fluido ideal las fuerzas de presión son perpendiculares a la superficie del fluido y entonces si tomamos una porción de área dA de la superficie curva de la burbuja o gota tendermos



una fuerza debida a la supuesta diferencia de presión $(p - p_0)dA$ donde p, p_0 son las presiones interior y exterior respectivamente. La componente x hacia la derecha de dicha fuerza es $(p - p_0)dAcos\theta$ donde θ es el ángulo que forma la normal a la superficie con el eje X. Ahora $dA' = dAcos\theta$ es la proyección del área sobre un plano perpendicular al eje X y si sumamos sobre todo el semicasquete esférico derecho nos da el área que preyecta una burbuja que es una circunferencia de radio R , el radio de la burbuja, asi que la fuerza horizontal total hacia la derecha será $F = (p - p_0)\pi R^2$ pues las presiones no cambian con la posición. Dicha fuerza hacia la derecha la equilibra la tensión superficial entre el casquete izquierdo y derecho



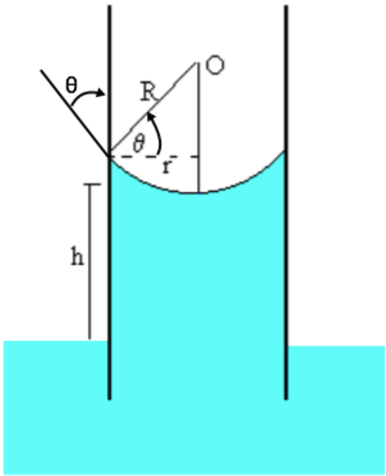
que vale $2\gamma 2\pi R$ pues tenemos una cara interna y otra externa en la burbuja casi del mismo radio R y el perimetro sobre la que actua la fuerza de cohesión es $2\pi R$, asi finalmente

$$\begin{aligned}(p - p_0)\pi R^2 &= 2\gamma 2\pi R\\ p - p_0 &= \frac{4\gamma}{R},\end{aligned}$$

que nos muestra que la presión interior es mayor.

9.5.2 Capilaridad

Si se coloca un capilar verticalmente en un recipiente de líquido que moje(que el liquido se adhiera al recipiente), el líquido asciende por el capilar, hasta alcanzar determinada altura. Si el líquido no moja, el nivel de líquido en el capilar es menor que en el recipiente



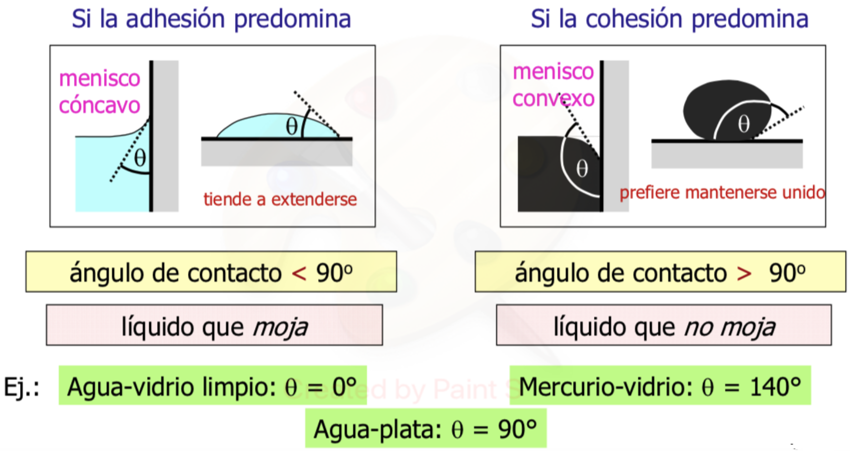
Debido a la curvatura de una superficie se produce una sobrepresión en su interior, que ya hemos estudiado antes, la superficie del menisco en el capilar se puede considerar como un casquete esférico de radio R. La relación entre el radio del capilar r, el radio del menisco R y el ángulo de contacto θ , es r=R$\cos\theta$. Debido a la curvatura de la superficie habrá una sobrepresión hacia el centro del menisco, que de acuerdo con lo visto antes (pero para una superficie de una cara), valdrá

$$p - p_0 = \frac{2\gamma}{R} = \frac{2\gamma cos\theta}{r},$$

y por efecto de esta sobrepresión, el líquido asciende una altura h y como está en equilibrio esa sobrepresión debe ser igual a la hidrostática que genera la columna liquida

$$\begin{aligned} p - p_0 &= \rho g h = \frac{2\gamma cos\theta}{r} \\ h &= \frac{2\gamma cos\theta}{r\rho g} \end{aligned}$$

que depende del ángulo de contacto entre el liquido y el vidrio θ.



Ejemplo:

En un recipiente con agua se introduce un tubo capilar abierto cuyo diámetro interior es 1mm . La diferencia de altura entre los niveles de agua en el recipiente y el tubo capilar es de 2.8cm.

a) Cuál es el ángulo de contacto?

b) Qué radio de curvatura tiene el menisco?

c) Cuál seria la altura si el liquido mojara perfectamente?

De

$$h = \frac{2\gamma cos\theta}{r\rho g}$$

podemos despejar

$$\begin{aligned}
cos\theta &= \frac{hr\rho g}{2\gamma} = \frac{2.8\cancel{cm}\,0.05\cancel{cm}\,1\cancel{g}/\cancel{cm^3}\,980\cancel{cm}/\cancel{seg^2}}{2\times 72.8\overset{1000\cancel{g}100\cancel{cm}/\cancel{seg^2}}{\cancel{N}}/100\cancel{cm}\times 10^{-3}} = 0.94 \\
\theta &= 20^0 \\
R &= r/cos\theta = 1mm/0.94 = 1.064mm \\
h &= \frac{2\times 72.8\overset{1000\cancel{g}100\cancel{cm}/\cancel{seg^2}}{\cancel{N}}/100\cancel{cm}\times 10^{-3}cos0^0}{0.05cm\,1\cancel{g}/cm^{\cancel{3}}\,980\cancel{cm}/\cancel{seg^2}} = 2.97cm
\end{aligned}$$