Física I - Cibex Año 2022

Trabajo Práctico 9 - Momento angular, cuerpo rígido.

Ejercicios obligatorios

1. Las Figuras 1(a) y 1(b) representan dos tramos de una carretera plana. Un automóvil se desplaza con módulo de velocidad constante por ambos tramos. a) Para cada tramo, determinar si el momento angular del automóvil respecto de A y B respectivamente se mantiene constante a medida que el auto avanza. b) Determinar la dirección del momento angular respecto de A y B en cada una de las rectas.

2. Cuatro partículas están en los vértices de un cuadrado de *1 m* de lado, unidas por varillas de masa despreciable. Las masas de dos partículas que se encuentran en vértices opuestos del cuadrado son $m_1 = m_4 = 10\ kg$, mientras que las otras dos tienen masas $m_2 = m_3 = 15\ kg$. a) Hallar el momento de inercia del sistema respecto de un eje perpendicular al plano del cuadrado que pasa a través de m_4. b) Idem respecto de un eje que pasa por uno de los lados del cuadrado. c) Idem respecto de un eje que pasa por la diagonal donde se encuentran m_2 y m_3.

3. Una plataforma espacial viaja por el espacio exterior, aproximadamente libre de toda interacción externa. Dentro de la estación dos astronautas de *80 kg* se están acercando entre sí, moviéndose con velocidades de *4 m/s* respecto de la plataforma, y siguiendo trayectorias paralelas separadas 9 m.

a) Calcular la cantidad de movimiento del sistema formado por ambos astronautas respecto de un marco fijo a la plataforma. ¿Es este marco inercial? ¿Se mantiene esta cantidad de movimiento constante en el tiempo? ¿Qué velocidad tiene el centro de masa del sistema respecto de la plataforma?

b) Calcular el momento angular del sistema respecto de su centro de masa. ¿Es ésta una cantidad conservada a medida que los astronautas avanzan?

c) Cuando los astronautas se encuentran frente a frente, uno de ellos lanza una cuerda, y el otro se aferra a ella. Describir cómo será el movimiento posterior de los astronautas. ¿Cuál será el valor de la cantidad de movimiento, y del momento angular respecto del centro de masa? ¿Serán estos constantes? Calcular la aceleración de cada astronauta en el marco fijo a la plataforma.

d) Finalmente, uno de los astronautas comienza a enroscar la cuerda sobre su brazo, de modo tal que ambos se acercan entre sí. ¿Cómo es entonces el movimiento del centro de masa? ¿Se mantiene constante el momento angular del sistema respecto del centro de masa? ¿Qué ocurre con la velocidad angular de los astronautas? ¿Y con la energía mecánica del sistema?

4. El sistema de masas y cuerdas de la Figura 2 está apoyado sobre una mesa lisa y gira alrededor del punto fijo O, con velocidad angular ω = constante. Las masas de las sogas son despreciables frente a m y M. a) Hallar el momento angular del sistema respecto de O. b) Si en un dado instante se corta la soga que une m con M, ¿qué sucede con las cantidades de movimiento $\vec{p}_m$ y $\vec{p}_M$? ¿Y con el momento angular total? c) Posteriormente la masa M ingresa a una superficie con rozamiento. ¿Se conserva entonces el momento angular total del sistema? d) Para el sistema de ambas masas en la situación inicial, probar que se verifica que $\vec{F}_{ext} = (m + M)\ \vec{a}_{CM}$.

5. Calcular la aceleración angular de una polea cilíndrica de *0.5 m* de radio y *20 kg* de masa, sobre la que se ha enrollado una cuerda, en los siguientes casos (ver Figura 3): a) se tira de la cuerda con una fuerza $|\overrightarrow{F}|$ = *15 N*; b) se cuelga del extremo de la cuerda un cuerpo cuyo peso sea igual a la fuerza $\vec{F}$. Obtener, para el caso a), la velocidad angular de la polea al cabo de 5 segundos, suponiendo que inicialmente la misma está en reposo.

6. Un hombre está de pie en el centro de una plataforma circular (sin fricción), manteniendo sus brazos extendidos horizontalmente con una pesa en cada mano y girando alrededor de un eje vertical con velocidad angular de *2 rev/s*. El momento de inercia del sistema plataforma + hombre respecto de este eje es de $10 kg\ m^2$. Cuando el hombre acerca las pesas hacia su cuerpo, el momento de inercia disminuye a $4 kg\ m^2$. a) ¿Cuál es entonces la nueva velocidad angular de la plataforma? b) ¿Cuál es la variación de la energía mecánica experimentada por el sistema? c) ¿Cómo se explica físicamente este cambio en la energía mecánica?

7. Una mujer de *60 kg* está parada en el borde de una calesita (sin roce) de *1 m* de radio que se encuentra en reposo y cuyo momento de inercia respecto de su eje es $I = 500\ kgm^2$. La mujer comienza a caminar por el borde de la calesita en el sentido de las agujas del reloj con una rapidez constante de *1.5 m/s* respecto del suelo. a) ¿En qué dirección y con qué velocidad angular se moverá la calesita?

8. Una partícula de masa m es lanzada en tiro oblicuo con una velocidad inicial v_0 que forma un ángulo θ con la horizontal. Calcular su momento angular respecto del punto de lanzamiento, a) en el instante inicial, b) en el punto de altura máxima, y c) cuando regresa a la misma altura del punto de lanzamiento. d) ¿Qué torque es el responsable del cambio en el momento angular?

9. Una persona se sienta en un banco giratorio y sostiene, en cada mano, un objeto de *2 kg*, con los brazos extendidos, y rota con velocidad angular ω alrededor de un eje vertical que pasa por el centro del banco. Al soltar los objetos, sin mover los brazos ni juntarlos con el cuerpo: a) Aumenta la velocidad angular. b) No cambia la velocidad angular. c) Disminuye la velocidad angular, pero aumenta la energía cinética. d) Aumentan la velocidad angular y la energía cinética.

10. Una bala de *20 g* que se mueve horizontalmente con velocidad *v* choca y queda incrustada en el extremo inferior de una varilla de *20 cm* de longitud y *0.5 kg*. La varilla se encuentra inicialmente en reposo en posición vertical, suspendida por un pivote ubicado en su extremo superior alrededor del cual puede girar libremente. a) Calcular la velocidad mínima de la bala para que la varilla gire un ángulo de *180°*. b) Calcular la energía mecánica perdida en la colisión. c) ¿Se conserva la cantidad de movimiento del sistema bala + varilla en la colisión? En caso contrario, ¿qué agente externo ejerce una fuerza sobre el sistema? ¿Qué dirección tiene esta fuerza? d) Idem a), pero en el caso de que la velocidad de la bala forma un ángulo de *30°* con la horizontal.

11. Un hombre sostiene una bola de *7 kg* de forma tal que su antebrazo forma con el brazo un ángulo de 90 grados como se muestra en la Figura 4. a) Tomando como sistema de estudio el antebrazo más la mano, determinar el torque ejercido por la bola respecto del punto de articulación del codo (punto O en la figura). b) Despreciando el peso del antebrazo, calcular la magnitud de la fuerza $\mathbf{F}_b$ que debe ejercer el bíceps para poder sostener la bola. Compararla con la magnitud de la fuerza de contacto ejercida por la bola sobre la mano. c) Calcular el módulo y la dirección de la fuerza ejercida sobre el antebrazo en el punto de articulación O.

12. La Figura 5 muestra las fuerzas ejercidas por el suelo y por el tendón de Aquiles sobre el pie de un hombre de 90 kg que se encuentra en cuclillas, en equilibrio. Si se desprecia el peso del pie, la otra fuerza significativa que actúa sobre éste además de $\vec{T}$ y $\overrightarrow{N}$ es la ejercida por la tibia, aplicada en el

punto O. a) Determinar el módulo de la fuerza ejercida por el tendón de Aquiles para una inclinación α=40°. b) Determinar el módulo y la dirección de la fuerza ejercida por la tibia.

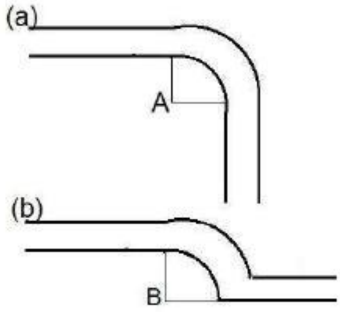


Figura 1

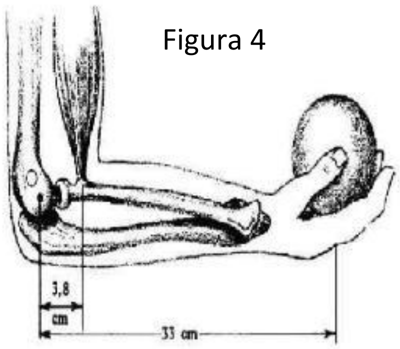
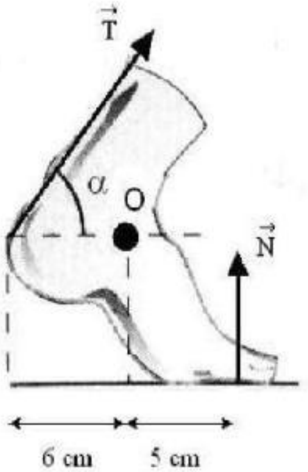
Figura 4


Figura 5


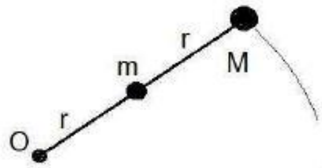


Figura 2

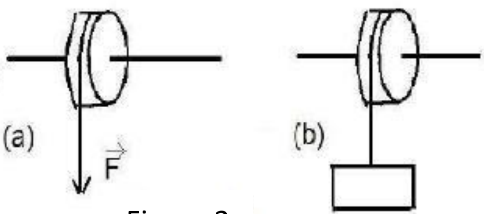


Figura 3

Ejercicios opcionales

1. a) Utilizar el teorema de Steiner para hallar el momento de inercia de una esfera maciza y uniforme de masa *M* y radio *R* respecto de un eje tangente a la esfera.

b) Calcular el momento de inercia de un cascarón esférico de radio interior *r*, radio exterior *R* y masa *M*, respecto de un eje que pasa por su centro.

c) Calcular el momento de inercia de una puerta homogénea de base *b* y altura *h*, respecto de un eje que pasa por las bisagras.

d) Calcular el momento de inercia de una placa rectangular homogénea delgada de lados *a* y *b* y masa *M*, respecto de un eje perpendicular a la placa que pasa por un vértice, y respecto de un eje paralelo al anterior que pasa por el centro de masas. Ayuda: usar el teorema de los ejes perpendiculares.

e) Calcular el momento de inercia de una moneda de masa *M* y radio *R*, respecto de un eje que pasa por un diámetro. Ayuda: Idem anterior.

2. Un cilindro homogéneo de masa *m* y radio *R* rueda hacia abajo sin deslizar sobre un plano inclinado que forma un ángulo θ con la horizontal. a) Calcular la aceleración del centro de masas del cilindro. b) Calcular la fuerza de rozamiento que ejerce el plano sobre el cilindro. c) Si el coeficiente de roce estático entre el cilindro y el plano es μ_{est}, determinar el máximo ángulo posible de inclinación para que sea posible el movimiento de rodadura sin deslizamiento. d) ¿En qué difieren estos resultados si el cilindro rueda hacia arriba?

3. Una barra horizontal delgada *AB* de peso despreciable y longitud **L** está pivotada a un muro vertical en *A* y soportada en *B* por un alambre delgado *BC* que forma un ángulo θ con la horizontal. A lo largo de la barra, un peso *W* puede moverse en cualquier dirección según se defina por la coordenada *x* desde el muro (Figura 6). Halle a) la tensión *T* en el alambre delgado en función de *x*, b) las componentes horizontal y vertical de la fuerza ejercida sobre la barra por el pivote en *A*. c) Si $L=2.76m$, $W=315N$ y $\theta=32°$ y el alambre puede soportar una tensión máxima de *520N*, i) ¿Cuál es la distancia máxima x posible antes de que el alambre se rompa? ii) ¿Cómo se modificaría esta distancia si la barra tiene un peso de *194N*?

4. Una máquina de Atwood tiene dos cuerpos de masas $m_1=500g$ y $m_2=510g$, unidos por una cuerda de masa despreciable que pasa por una polea sin rozamiento (figura 7). La polea es un disco uniforme de masa *50g* y un radio de *4cm*. La cuerda no se desliza sobre la polea. a) Hallar la aceleración de las masas. b) ¿Cuál es la tensión de la cuerda que soporta a m_1? ¿Y la de la cuerda que soporta a m_2? ¿En cuánto difieren? c) ¿Cuáles serían las respuestas dadas si se hubiese despreciado la masa de la polea?

Figura 6

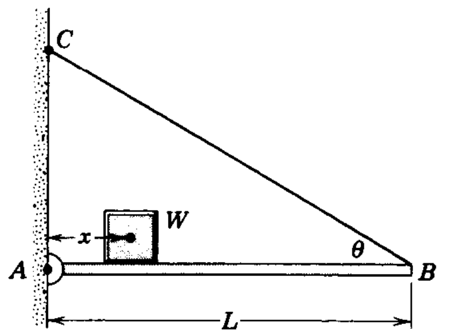


Figura 7