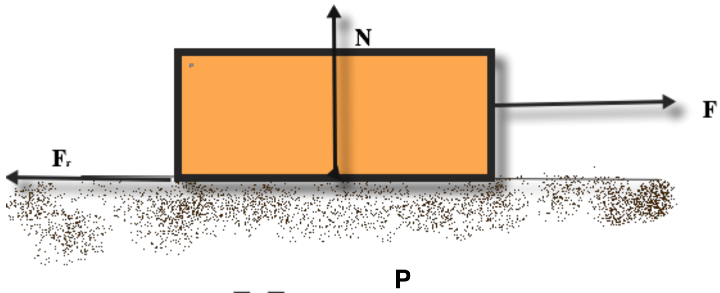
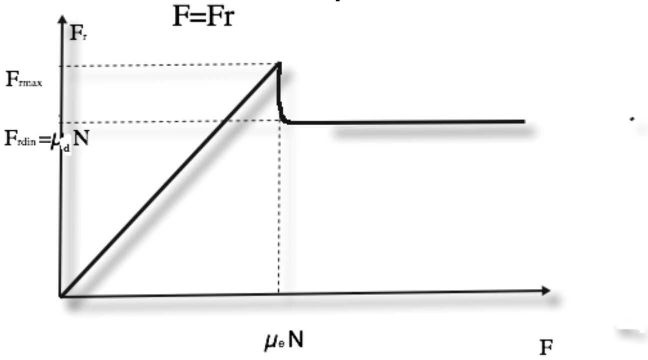
2.3 Fuerza de roce

Cuando arrojamos en movimiento un cuerpo sobre el piso o una mesa este termina frenándose, y esto se debe a lo que llamamos fuerza de roce por deslizamiento. Dicha fuerza es una manisfestación macroscópica de fuerzas eléctricas entre los átomos del cuerpo y la superficie. También existe la fuerza de roce por rodadura que es la que aparece cuando un cilindro o esfera rueda sobre una superficie, pero es más complicada y no la veremos ahora.

La fuerza de roce por deslizamiento depende de la intensidad de la fuerza normal(N) con que la superficie sostiene al cuerpo y de la naturaleza de las superficies en contacto mediante el llamado coeficiente de roce(μ). Además dicha fuerza de roce depende si ya el cuerpo se puso en movimiento o no ya que es bien sabido que cuando enpujamos algo al comienzo nos cuesta más ponerlo en movimiento pero luego cuesta menos mantenerlo. Experimentalmente puede hacerce una determinación de la fuerza de roce si medimos la fuerza que nos cuesta poner en movimiento un cuerpo con una fuerza $\boldsymbol{F}$





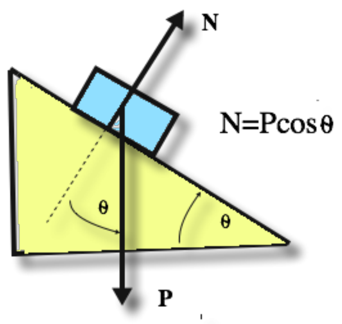
Lo que nos dice esta figura es que mientras la fuerza que hagamos no supere un valor máximo estático de la fuerza de roce $F_{rmax} = \mu_e N$ en cuerpo no se moverá y que la fuerza de roce en ese rango es igual en intensidad y opuesta a la que hacemos para mover el cuerpo. Una vez puesto en movimiento la fuerza de roce adquiere un valor menor $F_{rdin} = \mu_d N$, pues $\mu_{din} < \mu_e$ independientemente de la fuerza que hagamos. Es decir

$$F_r = \begin{cases} F, F \leq \mu_e N \\ \mu_d N, F > \mu_e N \end{cases}$$

Aqui presentamos algunos valores para el coeficiente de roce

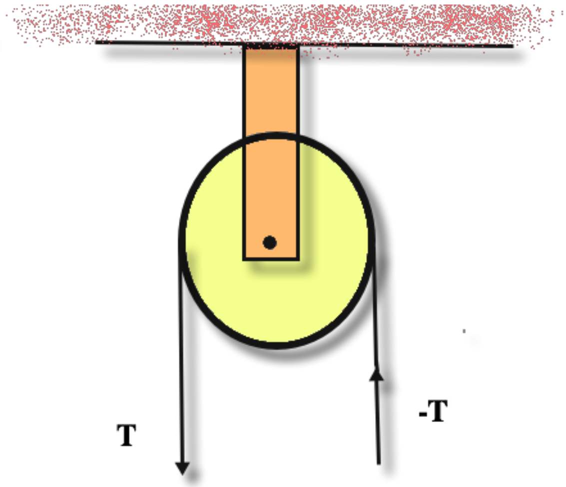
$materiales$	μ_e	μ_d
$acero/acero$	0.74	0.57
$aluminio/acero$	0.61	0.47
$teflón/acero$	0.04	0.04
$goma/hormigón$	1.0	0.8
$vidrio/vidrio$	0.94	0.40
$cobre/acero$	0.53	0.36

Es importante observar que no siempre la normal que ejerce la superficie para sostener el cuerpo es igual a su peso, ésto depende de la inclinación de la superficie de apoyo($N = |\mathbf{N}|, P = |\mathbf{P}|$)

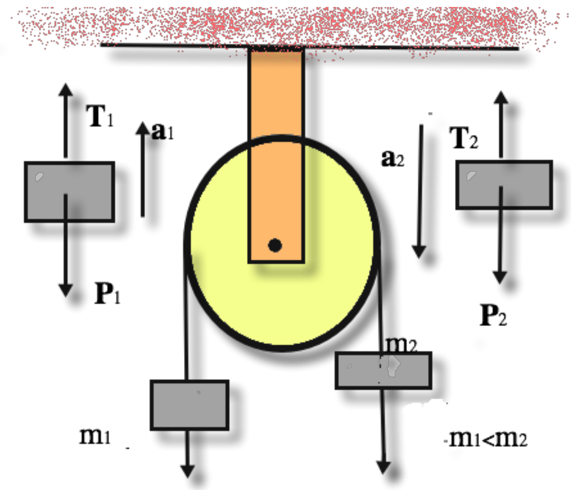


2.4 Maquina de Atwood

Otro elemento importante en los problemas que vamos a resolver son las poleas, que cambian de dirección pero no de intensidad la fuerza aplicada siempre y cuando las consideremos de masa despreciable, sin roce en su eje y además la cuerda usada debe ser inextensible y de masa despreciable también



Analicemos ahora la dinámica de una polea a la cual se le cuelgan dos masas m_1 y m_2 determinando la aceleración que adquieren al liberar el sistema



Donde hemos realizado el diagrama de cuerpo libre de cada masa imaginándolas separadamente. Si consideramos nuestro eje positivo hacia arriba tendremos $\mathbf{P}_1 = (0, -m_1 g), \mathbf{P}_2 = (0, -m_2 g), \mathbf{T}_1 = (0, T), \mathbf{T}_2 = (0, T), \mathbf{a}_1 = (0, a), \mathbf{a}_2 = (0, -a)$, donde hemos asumido que la cuerda es inextensible y que la polea no tiene masa y no presenta roce, de ahi la igualdad de las tensiones y que lo que suba un cuerpo es igual a lo que baje el otro salvo por el cambio de signo. Asi planteamos las ecuaciones provenientes de la 2da ley de Newton sólo según el eje y

$$
\begin{aligned}
T - m_1 g &= m_1 a \\
T - m_2 g &= m_2(-a)
\end{aligned}
$$

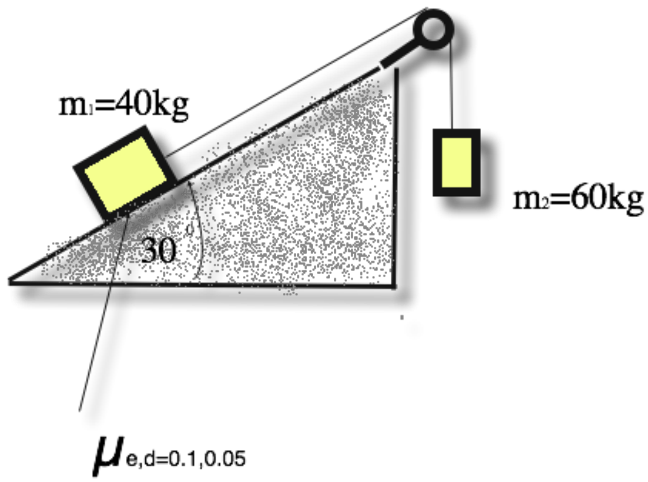
que pueden resolverse facilmente para dar

$$
\begin{aligned}
a &= \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} g \\
T &= \frac{2 m_1 m_2}{m_2 + m_1} g.
\end{aligned}
$$

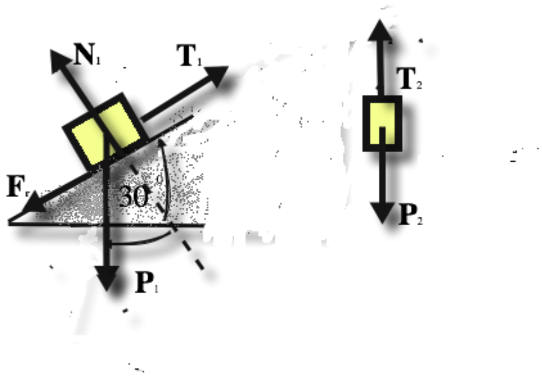
Observemos que cuando $m_2 \approx m_1$ la aceleración es mucho mas pequeña que g y el tiempo de caida puede medirse con cierta precisión, de esta manera como es un movimiento de caida con aceleración constante a, si soltamos desde cierta altura h y permitimos que el cuerpo 2 toque el piso despues de cierto tiempo t tendremos $0 = h - \frac{1}{2} a t^2$ de donde $a = \frac{2h}{t^2} = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} g$ y asi $g = \frac{2h}{t^2} \frac{m_2 + m_1}{m_2 - m_1}$, que permite de hacer una determinación experimental de g midiendo altura y tiempo de caida.

Ejemplo:

Determinar hacia donde se mueve el sistema de la figura y cual es la aceleración conque se mueven los cuerpos suponiendo que la polea es sin masa, roce y la cuerda inextensible. Determinar la masa mímima de 2 para que baje.



Supongamos hacer el diagráma de cuerpo libre para cada masa



Hemos supuesto que el cuerpo 1 se moverá hacia arriba y por esto hemos puesto las fuerza de roce hacia abajo oponiendose al movimiento, y si el resultado es el opuesto nos dará una fuerza de roce con signo opuesto. Planteamos la 2da ley para cada uno como partícula tomando el eje x para el 1 paralelo al plano y positivo hacia arriba, y el eje y del segundo positivo hacia arriba, teniendo

$$\begin{aligned} -F_r + T - P_1 sen30^0 &= m_1 a \\ N_1 - P_1 cos30^0 &= 0 \\ T - P_2 &= -m_2 a \end{aligned}$$

con

$$
\begin{aligned}
P_1 &= m_1 g \\
P_2 &= m_2 g \\
F_r &= \mu_d N_1 = \mu_d P_1 cos30^0
\end{aligned}
$$

si reemplazamos ésto en la primera obtendremos (hemos supuesto que hay movimiento por ésto uso μ_d)

$$
\begin{aligned}
-\mu_d m_1 g cos30^0 + T - m_1 g sen30^0 &= m_1 a \\
T - m_2 g &= -m_2 a
\end{aligned}
$$

que es un sistema de dos ecuaciones con dos incognitas para determinar T, a

$$
\begin{aligned}
a &= \frac{-\mu_d m_1 g cos30^0 - m_1 g sen30^0 + m_2 g}{m_1 + m_2} \\
&= \frac{-\mu_d m_1 cos30^0 - m_1 sen30^0 + m_2}{m_1 + m_2} g \\
&= \frac{-0.05\,40kg\,0.86 - 40kg\,0.5 + 60kg}{100kg} g \\
&= 0.38g = 3.75m/seg^2 \\
T &= m_2(-a + g) = 60kg\,7.03m/seg^2 = 363N
\end{aligned}
$$

que es positiva, confirmando nuestra suposición del movimiento. Finalmente para que el cuerpo 2 baje se debe cumplir que($a > 0$)

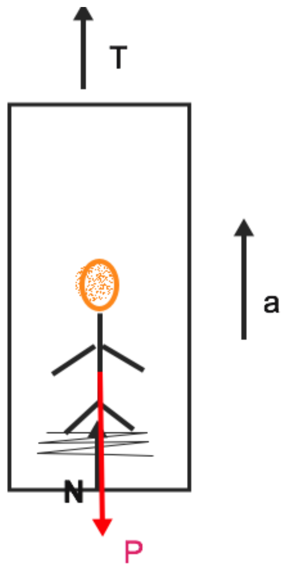
$$
\begin{aligned}
-F_{rmax} + T - P_1 sen30^0 &> 0 \\
T &> P_1 sen30^0 + F_{rmax}
\end{aligned}
$$

pero como $T = m_2(g - a) < m_2 g$ tendremos

$$
\begin{aligned}
m_2 g > T &> P_1 sen30^0 + F_{rmax} = m_1 g sen30^0 + N_1 \mu_e \\
m_2 &> \frac{40kg\,0.5 + 40kg\,cos30^0\,0.1}{\cancel{g}} \cancel{g} = 23.44kg.
\end{aligned}
$$

Ejemplo:

Consideremos como último ejemplo el problema del ascensor donde una persona esta sobre una balanza que de acuerdo a como se mueva el ascensor tendra indicaciones diferentes (N)



Si planteamos la 2da ley de Newton al pasajero tendremos

$$N - P \quad = \quad ma = \frac{P}{g}a \Rightarrow N = P(1 + \frac{a}{g})$$

vemos entonces que dependiento del signo la aceleración del ascensor tendremos indicaciones mayores o menores que el peso. También podemos aplicar la 2da ley al ascensor que lo pensamos con una masa igual a la del ascensor más la del pasajero

$$T \quad = (m + M) \quad a,$$

donde la normal y su reacción son fuerzas internas que se cancelan y no aparecen.