

FE3-00. TRATAMIENTO DE NÚMEROS

Objetivos:

1. Revisión de criterios para operar con cifras significativas en medidas experimentales y cálculos ^[1].
2. Resolución de problemas ^[1,2].
3. Puesta en común de los conceptos básicos sobre errores experimentales ^[3].
4. Resolución de problemas ^[1,2].

1. Cifras significativas

i) En medidas experimentales.

Las cifras significativas en un número son todas las cifras que se obtienen en un proceso de medida y que excluyen aquellos ceros que se agregan para ubicar el punto decimal.

En la Tabla, el número 2, por ejemplo, implica que el valor medido está entre 1.5 y 2.5, y la precisión es 0.5/2 o 25%.

| Valor medido | Número de cifras significativas | Comentarios |
|---------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| 2 | 1 | Implica precisión 25% |
| 2.0 | 2 | Implica precisión 2.5% |
| 2.00 | 3 | Implica precisión 0.25% |
| 0.136 | 3 | El cero indica el punto decimal |
| 2.484 | 4 | |
| 2.483×10^3 | 4 | |
| 310 | 2 o 3 | Ambiguo |
| 3.10×10^2 | 3 | No hay ambigüedad |
| 3.1×10^2 | 2 | |

Una medida y su error experimental deberán tener sus últimos dígitos significativos en la misma ubicación (relativo al punto decimal). Ejemplos: a) 54.1 ± 0.1 , b) 121 ± 4 , c) 8.764 ± 0.002 y d) $(7.63 \pm 0.10) \times 10^3$.

ii) En cálculos.

El número correcto de cifras significativas en un resultado final se obtiene via cálculo de errores. Sin embargo, este cálculo lleva tiempo y generalmente se pospone en las experiencias de laboratorio. En tales situaciones, uno debería mantener un número suficiente de cifras significativas que no haya peligro de error de redondeo, pero no demasiadas para no complicar las operaciones.

Ejemplo:

$$0.91 \times 1.23 = 1.1 \text{ (MAL)}$$

En este caso, los números 0.91 y 1.23 se conocen al 1%, mientras que el resultado, 1.1, está definido al 10%. En este caso extremo, la exactitud del resultado queda reducida en un factor 10 debido a error de redondeo.

En el producto:

$$0.91 \times 1.23 = 1.1193 \text{ (MAL)}$$

Los dígitos extra, que no son realmente significativos, son innecesarios y pueden llevar a la interpretación incorrecta de una elevada precisión (0.01%)

En cambio:

$$0.91 \times 1.23 = 1.12 \text{ (BIEN)}$$

$0.91 \times 1.23 = 1.119$ (MENOS BIEN, PERO AUN ACEPTABLE)

En la multiplicación y la división es aceptable mantener el mismo número de cifras significativas que contenga el factor menos preciso. Ejemplos:

$2.6 \times 31.7 = 82$ (NO: 82.42 u 82.4)
 $5.3 / 748 = 0.0071$ (NO: 0.007085)

En la suma y resta:

$51.4 - 1.67 = 49.73$ >> 49.7 (redondeo)
 $7146 - 12.8 = 7133.2$ >> 7133 (redondeo)
 $20.8 + 18.72 + 0.851 = 40.371$ >> 40.4 (redondeo)
 $1.4693 + 10.18 + 1.062 = 12.7113$ >> 12.71 (redondeo)

2. Resolución de problemas.

1. Dado el siguiente conjunto de números: (976.45), (84,000), (0.0094), (301.07), (4.000), (10), (5280), (400.), (4.00 x 10²), (3,010 x 10⁴), complete la Tabla indicando:

- a) números,
- b) cuántas cifras significativas tiene?,
- c) cuál es el dígito más significativo?,
- d) cuál es el dígito menos significativo?,
- e) número redondeado a dos dígitos significativos.

| a) | b) | c) | d) | e) |
|----|----|----|----|----|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

2. Los cálculos posteriores a diferentes experimentos arrojan los siguientes valores y posibles errores. Redondee de acuerdo a criterios usuales usando potencias de 10 donde sea apropiado:

- a) 54.37 ± 0.0882 ; b) 0.05638 ± 0.0006 ; c) 2.735 ± 0.148 ;
- d) $15,725 \pm 520$; e) 0.0003829 ± 0.000027 ; f) 7.82 ± 0.074215

3. Un criterio aceptado para reportar resultados de experimentos y posterior propagación de errores es que el error de aproximación en los cálculos sea pequeño (del orden de 1/10) respecto al error experimental (ver Bibliografía).

Un estudiante reporta $g = 9.6368152 \text{ m/s}^2$. Suponiendo que no haya errores sistemáticos y que el máximo error estadístico sea 0.23 m/s^2 , escriba usted cómo debe reportarse el resultado: a) $9.6(0.2)$, b) $9.64(0.23)$ c) $9.637(0.230)$.

3. Errores.

Puesta en común del contenido de la referencia [3].

4. Resolución de problemas.

4. Calcular: a) el valor medio, b) el desvío estándar, c) el desvío estándar de la media, d) el error porcentual, y e) el resultado a ser reportado.

Los datos corresponden a un conjunto de medidas de la longitud de una hoja de papel, hecha con una regla de 30 cm:

| | | |
|---------------|---------------|---------------|
| L1 = 27.94 cm | L2 = 27.96 cm | L3 = 27.99 cm |
| L4 = 27.97 cm | L5 = 28.00 cm | L6 = 27.93 cm |
| L7 = 27.96 cm | L8 = 27.98 cm | |

Respuestas: a) 27.97 cm, b) 0.02 cm, c) 0.01 cm, d) 0.04 %, e) $27.97 \pm 0.01 \text{ cm}$

5. Propagación de errores I (Sumas y restas).

a) Se midieron tres longitudes y se estimaron sus errores:

$$L1 \pm DL1 = 23.5 \pm 0.1 \text{ cm} \quad L2 \pm DL2 = 17.8 \pm 0.2 \text{ cm} \quad L3 \pm DL3 = 93.9 \pm 0.2 \text{ cm}$$

Verificar que: $L1 + 2 L2 - L3$ resulta: $-34.8 \pm 0.5 \text{ cm}$

b) Se midieron dos intervalos de tiempo y sus errores son:

$$T1 \pm DT1 = 0.743 \pm 0.005 \text{ seg} \quad T2 \pm DT2 = 0.384 \pm 0.005 \text{ seg}$$

Verificar que: $2 T1 + 5 T2$ resulta: $3.406 \pm 0.027 \text{ seg}$

6. Propagación de errores II (Multiplicación y división).

a) Se quiere calcular la fuerza gravitacional con la expresión de Newton ($F = Gm_1 m_2 / r^2$) y los valores medidos y sus errores son:

$$\begin{aligned} m_1 \pm dm_1 &= 19.7 \pm 0.2 \text{ kg} \\ m_2 \pm dm_2 &= 9.4 \pm 0.2 \text{ kg} \\ r \pm dr &= 0.641 \pm 0.009 \text{ m} \\ G &= 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \end{aligned}$$

Verificar que el resultado es: $F \pm dF = (3.0 \pm 0.1) \times 10^{-8} \text{ N}$

b) Se quiere calcular el índice de refracción de un vidrio, n_v , usando la ley de refracción de Snell:

$$n_v = n_1 (\text{sen } \theta_1) / (\text{sen } \theta_2)$$

donde los valores medidos y sus errores son:

$n_1 = \text{índice de refracción del aire} = 1.000$

$\theta_1 \pm d\theta_1 = 61 \pm 2^\circ$

$\theta_2 \pm d\theta_2 = 36 \pm 1^\circ$

Verificar que el resultado es: $n_v \pm dn_v = 1.5 \pm 0.1$

Bibliografía.

- [1]. "The Art of Experimental Physics". D.W. Preston and E. R. Dietz. John Wiley & Sons, Inc (1991). Pags. 16-17
- [2]. "Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences". P. Bevington and D.K. Robinson, McGraw Hill Inter.Ed. (1994)
- [3]. "Teoría de errores. Incertezas de medición". *Física re-Creativa*. S.Gil y E. Rodríguez. Material disponible en la Web, en el sitio:
<http://www.fisicarecreativa.com/guias/capitulo1.pdf>
reproducido en la página web de la materia.