RESISTENCIA ELECTRICA: Voltímetro -Amperímetro

Medicion de resistencias por el metodo voltímetro-amperímetro

CONTENIDOS

Voltímetro – Amperímetro. Conexión Corta y Larga. Error sistemático de consumo y debido a la clase. R_m y R_{mo} . Errores casuales. Operatoria y precauciones.

OBJETIVOS

- ***Determinar el valor de una resistencia desconocida por medio del método voltímetro - amperímetro.***
- ***Calcular los errores sistemáticos y casuales cometido en la medición de la resistencia por el método voltímetro-amperímetro.***
- ***Comparar la eficiencia de este método respecto a otros.***

IV.1 FUNDAMENTOS TEORICOS

Este método consiste en la aplicación directa de la ley de Ohm, midiendo la corriente I_m que circula a través de una resistencia incógnita, y simultáneamente la caída de tensión V_m originada por la circulación de dicha corriente. Si no se tiene en cuenta la perturbación que los instrumentos introducen en el circuito, la resistencia desconocida será:

$$R_m = \frac{V_m}{I_m} \qquad (1)$$

Debido a la utilización de un voltímetro para obtener V_m y de un amperímetro para medir I_m, el sistema presenta las siguientes indeterminaciones:

IV.1.1 Error sistemático debido al consumo de los instrumentos

El valor de la resistencia R_m obtenido como cociente entre V_m (lectura del voltímetro) e I_m (lectura del amperímetro) está afectado de un error sistemático debido al consumo propio de los instrumentos. Para poder conocer el valor real R debemos conocer la magnitud del error (ΔR), de esta forma obtenemos:

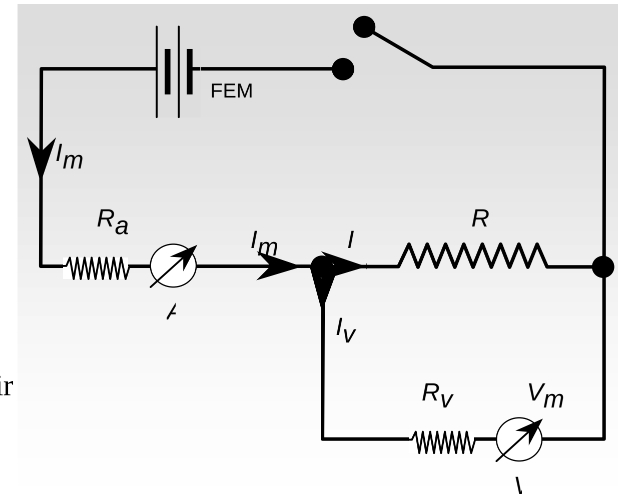
$$R = R_m \pm \Delta R \qquad (2)$$

Hay dos forma posibles de conectar el voltímetro en relación a la posición del amperímetro: una de ellas es la "conexión corta" y la otra la "conexión larga"

a) Conexión corta:

El circuito eléctrico en este caso sería el mostrado en la figura.

En este tipo de conexión, los bornes del voltímetro se conectan directamente a los bornes de la resistencia a medir.



Las referencias de las figura son:

R = resistencia a medir

R_v = resistencia interna del voltímetro

R_a = resistencia interna del amperímetro

I_m = corriente medida por el amperímetro

I = corriente que circula por la resistencia a medir

I_v = corriente de consumo del voltímetro

V_m = tensión leída en el voltímetro

Si aplicamos la ley de Ohm en forma directa con los valores leídos por los instrumentos obtenemos un valor para la resistencia medida:

$$R_m = \frac{V_m}{I_m} \qquad (3)$$

Ahora bien, $V_m = V$ es realmente la caída de tensión en los bornes de la resistencia, pero:

$$I_m = I + I_v \qquad (4)$$

Es decir, la corriente leída en el amperímetro es la suma de la corriente I que realmente circula por la resistencia y que produce la caída de tensión V, más I_v, corriente de consumo del voltímetro. El valor real de la resistencia es:

$$R = \frac{V}{I} \qquad (5)$$

y nosotros por aplicación directa de las lecturas obtenemos la (3):

$$R_m = \frac{V_m}{I_m} = \frac{V}{I + I_v} \qquad (6)$$

En consecuencia, $R_m < R$ (la resistencia obtenida por cociente de las lecturas es menor que el valor real de R); y el error cometido es:

$$\Delta R = R_m - R = \frac{V_m}{I_m} - \frac{V}{I} \qquad (7)$$

Pero como $V_m = V$ e $I_m = I + I_v$

$$\Delta R = \frac{V}{I + I_v} - \frac{V}{I} = \frac{V(I - I - I_v)}{I(I + I_v)}$$

$$\Delta R = \frac{-V \cdot I_v}{I(I+I_v)} \qquad (8)$$

Pero: $\frac{V}{I} = R$; $\qquad I_v = \frac{V}{R_v}$; $\qquad I+I_v = I_m = \frac{V}{R_m}$ remplazamos en (8) resulta

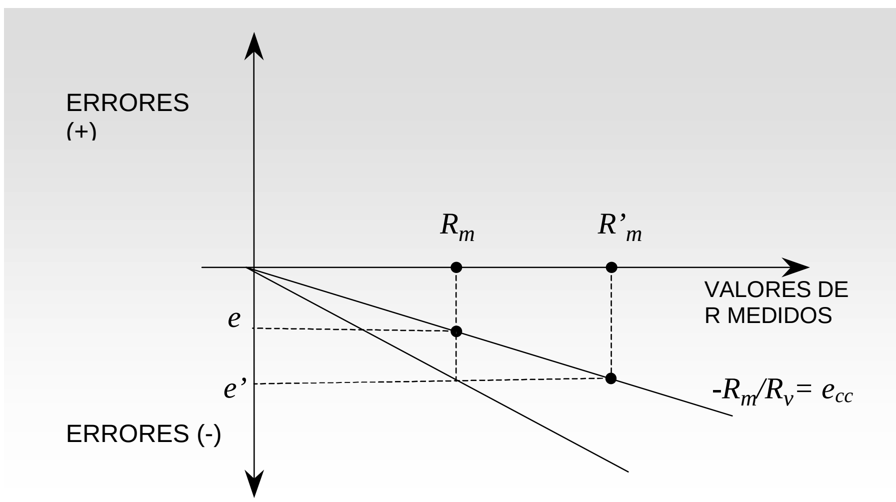
$$\Delta R = \frac{-R.V / R_v}{V / R_m} = \frac{-R.R_m}{R_v} \qquad (9)$$

Por lo tanto, el error relativo sistemático cometido al realizar la conexión corta vale:

$$e_{cc} = \frac{\Delta R}{R} = -\frac{R_m}{R_v} \qquad (10)$$

Observamos que el signo de e_{cc} es negativo, es decir, cometemos un error por defecto y que el valor del e_{cc} es tanto menor, cuanto mayor es el valor de R_v. Por lo tanto, un buen voltímetro debe tener una resistencia interna elevada.

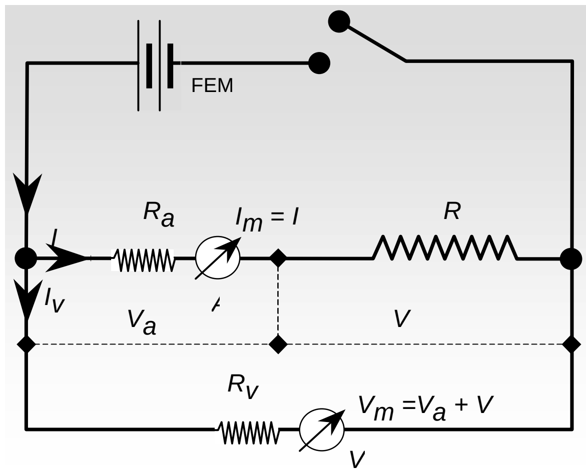
Si representamos gráficamente la relacción (10) tomando R_m como variable independiente obtendremos:



Observamos en la gráfica que: si para un mismo voltímetro, se aumenta el valor de la resistencia incógnita (de R_m a R_m'), también aumenta el valor del error; de igual forma, si para una misma resistencia incógnita, variamos el tipo de voltímetro (por ejemplo otro de menor R_v) aumentamos el valor del error (en valores absolutos de e a e')

b) Conexión larga:

El circuito a utilizar es este caso es el siguiente:



Las referencias son:

V = caída de tensión en los bornes de la resistencia a medir

R = resistencia incógnita

V_a = caída de tensión en los bornes del amperímetro

V_m = V + V_a = caída de tensión total que se produce en la resistencia a medir

En este caso, los bornes del voltímetro se conectan a puntos que comprenden no solo los bornes de la resistencia R a medir, sino tambien la resistencia del amperímetro. Como se observa, en este tipo de conexión la corriente leída en el amperímetro I_m es la misma que circula por la resistencia a medir R y en consecuencia $I_m = I$; es decir, la lectura del amperímetro es correcta.

Pero la lectura del voltímetro V_m no es correcta dado que mide no solo la caída de tensión en la resistencia a medir V, sino que mide también la caída de tensión en la resistencia del amperímetro V_a.

$$V_m = V + V_a \qquad (11)$$

Si calculamos la resistencia aplicando la ley de Ohm, tomando como valores las lecturas obtenidas, tendremos:

$$R_m = \frac{V_m}{I_m} = \frac{(V+V_a)}{I} = \left(\frac{V}{I}\right) + \left(\frac{V_a}{I}\right) \qquad (12)$$

pero $\frac{V}{I} = R$ *y* $\frac{V_a}{I} = R_a$ por lo tanto:

$$R_m = R + R_a$$

Es decir el valor obtenido R_m va a diferir del valor real R en la cantidad R_a.

Luego, el valor real de R:

$$R = R_m - R_a \qquad (13)$$

Vemos que si R_a es muy pequeño, $R_a \cong 0$, entonces $R \cong R_m$; por lo tanto, un buen amperímetro debe tener una resistencia interna muy pequeña.

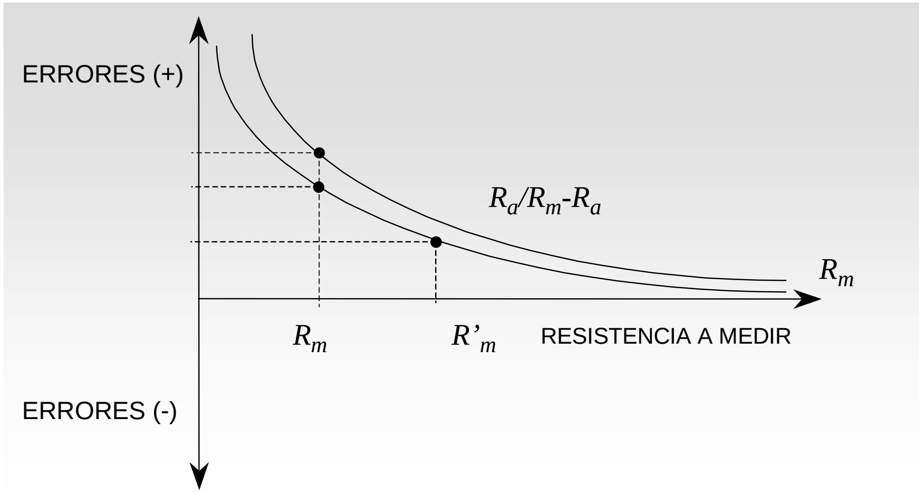
El error que cometemos en la conexión larga es:

$$\Delta R = R_m - R = R_a \qquad (14)$$

siendo este error por exceso; el error relativo será:

$$e_{c.l} = \frac{\Delta R}{R} = \frac{R_a}{R} = \frac{R_a}{(R_m - R_a)} \qquad (15)$$

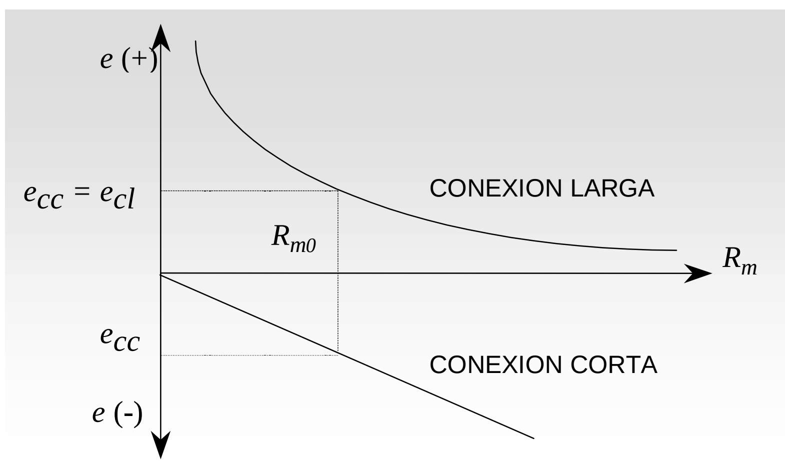
Representado gráficamente la expresión anterior (15), tomando como variable independiente R_m, obtenemos:



Observamos en la gráfica que, a medida que aumenta el valor de la resistencia que tenemos como incógnita, disminuye el error que se comete usando este tipo de conexión; de igual manera; disminuirá si tenemos un valor pequeño de resistencia interna del amperímetro. Si tenemos dos amperímetros, uno con resistencia interna mayor que el otro, y medimos una misma resistencia, tendremos dos valores de errores (mayor error con el de mayor R_a)

Entonces: que conexión usar?

Si graficamos ambos errores en un mismo eje de coordenadas, tendremos:



Observamos que, en valor absoluto, el error por consumo ya sea en conexión corta o larga es igual en un determinado punto; o sea, existe un valor de R_m llamado R_{mo} tal que el error absoluto por consumo es igual, cualquiera sea la conexión utilizada. Pero, si el valor dela resistencia a medir es menor que R_{mo} conviene utilizar la conexión corta. A la inversa, si R_m es mayor que R_{mo}, convendrá usar la conexión larga.

IV.1.2 Determinación del valor de R_{mo}

Si la conexión es corta, tendremos que el error vale:

$$e_{cc} = -\frac{R_m}{R_v}$$

y si la conexión es larga, valdrá:

$$e_{c.l} = \frac{R_a}{(R_m - R_a)}$$

Igualando estas dos expresiones, tendremos:

$$\frac{-R_m}{R_v} = \frac{R_a}{(R_m - R_a)} \qquad (16)$$

y tomando valores absolutos, nos quedará al fin una expresión del tipo $ax^2 + bx + c = 0$ (ecuación de segundo grado):

$$R_{mo}\,(R_{mo} - R_a) = R_a .\, R_v \qquad (17)$$

$$R_{mo}^2 - R_a R_{mo} - R_a R_v = 0 \qquad (18)$$

donde $a = 1$
$b = -R_a$
$c = -R_a R_v$

$$R_{m0} = \frac{R_a \pm \sqrt{R_a^2 - (-4 R_a\, R_v)}}{2} \qquad (19)$$

Si los instrumentos son relativamente buenos, $R_v >>> R$ y $R_a <<< R$; luego, $R_v >>> R_a$, y la ecuación (19) se puede escribir en forma aproximada, así:

$$R_{m0} \cong \sqrt{R_a \,.\, R_v} \qquad (20)$$

En consecuencia, dados el par de instrumentos a utilizar, queda definido R_{mo}, y si por estimación o utilizando algún método auxiliar (ohmímetro) conocemos el orden de magnitud de R (valor aproximado), sabremos inmediatamente que tipo de conexión hay que utilizar. Una vez realizadas las mediciones, se calcula R_m mediante:

$$R_m = \frac{V_m}{I_m}$$

Y este valor se corrige de acuerdo al consumo de los instrumentos teniendo en cuenta el tipo de conexión utilizada.

IV.1. 3 Error sistemático debido a la clase de los instrumentos

Con el método expuesto anteriormente corregimos el error sistemático debido al consumo propio de los instrumentos, pero aún tenemos que tener en cuenta que el valor de la resistencia ha sido calculado como una función de los valores leídos:

$$R_m = \frac{V_m}{I_m}$$

y que tanto V_m como I_m están afectados por los errores de indicación de los propios instrumentos, que dependen de la clase de los instrumentos utilizados.

Para valorar como se trasladan los errores ΔV_m y ΔI_m de indicación de los instrumentos al valor de R_m, calculamos el diferencial de la función, es decir, el incremento que experimenta la función para pequeñas variaciones en los valores de V_m y de I_m.

$$\partial R_m = \frac{\partial V_m}{I_m} - V_m \frac{\partial I_m}{I_m^2}$$

pasando de los diferenciales a los incrementos finitos, pero pequeños:

$$\Delta R_m = \frac{\Delta V_m}{I_m} - \frac{V_m}{I_m^2} \cdot \Delta I_m$$

En realidad no conocemos el signo de los errores de indicación de los instrumentos, por lo tanto, nos ubicamos en el caso más desfavorable que será aquel que hace máximo a ΔR_m

$$\Delta R_m = \frac{\Delta V_m}{I_m} - \frac{V_m}{I_m^2} \cdot \Delta I_m$$

y el error relativo que se comete debido a la clase de los instrumentos, es:

$$e_{clase} = \frac{\Delta R_m}{R_m} = \frac{\Delta V_m}{\frac{V_m}{I_m} I_m} + \frac{V_m}{\frac{V_m}{I_m} I_m^2} \Delta I_m$$

$$e_{clase} = \frac{\Delta R_m}{R_m} = \frac{\Delta V_m}{V_m} + \frac{\Delta I_m}{I_m} \qquad (21)$$

Es decir, el error relativo e_{clase} en la determinación de R, depende de la suma de los errores relativos de cada uno de los instrumentos.

Si tenemos en cuenta que V_m y I_m depende de la clase del .instrumento utilizado, observamos que el error relativo e_{clase} será tanto menor cuanto mayores sean V_m e I_m compatibles con las escalas utilizadas. Es decir, tendremos que tratar de utilizar los instrumentos a fondo de escala cuidando que la intensidad I que hacemos circular por la resistencia no produzca una elevación de la temperatura que haga variar el valor de la misma.

En la práctica, la ecuación anterior (10) puede ser escrita así:

$$e_{clase} = e_{clase\ voltí} + e_{clase\ amperí} \qquad (22)$$

$$e_{clase\ voltímetro} = \frac{N^{o}\ clase.Fondo\ de\ escala\ (voltímetro)}{\overline{V}_{med}\ .\ 100} \qquad (23)$$

$$e_{clase\ amperímetro} = \frac{N^{o}\ clase.Fondo\ de\ escala\ (amperímetro)}{\overline{I}_{med}\ .\ 100} \qquad (24)$$

IV.1.4 Errores accidentales o casuales

Los errores accidentales pueden ser calculados, previa determinación de R (promedio de las mediciones efectuadas):

$$\overline{R} = \frac{\sum R_i}{n^{o}\ mediciones} \qquad (25)$$

en valor absoluto será:

$$\begin{pmatrix} \text{error medio} \\ \text{del promedio} \end{pmatrix} \qquad E_{acc} = \sqrt{\frac{\sum(\overline{R}-R_i)^2}{n(n-1)}} \qquad (26)$$

y su valor relativo:

$$e_{acc} = \frac{E_{acc}}{\overline{R}} = \sqrt{\frac{\sum(\overline{R}-R_i)^2}{n(n-1)}} \,/\, \overline{R} \qquad (27)$$

IV.1.5 Verdadero valor de la resistencia medida

Para obtener este valor, se tendrán en cuenta todos los errores mencionados anteriormente:

$$\overline{\overline{R}} = \overline{R} \pm \overline{R}(e_{consumo} \pm e_{clase} \pm e_{acc})$$

donde: $e_{consumo}$ = error de consumo de los instrumentos
e_{clase} = error de clase de los instrumentos
$e_{acc.}$ = errores accidentales.

Si la conexión es corta:

$$\overline{\overline{R}} = \overline{R} + \overline{R}\cdot e_{consumo} \pm \overline{R}(e_{clase} \pm e_{acc}) \qquad (28)$$

$$\overline{\overline{R}} = \overline{R}\left[\left(1+e_{consumo}\right) \pm (e_{clase} + e_{acc})\right] \qquad (29)$$

Si la conexión es larga:

$$\overline{\overline{R}} = \overline{R} - \overline{R}\cdot e_{consumo} \pm \overline{R}(e_{clase} + e_{acc}) \qquad (30)$$

$$\overline{\overline{R}} = \overline{R}\left[(1-e_{consumo}) + (e_{clase} + e_{acc})\right] \qquad (31)$$

IV. 2 PROCEDIMIENTOS

Materiales y equipos utilizados

Amperímetro:

Amperímetro	Clase	Resistencia Interna (Ω)

Voltímetro:

Voltímetro	Clase	Sensibilidad (Ω/V)	Fuente de tensión (V)	Resist. incógnita (aprox) (Ω)

Otros

<u>Datos y cálculos previos</u>

Tensión a utilizar:.........................Volts (c.c)

Corriente que circulará:

$I = \frac{V}{R} = \frac{\qquad}{\qquad} =$ ....Amp. (aprox)

Fondo de escala del amperímetro:… A

Fondo de escala del voltímetro:…… V

Resist. int. del voltímetro= Sensibilidad x Fondo de escala del voltímetro

=……Ω

Cálculo del R_{mo}:

$R_{m0} \cong \sqrt{R_a \cdot R_v} = \sqrt{\qquad}\ \Omega =$........Ω

Se usará conexión:...........................

Tabla de valores medidos y calculados

Nº	V_m	I_m	R_m	$(\overline{R}_m - R_i)$	$(\overline{R}_m - R_i)^2$
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					
7.					
8.					
9.					
10.					
11.					
12.					
	$\overline{V}_m =$	$\overline{I}_m =$	$\overline{R}_m =$		$\sum(\overline{R}_m - R_i)^2 =$

<u>Cálculo de los errores</u>

a) <u>Errores de consumo</u>:

$$e_{cons} = \qquad\qquad\qquad\qquad = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

b) Errores de clase:

$$e_{clase} = \qquad\qquad\qquad\qquad = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

c) <u>Errores accidentales o casuales:</u>

$$e_{acc} = \frac{\sqrt{\qquad\qquad}}{\overline{R}_m} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

<u>Cálculo del verdadero valor de R</u>

Si es conexión corta:

$$\overline{\overline{R}} = \overline{R}\ \left[\ \left(1 + e_{consumo}\right) \pm\ \left(e_{clase} + e_{acc}\right)\right] =$$

Si es conexión larga:

$$\overline{\overline{R}} = \overline{R}\ \left[\left(1 - e_{consumo}\right) +\ \left(e_{clase} + e_{acc}\right)\right] =$$