

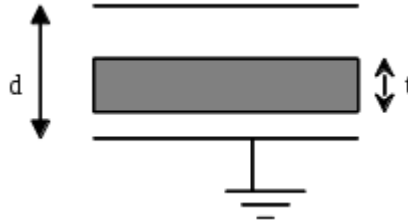
## Física III - Química (2018)

### Práctica 2

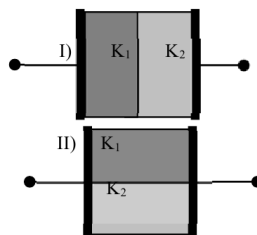
#### Conductores y dieléctricos

1. Sea un cascarón esférico conductor de radio interior  $r_1$  y radio exterior  $r_2$  conectado a tierra y en su centro hay una carga puntual  $q$ . Hallar:
  - (a) las densidades de carga en el conductor,
  - (b) el campo eléctrico dentro y fuera del cascarón ¿Existen discontinuidades en el mismo?
  - (c) el potencial eléctrico dentro y fuera del cascarón ¿Existen discontinuidades en el mismo?
2. Un condensador plano de placas con área  $A$  separadas una distancia  $d$  se carga a una diferencia de potencial  $V_1$  y luego se deja aislado.
  - (a) ¿cuánto vale la carga que hay en las placas del capacitor? ¿cuánto vale su capacidad  $C$ ?
  - (b) Si se aumenta la distancia entre placas a  $2d$ , ¿cuál será la nueva diferencia de potencial  $V_2$  entre placas? ¿y la capacidad?
  - (c) ¿En qué cantidad ha aumentado la energía almacenada en el condensador? ¿De dónde procede esta energía adicional? Verificar cuantitativamente esta última respuesta.
  - (d) Si la separación es  $d = 1\text{mm}$ , la capacidad es  $C = 2\mu\text{F}$ , y se sabe que la ruptura dieléctrica del aire se produce para  $E_{max} = 3 \times 10^6\text{V/m}$  (rigidez dieléctrica), ¿cuál es la diferencia de potencial máxima que puede haber en las placas del capacitor? ¿y la máxima carga? ¿depende esta última de la distancia entre placas?
  - (e) Si el capacitor no se hubiera aislado al separar sus placas, ¿cuánto valdría  $V_2$ , la capacidad y la carga en las placas?
3. Dos esferas metálicas, de radios  $R$  y  $r$  respectivamente (siendo  $R \gg r$ ) están inmersas en aire. Si ambas están conectadas a través de un alambre conductor delgado y largo, de forma tal que la distancia entre ellas es tan grande que la distribución de carga en una esfera no distorsiona la carga en la otra, determinar:
  - (a) ¿en la superficie de cuál de las dos esferas debería esperarse que ocurra la ruptura dieléctrica del aire?
  - (b) Razonando por analogía, ¿esperaría que la descarga en un conductor comience en superficies planas o de gran convexidad?
  - (c) ¿Cómo se relaciona esto con el diseño usual de los pararrayos?
4. (Opcional) Un conductor cilíndrico largo de radio  $R_1$  y longitud  $L$  se encuentra ubicado en el interior de un casquete cilíndrico conductor descargado de radio interno  $R_2$  y externo  $R_3$  e igual longitud  $L$  (los cilindros son coaxiales). Si la diferencia de potencial entre ambos conductores es  $V_0$ , estando el conductor interno a mayor potencial y  $L \gg R_3$ , hallar:
  - (a) las densidades de carga en los conductores,
  - (b) la capacidad del condensador cilíndrico formado por los conductores,
  - (c) la energía almacenada en el condensador,
  - (d) la fuerza que experimenta el conductor interno al ser desplazado a lo largo de su eje.
5. (Opcional) Se desea diseñar un condensador esférico vacío, con un radio dado  $a$  para la esfera externa, a fin de que almacene la máxima cantidad de energía, sujeto a la condición que el campo eléctrico en la superficie de la esfera interna tenga una intensidad que no exceda  $E_0$ . ¿Qué radio  $b$  se elegiría para la esfera conductora interna, y qué cantidad de energía almacenaría? (Solución:  $b = \frac{3}{4}a$ ;  $U_{max} = 4\pi\epsilon_0 \frac{27}{512} a^3 E_0^2$ )

6. Un condensador está formado por dos placas conductoras paralelas de área  $A$ , separadas una distancia  $d$ . Una de las placas es conectada a tierra, mientras que sobre la otra placa se deposita una carga  $Q$ .
- Calcular la diferencia de potencial entre las placas y la capacidad del sistema.
  - Si hubiera un conductor de espesor  $t$  entre las placas, como se muestra en la figura, ¿cuál será la capacidad del sistema? Comparar con el resultado hallado en (a). ¿Ha aumentado o disminuido la energía almacenada en el campo eléctrico? ¿Depende el resultado de la posición del conductor?



- Calcular la capacidad del sistema si en vez del conductor de espesor  $t$  se coloca un dieléctrico de constante  $\kappa$  entre las placas (y del mismo espesor  $t$ ).
  - ¿Variará en algo el resultado si imaginamos que el dieléctrico se reparte en dos franjas (de espesor total  $t$ ), cada una en contacto con una de las placas metálicas, de modo que el espacio vacío o *cavidad* ocupa la parte central del capacitor?
7. Dos condensadores planos de capacidad  $C$ , conectados en paralelo, son cargados a una tensión  $V$ . Se desconectan luego de la fuente de tensión, y se introduce en uno de ellos un dieléctrico de constante  $\kappa$  que llena totalmente el espacio entre las placas. Calcular:
- La carga que pasa de un condensador a otro y la tensión final en los condensadores
  - Las energías inicial y final del sistema. ¿Tiende el dieléctrico a ser absorbido o expulsado?
  - ¿Qué ocurriría si se insertara el dieléctrico sin desconectar la fuente de tensión?
8. Las Figuras I y II representan dos casos en los que a un condensador de placas le han sido incorporados dieléctricos de constantes  $K_1$  y  $K_2$  en el espacio interplacas, de forma tal que cada uno ocupa la mitad del volumen interior.



- Determinar la capacidad total en cada caso en función de la capacidad  $C_0$  del condensador vacío.
  - Suponiendo que la carga en las placas del condensador es  $Q$ , y que las mismas tienen un área  $A$ , evaluar los campos eléctrico y de desplazamiento en el interior de los dieléctricos.
  - Determinar las densidades de carga de polarización.
  - ¿Cuáles son las condiciones de contorno que deben cumplir los campos eléctrico, desplazamiento y polarización en la interfase entre los dieléctricos?
9. Una esfera dieléctrica de radio  $R$  posee una polarización uniforme  $\vec{P} = P_0 \hat{k}$ .
- Probar que la densidad de carga de polarización es  $\sigma_P = P_0 \cos(\theta)$ , con  $\theta$  el ángulo entre el vector radial y el eje  $z$ .

- (b) Probar que en puntos alejados de la esfera el potencial es  $V(r, \theta, \phi) = \frac{P_0 R^3 \cos \theta}{3\epsilon_0 r^2}$  y partir de este resultado calcular el campo eléctrico. Sugerencia: utilizar el principio de superposición aplicado al potencial dipolar.
10. Una esfera dieléctrica de radio  $R$  que posee una polarización radial  $\vec{P}(r, \theta, \phi) = P_0 \hat{r}$  se encuentra inmersa en el vacío, hallar:
- las densidades de carga de polarización y la carga total de polarización,
  - el campo eléctrico y de desplazamiento, dentro y fuera de la esfera.
11. En condiciones normales de temperatura y presión, el Ge (uno de los materiales clave en la industria de semiconductores y dispositivos electrónicos) cristaliza en una estructura análoga a la del diamante. Las uniones en este sólido son de tipo covalente, en la que cada Ge comparte sus cuatro electrones de valencia con sus cuatro vecinos (que a su vez comparten con sus vecinos, de modo que los electrones pueden —en principio— vagar por todo el material). Para que este semiconductor presente alguna utilidad es necesario *doparlo* con impurezas. “Dopar” al Ge con Ar consiste en reemplazar algunos Ge con éstos átomos, que poseen *cinco* electrones de valencia. La situación del quinto electrón es bien distinta de los otros, dado que el compartirlo dejaría al Ar cargado negativamente (semejante a la ionización de un átomo hidrogenoide).
- Dicho lo anterior, esperaríamos que la energía necesaria para arrancar al quinto electrón del Ar fuera del orden de 10 eV (es decir, algo que nunca ocurrirá a temperatura ambiente). De argumentos que expliquen por qué esa energía es en realidad mucho menor (del orden de 0.01 eV). Será útil imaginar que en lugar de un cristal se trata de un material homogéneo, como un líquido. ¿Ocurrirá esa ionización a temperatura ambiente? Especule por qué este tipo de impurezas suelen llamarse “donoras”, mientras que el B o el Ga son impurezas típicamente “aceptoras”.
  - Considerando que la constante dieléctrica de la red es  $\kappa = 16$  y que la energía de ionización del donante es 0.01 eV, hallar el tamaño de la órbita del electrón donador. Sugerencia: utilice el modelo de átomo de Bohr (donde  $E_n = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{m_e e^4}{2\hbar^2 n^2} = -\frac{13.6\text{eV}}{n^2}$  y  $r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2 n^2}{m_e e^2}$ ) y considere que (por habitar en la red cristalina antes que en el vacío) el electrón tiene una masa efectiva  $m^* = fm_e$ .
12. El gas de disulfuro de carbono, conformado por moléculas no polares, posee una susceptibilidad dieléctrica  $\chi \approx 0.0029$  a temperatura ambiente. Al bajar la temperatura y licuarse, su densidad aumenta en un factor cercano a 380 (a 0 °C).
- Suponiendo que la polarizabilidad molecular del material no cambia mucho en ese rango de temperaturas, y que la interacción entre dipolos no es importante, ¿cuál es la constante dieléctrica  $\kappa$  esperada del líquido?
  - La constante medida para este líquido toma el valor  $\kappa = 2.64$ . Si hubiera diferencias con el cálculo anterior, explique cualitativamente qué hipótesis es la que falla.

## Preguntas conceptuales

- ¿Qué es un material dieléctrico? ¿Qué materiales no son dieléctricos?
- ¿Cómo se explica que un material cargado pueda atraer a un metal neutro? ¿Y a un material aislante neutro?
- Si pongo un trozo de metal entre las placas de un condensador, ¿tiene un efecto distinto o similar al de un material dieléctrico? ¿Por qué? Basado en esta respuesta, ¿qué valor de  $\kappa$  asignaría a un metal?
- ¿La fuerza de interacción entre dos cargas puntuales se modifica si las cargas se encontrasen en un dieléctrico en vez del vacío?
- ¿El campo eléctrico tiene algún efecto en el caso en el que un material aislante no está constituido por moléculas polares?

6. Existen las cargas inducidas en la superficie de un dieléctrico o son simplemente un artificio que facilita el cálculo de las propiedades eléctricas de un dieléctrico?
7. Para un valor fijo de campo eléctrico, ¿Se guarda más energía por unidad de volumen en un material dieléctrico o en el vacío?
8. Explique cualitativamente si espera que  $\epsilon$  cambie con la temperatura, para el caso de un fluido de moléculas polares.
9. ¿Cuáles son las condiciones de borde que tienen que cumplir los campos  $\mathbf{B}$  y  $\mathbf{D}$ ? ¿Cómo se utilizan para resolver un dado problema?
10. ¿Puede un material ordenar espontáneamente los momentos dipolares de sus átomos o moléculas, sin aplicar campo eléctrico alguno? De ser posible, de un argumento cuantitativo que lo explique.
11. ¿Qué es un material ferroeléctrico? ¿Cómo se comporta la susceptibilidad en el entorno de la transición ferroeléctrica?
12. ¿Qué es un electrete? ¿Qué es un material piroeléctrico? ¿Y un piezoeléctrico?
13. Verdadero o falso:
  - a La ruptura del aire se da para un potencial de 104V.
  - b La forma de un pararrayos no es importante. Simplemente es un medio conductor que ofrece una ruta cómoda para que la carga eléctrica sea conducida hacia o desde la tierra.
  - c Puede pensarse que la energía electrostática está guardada en el volumen en el que hay campo eléctrico: la energía, de alguna manera, se guarda en el espacio.
  - ch Si hay cargas, la energía electrostática total es la energía de interacción entre las cargas más la guardada en el volumen en el que hay campo eléctrico.
  - d La constante dieléctrica  $\kappa$  depende del material y de la geometría del condensador, pero no de la carga o el potencial.
  - e En presencia de dieléctricos la fuerza eléctrica se calcula como  $q\mathbf{D}$ .
  - f Los dipolos en el volumen de un dieléctrico inducidos por el campo eléctrico de un condensador no producen campo eléctrico alguno. Solamente las cargas superficiales inducidas generan un campo.
  - g Si separo dos cargas positivas de igual valor la energía electrostática aumenta, porque ahora el campo está presente en un volumen más grande.
  - h La energía electrostática depende del cuadrado del campo, por lo que no interesa el signo de las cargas.
  - i Si separo una carga positiva de otra negativa del mismo valor, la energía electrostática aumenta.
  - j La respuesta de las cargas a un campo eléctrico tiende siempre a aumentar ese campo.
  - k El gran valor de la constante dieléctrica del agua ( $\kappa \approx 80$ ) es característica de todos los líquidos.
  - l El módulo del vector polarización  $\mathbf{P}$  es el momento dipolar por unidad de volumen.
  - ll El módulo del vector polarización  $\mathbf{P}$  es la densidad superficial de cargas en la superficie del dieléctrico perpendicular al campo.
  - m Distorsionando algunos materiales puedo inducir una polarización  $\mathbf{P}$  sin aplicar un campo, de manera que espontáneamente aparece un campo eléctrico y una diferencia de potencial.
  - n Un objeto dieléctrico neutro tiende siempre a moverse hacia regiones en donde el campo eléctrico es mayor.
  - o La constante dieléctrica de un medio tiende a aumentar marcadamente con la temperatura.
  - p En todos los casos puedo ignorar la presencia de materia: alcanza con utilizar  $\epsilon$  en lugar de  $\epsilon_0$  en las ecuaciones fundamentales de la electrostática.

- q La capacidad de un condensador depende de la diferencia de potencial.
- r Si pongo un dieléctrico entre las placas de un condensador conectado a una batería, su diferencia de potencial disminuye de modo que la capacidad aumenta en un factor  $\kappa$ .
- s El vector  $\mathbf{D}$  hace nuestra vida muy sencilla: a través de las cargas libres determino  $\mathbf{D}$ . Luego, en todos los casos,  $\mathbf{E} = \mathbf{D}/\epsilon$ .
- t Por efecto de la polarización de un aislante el campo eléctrico siempre es menor, tanto dentro del medio como en una cavidad en el mismo.