CONDICIONES DE CONTORNO

CUANDO SE PASA DE UN MEDIO A OTRO DIFERENTE

PARA $\vec{E}$ Y PARA $\vec{H}$ Y PARA $\vec{D}$ Y PARA $\vec{B}$

- $\underline{E_{\parallel}}$ CONTINUA EN LA INTERFASE
- $\underline{H_{\parallel}}$
- $\underline{D_{\perp}}$
- $\underline{B_{\perp}}$

CONDUCTORES

- $\vec{E} = \vec{E}_0 \, e^{-i\omega t}$

COMPARAMOS CONDUCCION CON DESPLAZAMIENTO

$$\left| \frac{\vec{J}}{\frac{1}{4\pi k}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}} \right| = \frac{4\pi k \sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{1}{\omega} = \frac{1}{\tau \omega}$$

τ : TIEMPO CARACTERISTICO DE CADA CONDUCTOR TIPICO: $\tau \approx 10^{-19}$ SEG

$\Downarrow$

AUN PARA ULTRAVIOLETA $\omega \simeq 10^{16} \frac{1}{\text{SEG}}$ $\vec{J}_D < \frac{\vec{J}}{100}$

$\Downarrow$

EN CONDUCTORES A FRECUENCIAS NORMALES

VALE DESPRECIAR $\vec{J}_D$

VIA MAXWELL SURGE **DIFUSION** (FOURIER)

- $$\nabla^2 \vec{E} = 4\pi K' K'' \mu_0 \mu_r \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$
- $$\nabla^2 \vec{J} = 4\pi K K' \mu_0 \mu_r \sigma \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}$$

- **EJ**: EFECTO PELICULAR

CORRIENTE EN UN CONDUCTOR $z \geq 0$ DONDE $z < 0$ DIELECTRICO

$$\vec{J} = \vec{J}_x(z,t)\,\check{i} \qquad \frac{\partial^2 J_x}{\partial z^2} = 4\pi K' K'' \mu_0 \mu_r \sigma \frac{\partial J_x}{\partial t}$$

$$J_x(z,t) = J_0(z)\, e^{-i\omega t}$$

$$\frac{\partial^2 J_x}{\partial z^2} = 4\pi k' k'' \mu_0 \mu_r \sigma \frac{\partial J_x}{\partial t}$$

$$J_x(z,t) = J_0(z)\, e^{-i\omega t}$$

DEF: $\gamma^2 = -i\omega\, 4\pi k' k'' \mu_0 \mu_r \sigma$

$$\gamma = \frac{1-i}{\delta}$$

$$\delta = \sqrt{2}\,(4\pi k' k'' \mu_0 \mu_r \sigma \omega)^{-1/2}$$

$\downarrow$

- $\dfrac{\partial^2 J_0(z)}{\partial z^2} - \gamma^2 J_0(z) = 0$

$$J_0(z) = M e^{-\gamma z} + N e^{\gamma z}$$

$\underline{N = 0}$

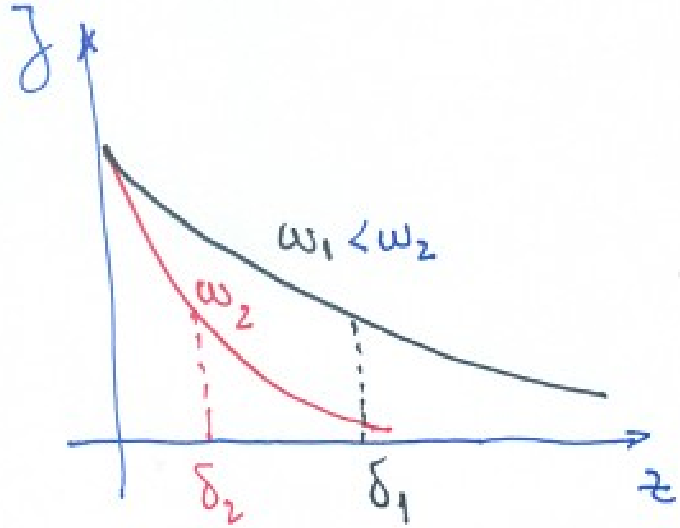
- $J_x = M \underbrace{e^{-z/\delta}}_{\text{ATENUACION}} \underbrace{e^{iz/\delta}}_{\text{MODIFICA LA FASE (REACTIVO: INDUCTIVO)}} e^{-i\omega t}$

- J_x MAXIMA EN $z = 0$

- δ: LONGITUD DE PENETRACION

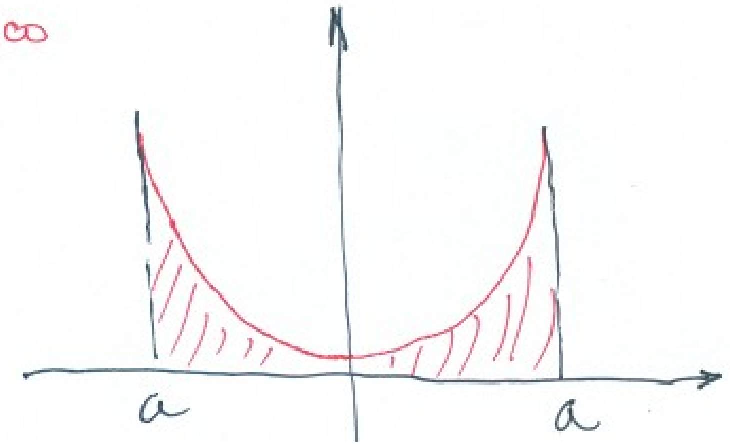
* $\delta = \delta(\omega)$ *

- $J_x = M e^{-z/\delta} e^{iz/\delta} e^{-i\omega t}$



- CONDUCTOR CILINDRICO

HUECOS!



ONDAS EN MEDIOS CONDUCTORES (μ_r, σ)

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}(\zeta, t) \\ \vec{H} = \vec{H}(\zeta, t) \end{cases}$$

ECUACION DEL TELEGRAFISTA

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial \zeta^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - 4\pi K' K'' \mu_0 \mu_r \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0$$

$$\vec{H} \qquad \vec{H} \qquad \vec{H}$$

($\vec{E}$ y $\vec{H}$ TRANSVERSALES)

DEPENDENCIA ARMONICA EN t $(e^{-i\omega t})$ $\longrightarrow$

- $$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial \zeta^2} = -\left(\frac{\omega^2}{v^2} + i\omega 4\pi K' K'' \mu_0 \mu_r \sigma\right)\vec{E} = -\mathbb{K}^2 \vec{E}$$

- $$\mathbb{K} = \alpha + i\beta = k\sqrt{1 + i\frac{4\pi K}{\epsilon_0 \epsilon_r}\frac{\sigma}{\omega}}$$

$\downarrow$

- $$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-\beta \zeta} e^{i(\alpha \zeta - \omega t)}$$
- $$\vec{H} = \frac{1}{K'' \mu_0 \mu_r \omega}\, \mathbb{K}\, \underbrace{\frac{\vec{k}}{k}}_{\check{n}} \wedge \vec{E}$$

* σ FINITA $\Rightarrow$ AMORTIGUAMIENTO EXPONENCIAL DE LA ONDA

MODELO DE DRUDE

HIPOTESIS:
- n_0 ELECTRONES POR UNIDAD DE VOLUMEN LIBRES DE MOVERSE
- ELECTRONES SUFREN AMORTIGUAMIENTO $F_A \propto v$ (COLISIONES)

ECUACION DE MOVIMIENTO:

$$\bullet\ m\ddot{\vec{r}} = e\vec{E}(\vec{r},t) - mg\dot{\vec{r}}$$

(g: CONSTANTE DE AMORTIGUAMIENTO)

OSCILACIONES RAPIDAS ($e^{-i\omega t}$) $\Rightarrow$ DESPLAZAMIENTO DE LOS ELECTRONES $\ll \lambda(\vec{E})$

$\downarrow$

$$\bullet\ m\ddot{\vec{r}} + mg\dot{\vec{r}} = e\vec{E}_0\, e^{-i\omega t}$$

$\vec{E}_0$: CAMPO EN LA POSICION PROMEDIO DEL ELECTRON

$$m\ddot{\vec{r}} + mg\dot{\vec{r}} = e\vec{E}_0 e^{-i\omega t}$$

PROPONEMOS $\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \vec{v}_0 e^{-i\omega t} \Rightarrow \vec{v} = \frac{e}{m(g - i\omega)} \vec{E}_0 e^{-i\omega t}$

$$\vec{J} = n_0 e \vec{v}$$

$$\sigma = \frac{n_0 e}{m\sqrt{g^2 + \omega^2}} e^{i\theta} \quad ; \quad tg\theta = \frac{\omega}{g}$$

EJ: COBRE

1 e POR ATOMO PARTICIPA EN LA CONDUCCION

$n_0 = 8 \times 10^{22} \frac{\text{ELECTRONES}}{\text{cm}^3}$; $\sigma_{Cu} = 5 \times 10^{17} \frac{1}{\text{SEG}}$

$\Rightarrow g \simeq 3 \times 10^{13} \frac{\text{COLISIONES}}{\text{SEG}}$

MICROONDAS ($\omega \simeq 10^{10}$ CICLOS/SEG) $\Rightarrow tg\theta \ll 1 \Rightarrow \sigma_{Cu}$ REAL $\simeq \frac{n_0 e}{m g}$

(INDEPENDIENTE DE ω)

* PARA FRECUENCIAS MAYORES $\sigma = \sigma(\omega)$

PLASMA TENUE

(GAS DE PARTICULAS CARGADAS, DE BAJA DENSIDAD)
(IONOSFERA) (SIN $H_{TER.}$)

→ n_0 PEQUEÑA → POCAS COLISIONES → $g \sim 0$

DONDE → • $\sigma_{PLASMA} \simeq i \dfrac{n_0 e^2}{m \omega}$ (IMAGINARIO PURO)

↓

- $\vec{J}$ Y $\vec{E}$ ESTAN DESFASADOS $\pi/2$
- σ_{PLASMA} $\underline{\underline{NO}}$ ES VERDADERA CONDUCTIVIDAD
  (NO LIGADA A PERDIDAS)

$$\Downarrow$$

- $K^2 \simeq k^2 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$

- $\omega_p^2 = \frac{4\pi K n_0 e^2}{m \epsilon_0 \epsilon_r}$

$$\left[\omega_p \simeq 6\times10^{10} - 6\times10^{12} \ \frac{\text{CICLOS}}{\text{SEG}}\right]$$

$k = \frac{\omega}{v_0} n \Rightarrow$ INDICE DE REFRACCION

- $n^2 \simeq 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$

i) $\omega > \omega_p \rightarrow n$ REAL

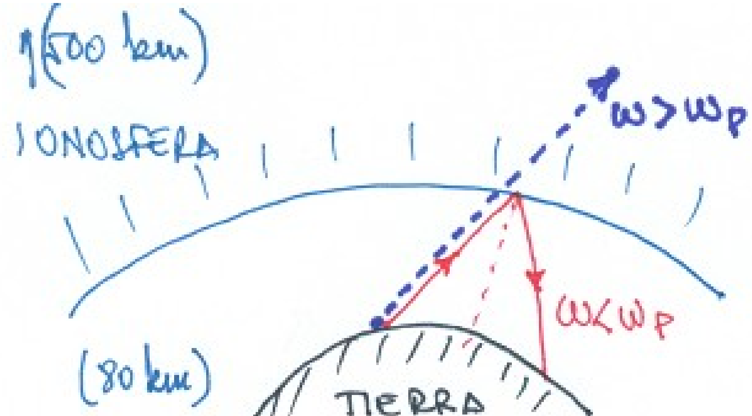
(PROPAGACION NORMAL)

(ONDA "PERFORA" LA IONOSFERA)

ii) $\omega < \omega_p \rightarrow n$ IMAGINARIO

(REFLEXION DE LA ONDA EN LA IONOSFERA)

(PENETRACION $\delta_p \sim c/\omega_p$)



ONDAS EN DIELECTRICOS ISOTROPOS

(ELECTRICAMENTE NEUTRO: $(\rho_L = 0)$)
(NO MAGNETICO $(\mu_r = 1)$)

EXCITADO POR UNA ONDA (em)

- $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + 4\pi K \vec{P}$

$\Downarrow$

- $\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -K'' \mu_0 \dfrac{\partial \vec{H}}{\partial t}$
- $\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \dfrac{K'}{K} \left(\epsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} + 4\pi K \dfrac{\partial \vec{P}}{\partial t} \right)$
- $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -\dfrac{4\pi K}{\epsilon_0} \vec{\nabla} \vec{P}$
- $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$

$\Downarrow$

- $\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{E} + \dfrac{1}{v^2} \dfrac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -4\pi K' K'' \mu_0 \dfrac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}$

RESPONSABLE DE EFECTOS ÓPTICOS : DISPERSIÓN

ABSORCIÓN

DOBLE REFRACCIÓN

ACTIVIDAD ÓPTICA

⋮

MODELO SIMPLE DE DIELÉCTRICO : ELECTRONES LIGADOS QUE SE DESPLAZAN POCO DE LA POSICIÓN DE EQUILIBRIO ($\vec{r}$)

$\Downarrow$

$$\vec{P} = -n_0 e \vec{r}$$

(n_0: DENSIDAD DE e)

i) $\vec{E}$ EXTERNO ESTÁTICO

$$-e\vec{E} = \eta \vec{r}$$

(η: CONSTANTE ELÁSTICA (HOOKE))

$\Downarrow$

$$\vec{P} = \frac{n_0 e^2}{\eta} \vec{E}$$

ii) $\vec{E} = \vec{E}(t)$ ONDA em

(ELECTRONES COMO OSCILADORES AMORTIGUADOS)

- $m\ddot{\vec{r}} + m\gamma\dot{\vec{r}} + \eta\vec{r} = -e\vec{E}$

($\gamma > 0$: AMORTIGUAMIENTO)

- $\vec{E} = \vec{E}_\omega e^{-i\omega t} \rightarrow \vec{r} = \vec{r}_\omega e^{-i\omega t}$

- $(-m\omega^2 - i\omega m\gamma + \eta)\vec{r}_\omega = -e\vec{E}_\omega$

$\vec{P} = -n_0 e\vec{r} \Longrightarrow$ • $\vec{P}_\omega = \dfrac{n_0 e^2}{-m\omega^2 - i\omega m\gamma + \eta}\vec{E}_\omega$

- $\vec{P}$ COMPLEJO FUNCION. DE ω

- DESFASADO DE $\vec{E}$ (DESFASAJE DE RESPUESTA)

* MODELO MEJORADO: $\vec{E} \longrightarrow \vec{E}_{ef}$ (QUE INCLUYA POLARIZACION)

• $\vec{E}_{ef} = \vec{E} + \frac{1}{3}\frac{4\pi K}{\epsilon_0}\cdot\vec{P}$

$\Downarrow$

• $$\vec{P}_\omega = \frac{n_0 e^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}\vec{E}_\omega$$

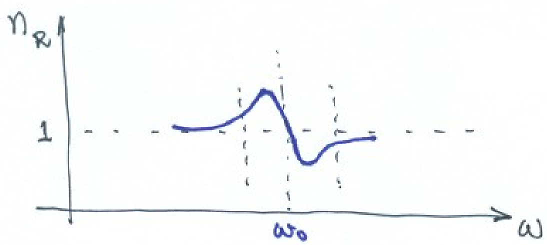
$$\omega_0 = \left(\frac{\eta}{m} - \frac{4\pi K n_0 e^2}{3\epsilon_0 m}\right)^{1/2}$$

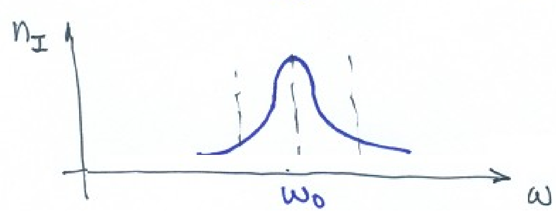
(FRECUENCIA DE RESONANCIA)

$\left(\mathbb{K} = \frac{\omega}{c}n\right)$

$\Downarrow$ INDICE DE REFRACCION COMPLEJO

• $$n_c(\omega) = \left[1 + \frac{4\pi K}{\epsilon_0}\frac{n_0 e^2}{m}\frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma)}\right]^{1/2} = n_R(\omega) + i\,\underbrace{n_I(\omega)}_{\text{COEFICIENTE DE EXTINCION}}$$ •





DISPERSION ANOMALA

SISTEMAS DE UNIDADES

OBSERVABLES (A) Y (B) SON COMPARABLES SI $\frac{(A)}{(B)} = n$ (NUMERO)

(A_i) $(i = 1, 2, \ldots)$ COMPARABLES $\equiv$ CANTIDADES DE UNA MISMA MAGNITUD FISICA

PARA CADA MAGNITUD SE ADOPTA $(A_0) \equiv U_A$ (UNIDAD)

$\frac{(A_i)}{U_A} = A_i$: MEDIDA DE (A_i) CON UNIDAD U_A

PROPORCIONALIDAD ENTRE MAGNITUDES

$\Downarrow$ FACTOR K DE PROPORCIONALIDAD

ECUACION ENTRE MEDIDAS

$K = K(\text{UNIDADES})$

DIMENSION DE A : [A] =

EXPONENTES DE LAS MAGNITUDES QUE CONFORMAN
EL SISTEMA DE UNIDADES

SIGNO = → DIMENSIONES A AMBOS LADOS IGUALES

(HERRAMIENTA DE CONTROL)

SISTEMAS DE UNIDADES ELECTROMAGNETICAS

PARTIR DE MAXWELL

$$\begin{cases} \cdot\ \vec{\nabla}\cdot\vec{D} = 4\pi k \rho \\ \cdot\ \vec{\nabla}\wedge\vec{H} = 4\pi k' \left(\vec{J} + \dfrac{1}{4\pi k}\dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) \\ \cdot\ \vec{\nabla}\wedge\vec{E} = -k'' \dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{cases}$$

+ RELACIONES CONSTITUTIVAS $\cdot \begin{cases} \vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \\ \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \end{cases}$

UNIDADES DE LA MECANICA: $\underline{\underline{l}}, \underline{\underline{t}}$

NECESARIO: FIJAR UNIDADES PARA $\underline{q, \vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}, k, k', k''}$

CONSTITUTIVAS

- $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{4\pi K}{\epsilon_0}\rho$
- $\vec{\nabla}\wedge\vec{B} = 4\pi K\mu_0\left(\vec{j} + \frac{\epsilon_0}{4\pi K}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)$
- $\vec{\nabla}\wedge\vec{E} = -K''\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$

ϵ_r y μ_r : ADIMENSIONALES.

3 ECUACIONES y 6 INCOGNITAS
(q, $\vec{E}$, $\vec{B}$, K, K', K'')

($\epsilon_0 K$
$\mu_0 K'$

SE PODRIAN FIJAR 3 UNIDADES ARBITRARIAS!
(3 NUMEROS + 3 DIMENSIONES)

PERO NO TODAS INDEPENDIENTES

$$[E] = \left[\frac{K}{\epsilon_0}\right] \frac{[q]}{[l]^2} \qquad [B] = [K'\mu_0] \frac{[q]}{[l][t]}$$

$\Rightarrow$ EN LA TERCERA

$$\bullet \quad \frac{\left[\frac{K}{\epsilon_0}\right]}{[K'\mu_0]\,[K'']} = \frac{[l]^2}{[t]^2}$$ (VELOCIDAD AL CUADRADO)

EXPERIMENTOS USANDO MAXWELL $\Rightarrow$

$$\bullet \quad \frac{\left(\frac{K}{\epsilon_0}\right)}{(K'\mu_0)(K'')} = c^2$$

$\rightarrow$ 2 CONSTANTES ARBITRARIAS A FIJAR

Y TAMBIEN INDEPENDIENTEMENTE ϵ_0 Y μ_0

- **SISTEMAS cgs** (MECANICOS)

	cgs ee	cgs em	cgs Gauss
ϵ_0	1	1	1
μ_0	1	1	1
k	1	c^2 ; $[l]^2[t]^{-2}$	1
k'	$\frac{1}{c^2}$; $[l]^{-2}[t]^2$	1	$1/c$; $[l]^{-1}[t]$

- **SISTEMA MKS (MKSQ)**

4π : RACIONALIZADO

CARGA EN COULOMBS
CON DIMENSION PROPIA

$\epsilon_0 \quad \frac{10^7}{4\pi c^2} \frac{\text{Coulomb}^2\ \text{seg}^2}{\text{Kg}\ \text{m}^3}$; $[M]^{-1}[l]^{-3}[t]^2[Q]^2$

$\mu_0 \quad 4\pi 10^{-7} \frac{\text{Kg}\ \text{m}}{\text{Coulomb}^2}$; $[M][l][Q]^{-2}$

$k \quad \frac{1}{4\pi}$

$k' \quad \frac{1}{4\pi}$

* GAUSS RACIONALIZADO $\Rightarrow$ SISTEMA cgs HEAVISIDE-LORENTZ