• PARTICULAS RELATIVISTAS Y CAMPOS

(PARTICULAS CARGADAS CON $v \sim c$)

MECANICA RELATIVISTA

• $d\tau^2 \equiv dt^2 - \frac{1}{c^2}(dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) = -\frac{ds^2}{c^2}$

• $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ • $d\tau = \sqrt{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)} dt$

• $u_\mu = \frac{dx_\mu}{d\tau}$: TETRAVECTOR VELOCIDAD

$u_\mu = \gamma \frac{dx_\mu}{dt}$ $u_\mu = \{\gamma c, \gamma \vec{v}\}$ $\frac{v}{c} \ll 1 \Rightarrow \gamma \vec{v} \to \vec{v}$

MODULO DE u_μ:

$$\sum_{\alpha=0}^{3} u^\alpha u_\alpha = \sum_{\alpha=0}^{3} \frac{dx^\alpha}{d\tau}\frac{dx_\alpha}{d\tau} = \frac{ds^2}{d\tau} \rightarrow \sum_{\alpha=0}^{3} u^\alpha u_\alpha = -c^2$$

(TETRAVELOCIDAD ES TIPO TIEMPO

- $p_\mu = m_0 u_\mu$: TETRAIMPULSO
  (MASA EN REPOSO INVARIANTE)
- $p_\mu = \gamma m_0 \{c, \vec{v}\}$
- $m_0^2 = -\dfrac{p_\mu p^\mu}{c^2}$

$p_0 = \gamma m_0 c$?

$$p_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} m_0 c \xrightarrow[v \ll c]{} \frac{1}{c}\overbrace{\left(m_0 c^2 + \underbrace{\frac{1}{2} m_0 v^2}_{(E_c)} + \ldots\right)}^{\text{ENERGIA}}$$

VALE PARA TODA v $\Rightarrow$ • $p_0 = \dfrac{E}{c}$

- $\underline{m_0 c^2}$: NIVEL DE REFERENCIA ABSOLUTO PARA LA ENERGIA DE LA PARTICULA

→ $m_0 c^2$: ENERGIA EN REPOSO

$$\Downarrow \qquad p_\mu = \left\{ \frac{E}{c}, \vec{p} \right\} \Rightarrow E^2(p) = c^2 p^2 + m_0^2 c^4$$

$m_0 = 0$ ($p_\mu = m_0 u_\mu$ PIERDE SENTIDO)

SI E Y p SON CONCEPTOS PRIMARIOS
(EN LUGAR DE TRAYECTORIA Y v)

$$(m_0 = 0) \qquad E = c\,p$$

(FOTONES) (GLUONES)

* DINAMICA

NEWTON : $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ VA A LA ECUACION DE MINKOWSKI

• $$\frac{dp_\mu}{d\tau} = F_\mu$$

$m_0^2 = -\dfrac{p^\mu p_\mu}{c^2}$ $\left(\dfrac{\partial p_\mu}{\partial \tau} \perp p_\mu\right) \Rightarrow$ • $\displaystyle\sum_{\mu=0}^{3} p^\mu F_\mu = 0 \rightarrow$ • $\displaystyle\sum_{\mu=0}^{3} u^\mu F_\mu = 0$

$\downarrow$

$\gamma\, \vec{v}\cdot\vec{F} = \gamma\, c\, F_0$

$\downarrow \dfrac{dp_\mu}{d\tau} = F_\mu$

$\downarrow$

• $\dfrac{dE}{c\, d\tau} = \dfrac{\vec{v}\cdot\vec{F}}{c}$: CONSISTENCIA (TRABAJO POR UNIDAD DE t de $\vec{F}$)

• $F_0 = \dfrac{\vec{v}\cdot\vec{F}}{c}$

• $$F_\mu = q\gamma \left\{ \frac{1}{c}\vec{E}\cdot\vec{v},\ \left[\vec{E} + k''(\vec{v}\wedge\vec{B})\right] \right\}$$

(FUERZA DE LORENTZ CON EFECTOS RELATIVISTAS)

* SISTEMA DE PARTICULAS

* MAS COMPLICADO: EN GENERAL NO EXISTE UN SISTEMA S
  DONDE TODAS ESTEN EN REPOSO

ACCION A DISTANCIA IMPLICITO EN ACCION-REACCION,
ESTA FUERA DE LA RELATIVIDAD (SIMULTANEIDAD NO ABSOLUTA)

INTERACCIONES DE CONTACTO (COLISION, DECAIMIENTO)

$\Rightarrow$ SI LAS PARTICULAS INTERACTUAN EN UN PUNTO DEL ESPACIO-TIEMPO SE PUEDE ENCONTRAR UN S DONDE TODAS ESTEN SIMULTANEAMENTE EN REPOSO.

$$\text{EN } S: \vec{v}=0 \quad \text{PERO} \quad \frac{d\vec{v}}{dt} \neq 0$$

$\downarrow$ $F_0 = 0$ Y $\vec{F}$ COINCIDE CON NEWTON

VALE LA LEY DE CONSERVACION DEL TETRAVECTOR
ENERGIA - IMPULSO

$$* \quad \sum_{n=1}^{N} (p_\mu)_n \quad \text{INDEPENDIENTE DE } t$$

$$\downarrow \quad \sum_{i=1}^{n} (p_\mu)_i \Big|_{\text{ESTADOS INICIALES}} = \sum_{j=1}^{m} (p_\mu)_j \Big|_{\text{ESTADOS FINALES}}$$

EN COMPONENTES:

$$\sum_{i=1}^{n} (\vec{p}_i^{\,2} + m_i^2 c^2)^{1/2} \Big|_{e.i.} = \sum_{j=1}^{m} (p_j^2 + m_j c^2)^{1/2} \Big|_{e.f.} \qquad E$$

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i \Big|_{e.i} = \sum_{j=1}^{m} \vec{p}_j \Big|_{e.f.} \qquad p$$

* TENSOR DE ENERGIA – IMPULSO

- DENSIDAD DE E-I:

$$T^{\alpha 0}_{\text{MECANICO}}(\vec{x},t) = \sum_{n=1}^{N} c\, p_n^{\alpha}(t)\, \delta^3(\vec{x}-\vec{x}_n(t))$$

- DENSIDAD DE CORRIENTE DE E-I:

$$T^{\alpha j}_{\text{MECANICO}}(\vec{x},t) = \sum_{n=1}^{N} p_n^{\alpha}(t)\, \delta^3(\vec{x}-\vec{x}_n(t))\, \frac{dx_n^j}{dt}$$

UNIFICADOS EN

$$T^{\alpha\beta}_{\text{MECANICO}} \neq (\vec{x},t) = \sum_{n=1}^{N} p_n^{\alpha}(t)\, \delta^3(\vec{x}-\vec{x}_n(t))\, \frac{dx_n^{\beta}}{dt}$$

— TENSOR ENERGIA-IMPULSO MECANICO —

$$p_\mu = m_0 u_\mu = m_0 \gamma \frac{dx_\mu}{dt} = \left(\frac{E}{c}, \vec{p}\right) \Rightarrow \qquad p^\alpha = \frac{E}{c^2}\frac{dx^\alpha}{dt}$$

$\Downarrow$

- $$T^{\alpha\beta}_{\text{MECANICO}} = \sum_{n=1}^{N} \frac{c^2 p_n^\alpha(t)\, p_n^\beta(t)}{E_n}\, \delta^3(\vec{x} - \vec{x}_n(t))$$

$$\left(\text{SIMETRICO: } T^{\alpha\beta}_M = T^{\beta\alpha}_M\right)$$

$$T^{\alpha\beta}_M = \begin{pmatrix} T^{00} & T^{0j} \\ T^{j0} & T^{ij} \end{pmatrix}$$

$\downarrow$

- $$T^{\alpha\beta}_{\text{MECANICO}} = \begin{pmatrix} \text{DENSIDAD DE ENERGIA: } \mathcal{E} & \text{CORRIENTE DE ENERGIA: } \vec{S}/c \\ \text{CORRIENTE DE ENERGIA: } \vec{S}/c & \text{CORRIENTE DE IMPULSO} \end{pmatrix}$$

CONTINUIDAD $\dfrac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{S} = 0$

$\Downarrow$

- $$\frac{\partial T^{00}}{\partial x_0} + \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial T^{0i}}{\partial x_i} = 0$$

$\Downarrow$

× CONSERVACION DE ENERGIA IMPULSO:

- $$\sum_{\beta=0}^{3} \frac{\partial T^{\alpha\beta}}{\partial x^{\beta}} = 0$$

N PARTICULAS:

- $$\sum_{\beta=0}^{3} \frac{\partial T^{\alpha\beta}_{\text{MECANICO}}}{\partial x^\beta} = \sum_{n=1}^{N} \frac{dp_n^\alpha(t)}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} \delta^3(\vec{x} - \vec{x}_n(t))$$

DENSIDAD DE FUERZA

- $\frac{dp_\mu}{d\tau} = F_\mu \longrightarrow$

- $$f^\alpha(\vec{x},t) = \sum_{n=1}^{N} F_n^{\,\alpha} \frac{d\tau}{dt} \delta^3(\vec{x} - \vec{x}_n(t))$$

- PARTICULAS LIBRES: $F_n^\alpha = 0 \Longrightarrow$

$$* \quad \sum_{\beta=0}^{3} \frac{\partial T^{\alpha\beta}_{\text{MECANICO}}}{\partial x^\beta} = 0$$

TENSOR E-p SE CONSERVA

- PARTICULAS EN COLISIONES LOCALES

(EN PUNTOS DE COLISION: p.dec.)

- $$f^{\alpha}(\vec{x},t) = \sum_{n=1}^{N} \frac{dp_n^{\alpha}(t)}{dt} \delta^3(\vec{x}-\vec{x}_n(t))$$

$$= \sum_{p.dec.} \delta^3(\vec{x}-\vec{x}_c(t)) \frac{d}{dt} \sum_{(m\in q)} p_m^{\alpha}(t)$$

$\vec{x}_c(t)$: COORDENADA PUNTO DE COLISION A $\underline{t}$

$(m\in q)$: PARTICULAS QUE PARTICIPAN DE LA q-ESIMA COLISION

EN ESAS COLISIONES $\sum_{n=1}^{N} (p_\mu)_n$: INDEPENDIENTE DE $\underline{t}$

$\Downarrow$

$$f^{\alpha}(\vec{x},t) = 0$$

- CONSERVACION DEL TENSOR E-p.

* PARTICULAS CARGADAS: (N)

$$\bullet\ F^{\alpha}_{n} = \frac{q_n}{c}\sum_{\beta=0}^{3} F^{\alpha\beta}\, u_{n\beta}$$

$$\Downarrow$$

$$f^{\alpha}(\vec{x},t) = \frac{1}{c}\sum_{\beta=0}^{3} F^{\alpha\beta} \underbrace{\sum_{n=1}^{N} q_n u_{n\beta} \frac{d\tau}{dt}\, \delta^3(\vec{x}-\vec{x}_n(t))}_{J_\beta}$$

TENSOR E-p NO SE CONSERVA

* HAY E y ṗ EN EL CAMPO ELECTROMAGNETICO!

$\vdots$

- $f^{\alpha}(\vec{x},t) = \sum_{\nu=0}^{3} \frac{\partial}{\partial x_{\nu}} T_{em}\Big]^{\alpha}_{\nu}$

- $T_{em}\Big]^{\alpha}_{\nu} = \frac{\epsilon_0}{4\pi k} \sum_{\beta=0}^{3} \left[F^{\alpha\beta} F_{\beta\nu} + \frac{1}{4} \delta^{\alpha}_{\nu} \sum_{\sigma=0}^{3} F_{\beta\sigma} F^{\beta\sigma} \right]$

$\downarrow$

* $T^{\alpha\beta}_{total} = T^{\alpha\beta}_{MECANICO} + T^{\alpha\beta}_{em}$ SE CONSERVA $\left(\frac{\partial T^{\alpha\beta}_{total}}{\partial x^{\beta}} = 0 \right)$

$\left\{ \text{TODOS LOS GRADOS DE LIBERTAD DE PARTICULA Y DE CAMPO EN COMPARTEN ENERGIA E IMPULSO} \right\}$

SE INTERCAMBIAN!

- NUEVOS CAMPOS $\Rightarrow$ AGREGAR AL TENSOR E-ϕ

* FALTA TRATAMIENTO GENERAL PARA CONSTRUIR LOS TENSORES E-ϕ

$\downarrow$ METODOS <u>LAGRANGIANOS</u>!

* COHERENCIA CON LAS LEYES DE CONSERVACION:

- $$T_{ij} = \frac{\epsilon_0}{4\pi K} E_i E_j + \frac{k''}{4\pi k' \mu_0} B_i B_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} \left(\epsilon_0 4\pi K E^2 + \frac{k''}{4\pi k' \mu_0} B^2 \right)$$

- $$T_{0k} = T_{k0} = -\frac{\epsilon_0 k'' c}{4\pi K} \left(\vec{E} \wedge \vec{B} \right)_k = \frac{1}{c} \vec{S}$$

- $$T_{00} = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{\epsilon_0}{k} E^2 + \frac{k''}{k' \mu_0} B^2 \right)$$

$\Downarrow$

REPRESENTACION:

$$T = \begin{pmatrix} u_{em} & \frac{1}{c}\vec{S} \\ \frac{1}{c}\vec{S} & \begin{matrix}\text{TENSOR DE MAXWELL} \\ \text{(ESFUERZO)}\end{matrix} \end{pmatrix}$$