

Práctica 7 — Guías de Ondas y cavidades resonantes.

Problema 1. Considere una guía de ondas rectangular de paredes conductoras, cuya sección normal tiene lados a y $b > a$. Analice la propagación de ondas de modo TE en la misma. ¿Puede la onda propagarse por esta guía para cualquier frecuencia? Explique. Justificar por qué para una dada frecuencia ω , sólo existe un número finito de modos de propagación en la guía.

Problema 2. Un cable coaxial consiste en un alambre cilíndrico central, de radio a , rodeado por un recubrimiento aislante de espesor b , recubierto a su vez por una capa conductora de espesor despreciable, permitividad eléctrica ϵ y permeabilidad magnética μ_0 . Si asumimos que la conductividad es infinita, y en un cierto punto el sistema es excitado por una FEM alterna $V(t) = V_0 \cos(\omega t)$ entre los dos conductores que lo forman, a) Determine los campos eléctrico y magnético en función de la posición, en todo el espacio. b) Encuentre una expresión para el vector de Poynting. c) Si la conductividad del conductor interior es σ , determine las pérdidas por efecto Joule.

Problema 3. En el problema anterior, resolvimos el problema de determinar los campos en un cable coaxial mediante la solución directa de las ecuaciones de Maxwell. Considere ahora el mismo cable coaxial, y determine su resistencia, autoinductancia y capacidad por unidad de longitud. A partir de estos parámetros, a) construya un modelo discreto del cable, como una combinación de resistencias, inductores y capacitores, y determine su impedancia Z por unidad de longitud. b) escriba una ecuación que vincule la diferencia de potencial medible entre los conductores en la posición z_0 con la correspondiente a la posición $z = z_0 + \Delta$ en esta aproximación. c) derive la ecuación del telegrafista y dé su solución asumiendo que en un cierto punto el cable es excitado con una tensión alterna de frecuencia ω y amplitud V_0 . d) Determine las corrientes inducidas en el conductor central. e) Compare con el resultado del problema anterior.

Problema 4. Considere una guía de ondas circular de radio a . Encontrar la frecuencia de corte del modo fundamental para esta guía y la frecuencia de corte del modo más próximo al fundamental.

Problema 5. Considere una cavidad resonante, producida al cerrar los extremos de una guía de ondas rectangular de lados a y b en $z = 0$ y $z = d$. Encontrar las frecuencias de resonancia para los modos TE y TM y los campos asociados a estos modos.

Problema 6. Considerar una guía de ondas dieléctrica cilíndrica con un gradiente de índice de refracción en la dirección perpendicular al eje del cilindro. a) Hallar la ecuación que describe la propagación de los campos en la misma. Escribir las componentes transversales de los campos en términos de las longitudinales. b) Una fibra óptica es una guía de ondas dieléctrica. En su formato más simple se encuentran las fibras de índice en escalón. Las mismas constan de un núcleo de índice de refracción n_1 y un revestimiento de índice $n_2 > n_1$. Suponiendo que $n_2 - n_1 \ll 1$ reescribir las ecuaciones para los campos, dar las condiciones de contorno que deben satisfacer y hallar los modos que podrían propagarse en la misma¹.

Problema 7. Una esfera dieléctrica de radio r_0 cuyo índice de refracción es n_1 , está inmersa en un medio de índice de refracción $n_2 > n_1$.

a) En la aproximación $n_2 - n_1 \ll 1$ escribir las ecuaciones y condiciones de contorno que deben satisfacer los campos resonantes en la esfera². b) Hallar las soluciones de las ecuaciones del ítem anterior y dar la ecuación característica del problema.

¹Las condiciones de contorno se expresan mediante una ecuación trascendente conocida como **ecuación característica**, las soluciones de esa ecuación definen los *modos LP* (linealmente polarizados) cuyas soluciones están, en buena aproximación, polarizadas linealmente.

²Estos modos son llamados *modos de galería de susurros* por su analogía con los modos de ondas acústicas que resuenan en galerías circulares.