Electromagnetismo - Lic. Física

Año 2021

Prof: O. Civitarese — JTP: M. Matera — Ay. Dipl: D. Actis

Práctica 4 — Magnetostática

Problema 1. Una corriente I circula a traves de un alambre de radio a. Determine la densidad de corriente si esta está a) uniformemente distribuída y b) la distribución es inversamente proporcional a la distancia al eje.

Problema 2. Construya la forma más general de un campo magnético en una región libre de corrientes, que sea lineal en las coordenadas. Exprese este campo en términos de a. un potencial escalar y b. un potencial vector.

Problema 3. Un momento magnético de magnitud $2\text{mA} \times \text{m}^2$ se encuentra inmerso en un campo magnético no uniforme. a. Dé una expresión para la energía potencial del sistema. b. Determine la magnitud de la fuerza y el torque que sufre dicho momento.

Problema 4. Una aguja de hierro dulce de masa 10g y longitud 6cm tiene una magnetización de 72mAm^2 orientada a lo largo de esta. Si la aguja se encuentra inmersa en un campo magnético uniforme. a) Determine la energía de interacción de la aguja con el campo. b) Si la aguja forma un ángulo de 10^o respecto a la dirección del campo, y puede moverse libremente, determine la orientación como función del tiempo. c) Suponga que el campo varía linealmente con la posición. ¿Cómo será la fuerza neta sobre la aguja?.

Problema 5. Utilizando el hecho de que $\nabla \cdot \vec{J} = 0$, demuestre las siguientes identidades para distribuciones localizadas de corrientes:

1. $(\vec{x} \cdot \vec{x}')\vec{J}(\vec{x}') = (\vec{x} \cdot \vec{J})\vec{x}' - \vec{x} \times (\vec{x}' \times \vec{J}(\vec{x}'))$
2. $\int (\vec{x} \cdot \vec{x}')\vec{J}(\vec{x}')d^3x' = -\frac{1}{2}\vec{x} \times \int \vec{x}' \times \vec{J}(\vec{x}')d^3x'$

Problema 6. Considere una distribución de cargas y corrientes confinadas en un volumen V, si $\mathbf{J}$ es la densidad de corriente y $\mathbf{p}$ es el momento dipolar total, mostrar que $\int_V \mathbf{J} d^3r = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$

Problema 7. Mostrar que para una distribución de corriente acotada y si no hay variaciones de la densidad de carga en ningún punto del espacio, el potencial vector $\vec{A}$, está dado por $\vec{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}'-\mathbf{r}|} d^3\mathbf{r}'$, que satisface $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$. Calcule el rotor de $\mathbf{A}$ y encuentre la expresión para $\mathbf{B}$. Muestre que si $\mathbf{J}(\mathbf{r}') = I_0 \int \delta^3(\mathbf{r}' - \mathcal{C}(s)) \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial s} ds$ para una cierta curva *cerrada* $\mathcal{C}$, se recupera la ley de Biot y Savart.

Problema 8. Mostrar que el primer término en el desarrollo multipolar del potencial vector viene dado por $\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\vec{m} \times \vec{x}}{|\vec{r}|^3}$ con $\vec{m} = \frac{1}{2} \int \vec{x}' \times \vec{J}(\vec{x}')d^3x'$ es el momento dipolar magnético. A partir de este resultado, dé una expresión para el campo magnético $\vec{B}(\vec{r})$

Problema 9. En la región del espacio que se extiende entre los planos $x = -10\text{cm}$ y $x = 10\text{cm}$, el campo magnético tiene la forma aproximada $\vec{B} = 1\text{T}\check{e}_z + 10\text{T/m}(y\check{e}_y - z\check{e}_z)$. Considere una partícula de masa $m = 110u.m.a$ que ingresa a esta región, moviendose con velocidad en la dirección del eje x y energía cinética $E = 5\text{eV}$. Determine su trayectoria en los siguientes casos: a) la partícula tiene una carga neta de $+1.6 \times 10^{-19}\text{C}$ b) no tiene carga, pero sí un momento magnético $\approx \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9 \times 10^{-24}\text{J/T}$ orientado paralelo al eje z c) la partícula tiene el mismo momento magnético, pero orientado a lo largo del eje x.

Problema 10. Sea $\mathbf{B} = B\hat{k}$ un campo magnético constante. Verificar que los siguientes potenciales vector satisfacen $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$:

1. $\mathbf{A}(x, y, z) = xB\hat{j}$
2. $\mathbf{A}(\rho, \varphi, z) = \frac{1}{2}B\rho\hat{e}_\varphi$ (en coordenadas cilíndricas)
3. $\mathbf{A}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{2}Br\sin(\theta)\hat{e}_\phi$ (en coordenadas esféricas). Tip: Mostrar que $\hat{k} = \cos(\theta)\hat{e}_r - \sin(\theta)\hat{e}_\theta$

Problema 11. Una esfera de radio a tiene una distribución uniforme de carga superficial σ sobre su superficie y se encuentra rotando con velocidad angular constante ω. a) Encuentre el potencial vector $\mathbf{A}$ y el campo magnético $\mathbf{B}$ en todo el espacio. b) Determine el momento dipolar magnético de la esfera y muestre que para $r > R$ los campo corresponden a los de ese dipolo.

Problema 12. Una esfera de radio $a = 10$cm tiene una magnetización permanente $M = 300\,\mathrm{kA/m}$. a) Determine el campo magnético B en todo el espacio. b) Determine la energía magnética asociada, y la energía asociada a la magnetización de la muestra. c) Si ahora se conecta un campo magnético externo uniforme B_{ext}, determine el cambio en la energía magnética.

Problema 13. Sea una corriente estacionaria I que circula por una espira conductora circular de radio a y de sección despreciable. a) Dé una expresión para el vector densidad de corriente. b) Determine el campo magnético generado por la corriente en los siguientes casos:

i) En el centro de la circunferencia.

ii) Cerca de la corriente ($|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \ll a$ para algún $\mathbf{r}'$ sobre el alambre).

iii) A distancias grandes del centro de la circunferencia ($|\mathbf{r}| \gg a$).

c) Repita los cálculos para una espira cuadrada de lado $2a$.

Problema 14. Un cilindro infinito de radio R cuyo eje coincide con el eje z tiene una magnetización permanente $M = ks\hat{\mathbf{z}}$, donde k es una constante y s es la distancia al eje. No hay corrientes libres. Encuentre el campo magnético dentro y fuera del cilindro por dos diferentes métodos:

a Obteniendo las corrientes de magnetización y a partir de ahí el campo que generan.

b Usando la Ley de Ampère para obtener el campo $\mathbf{H}$.

Problema 15. Determine los campos $\mathbf{B}$ y $\mathbf{H}$ en todo el espacio originado por una barra cilíndrica ferromagnética uniformemente imantada con magnetización $\mathbf{M}_f$, longitud L y sección $A = \pi a^2$. Grafique las correspondientes líneas de campo.

Problema 16. Un toroide de sección cuadrada de radio interior a y radio exterior b, que está construído con un material de permeabilidad magnética μ, se encuentra rodeado completamente por un bobinado conductor con una densidad de n espiras por unidad de longitud. Si por el alambre circula una corriente I, a) determine el valor de los campos $\mathbf{H}$, $\mathbf{B}$ y $\mathbf{M}$ en todo el espacio. Tip: utilice la noción de líneas de campo magnético.

Problema 17. Ferromagnetismo e histéresis Una esfera de radio 10 cm está compuesta por un material ferromagnético cuya curva de histéresis es de la forma

$$M(h) = \pm\frac{M_s}{\pi/2}\arctan(\chi\pi\frac{H + H_c}{2M_s})$$

con $H_c = 16\,\mathrm{kA/m}$ y $M_s = 480\,\mathrm{kA/m}$ y $\chi = 24$

a) Determine la magnetización remanente de la bolita en ausencia de campo externo.

b) Dé una estimación de la susceptibilidad magnética en estas condiciones, para campo pequeño.

c) Si ahora se somete al sistema a un campo externo uniforme $B_0 = 0.5\,\mathrm{T}$ alineado en la dirección y en sentido de la magnetización remanente, determine el campo magnético producido por la esferita.