Electromagnetismo - Lic. Física

Año 2021

Prof: O. Civitarese — JTP: M. Matera — Ay. Dipl: D. Actis

Práctica 2 — Electrostática – Técnicas Especiales

Separación de variables, Método de las Imágenes. Funciones de Green.

Problema 1. Determine el potencial en el interior de un cubo de lado a en los siguientes casos

1. Una de sus caras está conectada a un potencial de $1V$ y el resto están conectadas a tierra.
2. Un par de caras opuestas está conectado a un potencial de $1V$ y el resto de las caras está conectado a tierra.
3. Dos caras que comparten una arista están conectadas a potenciales de $1V$ y $-1V$ respectivamente, y el resto están conectadas a tierra.
4. Cada una de las caras está conectada a un potencial distinto respecto de tierra.

Problema 2. Método de las imágenes II . Considere una esfera conductora maciza de radio $a = 10$cm, aislada y de carga nula. Frente a ella, se ubica un hilo recto de espesor despreciable, densidad lineal de carga $\lambda = 1\mu$C y longitud mucho mayor a a, de manera que su distancia mínima al centro de la esfera es $b = 20$cm. a) Determine el potencial electrostático en todo el espacio b) Dé una expresión para la densidad de carga inducida.

Problema 3. Método de las Imágenes III Una esfera conductora de radio a se encuentra en presencia de un campo eléctrico uniforme $\mathbf{E} = E_0\hat{\mathbf{z}}$. Encuentre, por el método de las imágenes, el potencial en todo el espacio y la densidad de carga inducida en la esfera.

Problema 4. Una esfera conductora de radio R se encuentra en presencia de una carga puntual q colocada a una distancia r_q de su centro con $r_q > R$. Hallar el potencial exterior y la fuerza que actúa sobre la carga q para los siguientes casos, como función del radio de la esfera:

1. La esfera está conectada a tierra.
2. La esfera está aislada y posee una carga Q
3. La esfera está conectada a un potencial V respecto a tierra.

A partir de estos resultados, determine la *Función de Green* asociada al problema.

Problema 5. Utilizando propiedades de las funciones analíticas, a) determine el potencial en el interior de una cinta rectangular (bidimensional) semi-infinita de ancho $A = 5$cm, si el borde finito se encuentra a potencial $V_0 = 9$V, y los otros lados se encuentran a $V = 0$. b) Utilize ese resultado para calcular el potencial en el interior de un sector circular de radio R y abertura α, cuyo lado curvo se encuentra a potencial $V_0 = 9$V y sus otros bordes a potencial $V = 0$.

Problema 6. Propiedades de las soluciones de la Ec. de Laplace Muestre que si $-\nabla^2\psi(x) = 0$

a) (Propiedad del promedio) para es cualquier esfera $\mathcal{S}$,

$$\phi(x_0) = \frac{\int_{\mathcal{S}} \phi(\vec{r})dS}{\int_{\mathcal{S}} dS} = \langle \phi(\vec{r}) \rangle_{\mathcal{S}}$$

donde $x_0 = \frac{\int \vec{r}dS}{\int dS}$ es el punto en el centro de la esfera.

b) Propiedad extremal Si $\phi(\vec{x})$ satisface cierta condición de borde $\phi(\vec{x})|_{\mathcal{S}} = g(\vec{x})$ sobre cierta superficie cerrada $\mathcal{S}$, entonces $\phi(\vec{x})$ minimiza la funcional

$$E[\psi] = \frac{\epsilon_0}{2} \int |\nabla \psi(\vec{x})|^2 dx$$

sobre todas las funciones regulares $\psi(\vec{x})$ que cumplen la misma condición de borde.

Problema 7. Considere un prisma de largo $L = 5\mathrm{m}$, cuya sección es un triángulo equilátero de área $1\mathrm{cm}^2$. Construya una solución aproximada de la ecuación de Laplace en su interior asumiendo que sobre una de sus caras se encuentran a potenciales $V_1 = 0\mathrm{V}$ $V_2 = 1\mathrm{V}$ y $V_3 = -1\mathrm{V}$

Problema 8. Propiedades de la función de Green Muestre que la función de Green satisface que para condiciones homogeneas (de Dirichlet, Neumann o mixtas), es una función simétrica de sus argumentos.

Problema 9. Una esfera aislante de radio r tiene densidad de carga superficial σ en su hemisferio superior, y $-\sigma$ en su hemisferio inferior. Determine el campo electrostático generado en todo el espacio.

Problema 10. Un disco conductor de radio a y espesor despreciable se encuentra conectado a una diferencia de potencial de $9V$ respecto a tierra. a) Determine el potencial electrostático y la correspondiente distribución de cargas. Tip: Utilice el método de separación de variables en coordenadas esferoides obladas. b) Compare este resultado con la aproximación de asumir que la densidad de carga sobre el disco es constate.