

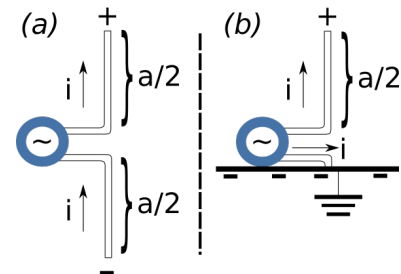
## Práctica 6 — Ondas electromagnéticas

### Ondas planas. Condiciones de Fresnel. Efecto piel. Polarización.

**Problema 1. Ondas planas** Una onda plana monocromática en una región del espacio libre de fuentes, posee el campo eléctrico  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - kz)\hat{\mathbf{x}}$ . a) Determine el campo magnético en todo el espacio. ¿Se encuentra en fase con  $\mathbf{E}$ ? b) ¿En qué dirección y sentido se propaga esta onda? c) A partir de la Ley de Ampère-Maxwell, halle la relación de dispersión para el vacío, es decir, encuentre la relación entre  $\omega$  y  $k$ . d) Calcule la intensidad de la densidad de energía electromagnética en todo el espacio y halle su promedio temporal. e) Calcule el vector de Poynting en cada instante y halle su promedio temporal. f) Cómo se modifican los resultados si en vez de una onda viajera tenemos una onda estacionaria  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t) \cos(kz)\hat{\mathbf{x}}$

**Problema 2.** Una carga puntual  $q$  describe un movimiento armónico simple de frecuencia  $\omega$  y amplitud  $a$ , a lo largo de la dirección  $x$ . a) Determine la forma de los campos eléctrico y magnético en función de la distancia a su posición de equilibrio. b) Determine la potencia radiada promedio. c) Considere el modelo atómico presentado en el problema 2 de la práctica 3, y considere un átomo que se encontraba inicialmente polarizado con momento dipolar  $\vec{p}_0$ . Estime la dinámica de  $\vec{p}_0$  y la longitud de onda de la radiación emitida.

**Problema 3. Antena dipolar lineal** Una antena dipolar lineal consiste en dos alambres de longitud  $a/2$ , dispuestos según la figura (a)), que es alimentada en su centro por una tensión alterna de frecuencia  $f_0 \ll c/a$ , que induce una corriente de amplitud  $I_0$ . a) Determine los campos eléctrico y magnético a distancias  $r \gg 2\pi c/f_0$ , a b) Determine la energía radiada por la antena. c) Calcule la resistencia de radiación asociada a la antena d) ¿Cómo cambia el resultado si el segundo alambre es remplazado por una superficie conductora perpendicular al primero? (ver figura (b)).



**Problema 4. Antenas finitas** Considere ahora el caso de la antena dipolar lineal, donde ahora  $c \approx af_0$ . Asumiendo que la corriente a lo largo de cada alambre es de la forma  $I(x, t) \approx I_0 \cos(2\pi f_0 t) \frac{\sin(\pi f_0(a-2z)/c)}{\sin(\pi f_0 a/c)}$  determine a) La distribución de densidad de carga sobre la antena. b) Los campos eléctrico y magnético a grandes distancias c) La potencia total radiada y su distribución espacial.

**Problema 5.** Una espira conductora de radio  $a$  transporta una corriente alterna  $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$ . a) Determine los campos eléctrico y magnético en las regiones  $c/\omega \ll r \gg a$  y  $r \gg c/\omega$ . b) Determine la potencia radiada. c) Considere un dipolo rotante con velocidad angular  $\omega$ . Determine sus campos de radiación y su potencia total radiada. d) Desde un punto de vista electromagnético, el modelo atómico de Rutherford puede pensarse como un dipolo eléctrico rotante. Estime la órbita del electrón en un átomo de hidrógeno teniendo en cuenta la potencia irradiada media. ¿Cuánto tiempo sobreviviría un átomo de hidrógeno antes de colapsar?.

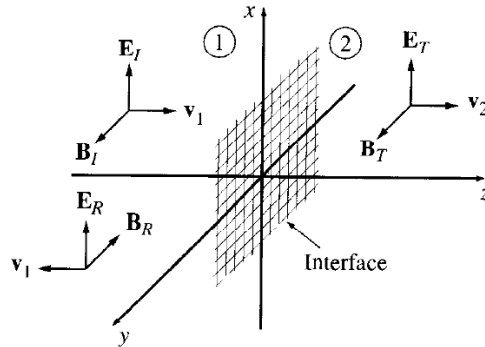
**Problema 6. Laser** Considere un haz laser de potencia 1mW y sección 1mm de longitud de onda 540nm propagándose a lo largo de la dirección  $z$ .

- ¿De qué color vemos el haz?
- Dé una expresión para la forma de los campos eléctrico y magnético.
- Calcule la densidad de energía dentro del haz.

**Problema 7.** Considerando un medio lineal, temporal y espacialmente local, caracterizado por  $\epsilon$ ,  $\mu$  y  $\sigma$ : a) Hallar la solución de onda plana. Dar la relación entre el índice de refracción del medio y sus parámetros característicos. b) Analizar la relación de amplitud y fase entre el campo eléctrico y el magnético. c) Determine la velocidad de fase y la velocidad de grupo en función de la frecuencia. d) Dar una expresión para la longitud de penetración característica  $\delta$ . Analizar la dependencia con la frecuencia y correlacionarla con el caso de buen y mal conductor. e) La mayoría de los hornos de microondas funcionan a 2.45GHz. Para esta frecuencia, la carne de vaca puede ser descrita por  $\epsilon/\epsilon_0 \approx 49$  y  $\sigma \approx 2\Omega/m$ . Calcular  $\delta$  haciendo las aproximaciones que correspondan. Comparar con el caso de cocción con ondas térmicas (en el infrarrojo). Suponer que  $\epsilon$  aumenta y  $\sigma$  no varía con la longitud de onda. ¿Qué conclusiones se pueden sacar?

**Problema 8.** Una onda electromagnética linealmente polarizada monocromática de frecuencia  $\omega$  e intensidad  $I_0$  incide normalmente en la superficie plana de separación entre dos medios no conductores de permitividades  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$ , y permeabilidades  $\mu_1 \approx \mu_2 \approx \mu_0$  como muestra la Figura.

- a) Hallar los campos  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$  en todo el espacio.
- b) Determine las intensidades de las ondas reflejada y transmitida y los correspondientes coeficientes de transmisión y reflexión.
- c) ¿Cómo se modifica el resultado si el medio 2 es un conductor de conductividad  $\sigma \gg \omega\epsilon_1$ ?



**Problema 9.** A partir de las condiciones de contorno de los campos electromagnéticos, deducir la relación entre las direcciones de propagación de las ondas incidente, reflejada y refractada, y la relación entre la amplitud de los campos, según su estado de polarización.

**Problema 10.** Considere un dieléctrico que ocupa la región  $x < 0$  de índice de refracción  $n$ , mientras que la región  $x > 0$  está vacía. Si desde el dieléctrico incide sobre la interfase una onda plana, tal que el ángulo respecto de la normal es  $\theta > \arcsin(1/n)$ , halle los campos eléctrico y magnético en el vacío.

**Problema 11.** Suponer un medio que posee índices de refracción  $n_V$  y  $n_H$  dependiendo de si el campo eléctrico de la onda que se propaga está polarizado linealmente en la vertical o en la horizontal. Suponer que en tal medio ingresa una onda plana polarizada linealmente y con el campo eléctrico formando un ángulo de  $\pi/4$  con la horizontal. Si la onda incidente tiene una longitud de onda en el vacío  $\lambda$ , hallar<sup>3</sup>: a) la distancia mínima que debe propagarse la onda para que esté polarizada circularmente. Será circular derecha o izquierda? b) la distancia mínima que debe propagarse la onda para estar polarizada linealmente en la dirección perpendicular a la que entró.

<sup>3</sup>Un medio de esta naturaleza se llama birrefringente. Este tipo de medios se utiliza para fabricar *láminas de onda*, que permiten cambiar el estado de polarización de la luz minimizando las pérdidas por absorción.