Electromagnetismo - Lic. Física

Año 2019

Prof: O. Civitarese — JTP: M. Matera — Ay. Dipl: D. Actis

Práctica 4 — Magnetostática

Problema 1. Una corriente I circula a traves de un alambre de radio a. Determine la densidad de corriente si esta está a) uniformemente distribuída y b) la distribución es inversamente proporcional a la distancia al eje.

Problema 2. Utilizando el hecho de que $\nabla \cdot \vec{J} = 0$, demuestre las siguientes identidades para distribuciones localizadas de corrientes:

1. $(\vec{x} \cdot \vec{x}')\vec{J}(\vec{x}') = (\vec{x} \cdot \vec{J})\vec{x}' - \vec{x} \times (\vec{x}' \times \vec{J}(\vec{x}'))$
2. $\int (\vec{x} \cdot \vec{x}')\vec{J}(\vec{x}')d^3x' = -\frac{1}{2}\vec{x} \times \int \vec{x}' \times \vec{J}(\vec{x}')d^3x'$

Problema 3. Considere una distribución de cargas y corrientes confinadas en un volumen V, si $\mathbf{J}$ es la densidad de corriente y $\mathbf{p}$ es el momento dipolar total, mostrar que $\int_V \mathbf{J} d^3r = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$

Problema 4. Mostrar que para una distribución de corriente acotada y si no hay variaciones de la densidad de carga en ningún punto del espacio, el potencial vector $\vec{A}$, está dado por $\vec{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}'-\mathbf{r}|} d^3\mathbf{r}'$, que satisface $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$. Calcule el rotor de $\mathbf{A}$ y encuentre la expresión para $\mathbf{B}$. Muestre que si $\mathbf{J}(\mathbf{r}') = I_0 \int \delta^3(\mathbf{r}' - \mathcal{C}(s)) \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial s} ds$ para una cierta curva *cerrada* $\mathcal{C}$, se recupera la ley de Biot y Savart.

Problema 5. Mostrar que el primer término en el desarrollo multipolar del potencial vector viene dado por $\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\vec{m} \times \vec{x}}{|\vec{r}|^3}$ con $\vec{m} = \frac{1}{2} \int \vec{x}' \times \vec{J}(\vec{x}')d^3x'$ es el momento dipolar magnético. A partir de este resultado, dé una expresión para el campo magnético $\vec{B}(\vec{r})$

Problema 6. Sea $\mathbf{B} = B\hat{k}$ un campo magnético constante. Verificar que los siguientes potenciales vector satisfacen $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$:

1. $\mathbf{A}(x, y, z) = xB\hat{j}$
2. $\mathbf{A}(\rho, \varphi, z) = \frac{1}{2}B\rho\hat{e}_\varphi$ (en coordenadas cilíndricas)
3. $\mathbf{A}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{2}Br\sin(\theta)\hat{e}_\phi$ (en coordenadas esféricas). Tip: Mostrar que $\hat{k} = \cos(\theta)\hat{e}_r - \sin(\theta)\hat{e}_\theta$

Problema 7. Una esfera de radio a tiene una distribución uniforme de carga superficial σ sobre su superficie y se encuentra rotando con velocidad angular constante ω. a) Encuentre el potencial vector $\mathbf{A}$ y el campo magnético $\mathbf{B}$ en todo el espacio. b) Determine el momento dipolar magnético de la esfera y muestre que para $r > R$ los campo corresponden a los de ese dipolo.

Problema 8. Sea una corriente estacionaria I que circula por una espira conductora circular de radio a y de sección despreciable. a) Dé una expresión para el vector densidad de corriente. b) Determine el campo magnético generado por la corriente en los siguientes casos:

i) En el centro de la circunferencia.

ii) Cerca de la corriente ($|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \ll a$ para algún $\mathbf{r}'$ sobre el alambre).

iii) A distancias grandes del centro de la circunferencia ($|\mathbf{r}| \gg a$).

c) Repita los cálculos para una espira cuadrada de lado $2a$.

Problema 9. Un cilindro infinito de radio R cuyo eje coincide con el eje z tiene una magnetización permanente $M = ks\hat{\mathbf{z}}$, donde k es una constante y s es la distancia al eje. No hay corrientes libres. Encuentre el campo magnético dentro y fuera del cilindro por dos diferentes métodos:

a Obteniendo las corrientes de magnetización y a partir de ahí el campo que generan.

b Usando la Ley de Ampère para obtener el campo $\mathbf{H}$.

Problema 10. Determine los campos $\mathbf{B}$ y $\mathbf{H}$ en todo el espacio originado por una barra cilíndrica ferromagnética uniformemente imantada con magnetización $\mathbf{M}_f$, longitud L y sección $A = \pi a^2$. Grafique las correspondientes líneas de campo.

Problema 11. Un toroide de sección cuadrada de radio interior a y radio exterior b, que está construído con un material de permeabilidad magnética μ, se encuentra rodeado completamente por un bobinado conductor con una densidad de n espiras por unidad de longitud. Si por el alambre circula una corriente I, a) determine el valor de los campos $\mathbf{H}$, $\mathbf{B}$ y $\mathbf{M}$ en todo el espacio. Tip: utilice la noción de líneas de campo magnético.

Problema 12. Un alambre cilíndrico recto y muy largo de sección uniforme πa^2, de un material de conductividad σ y permeabilidad $\mu \approx \mu_0$, transporta una corriente estacionaria I_0. Determinar la distribución de cargas y corrientes, y los correspondientes campos eléctricos y magnéticos.

Problema 13. Un alambre conductor infinito con radio a y permeabilidad magnética μ_1 está rodeado por un aislador de radio b y permeabilidad magnética μ_2. El alambre transporta una densidad de corriente libre no uniforme $\mathbf{J}(r) = f(r)\hat{\mathbf{k}}$, en coordenadas cilíndricas, donde $f(r) = kr^2$ para $r \leq a$, y $f(r) = 0$ para $r > a$. Encontrar los campos $\mathbf{H}$, $\mathbf{B}$ y $\mathbf{M}$ en todo el espacio y las corrientes de magnetización.