

Trabajo Práctico 9

1. Las figuras 1(a) y 1(b) representan dos tramos de una carretera plana. Un automóvil se desplaza con módulo de velocidad constante por ambos tramos. a) Para cada tramo, determinar si el momento angular del automóvil respecto de A y B respectivamente se mantiene constante a medida que el auto avanza. b) Determinar la dirección del momento angular respecto de A y B en cada una de las rectas.
2. Una plataforma espacial viaja por el espacio exterior, aproximadamente libre de toda interacción externa. Dentro de la estación dos astronautas de 80 kg se están acercando entre sí, moviéndose con velocidades de 4 m/s respecto de la plataforma, y siguiendo trayectorias paralelas separadas 9 m. a) Calcular la cantidad de movimiento del sistema formado por ambos astronautas respecto de un marco fijo a la plataforma. ¿Es este marco inercial? ¿Se mantiene esta cantidad de movimiento constante en el tiempo? ¿Qué velocidad tiene el centro de masa del sistema respecto de la plataforma? b) Calcular el momento angular del sistema respecto de su centro de masa. ¿Es ésta una cantidad conservada a medida que los astronautas avanzan? c) Cuando los astronautas se encuentran frente a frente, uno de ellos lanza una cuerda, y el otro se aferra a ella. Describir cómo será el movimiento posterior de los astronautas. ¿Cuál será el valor de la cantidad de movimiento, y del momento angular respecto del centro de masa? ¿Serán estos constantes? Calcular la aceleración de cada astronauta en el marco fijo a la plataforma. d) Finalmente, uno de los astronautas comienza a enroscar la cuerda sobre su brazo, de modo tal que ambos se acercan entre sí. ¿Cómo es entonces el movimiento del centro de masa? ¿Se mantiene constante el momento angular del sistema respecto del centro de masa? ¿Qué ocurre con la velocidad angular de los astronautas? ¿Y con la energía mecánica del sistema?
3. El sistema de masas y cuerdas de la Fig. 2 está apoyado sobre una mesa lisa y gira alrededor del punto fijo O, con velocidad angular  $\omega = \text{constante}$ . Las masas de las sogas son despreciables frente a  $m$  y  $M$ . a) Hallar el momento angular del sistema respecto de O. b) Si en un dado instante se corta la soga que une  $m$  con  $M$ , ¿qué sucede con las cantidades de movimiento  $\vec{p}_m$  y  $\vec{p}_M$ ? ¿Y con el momento angular total? c) Posteriormente la masa  $M$  ingresa a una superficie con rozamiento. ¿Se conserva entonces el momento angular total del sistema? d) Para el sistema de ambas masas en la situación inicial, probar que se verifica que  $\sum \vec{F}_{ext} = (m + M) \vec{a}_{CM}$ .
4. Calcular la aceleración angular de una polea cilíndrica de 0.5 m de radio y 20 kg de masa, sobre la que se ha enrollado una cuerda, en los siguientes casos (ver Fig. 3): a) se tira de la cuerda con una fuerza  $F = 15 \text{ N}$ ; b) se cuelga del extremo de la cuerda un cuerpo cuyo peso sea igual a la fuerza  $\vec{F}$ . Obtener, para el caso a), la velocidad angular de la polea al cabo de 5 segundos, suponiendo que inicialmente la misma está en reposo.
5. Se monta una rueda sobre un eje que posee rozamiento. Se aplica a la rueda un torque externo constante de 50 N m respecto de su centro. Luego de 20 segundos, se observa que la velocidad angular de la rueda se ha incrementado de 0 a 600 rev/min. Se elimina entonces el torque externo, observando que la rueda se detiene luego de 120 segundos. Suponiendo que el torque ejercido por la fuerza de rozamiento es constante, a) ¿cuál es el momento de inercia de la rueda respecto de su eje? b) ¿Cuál es el torque ejercido por la fuerza de rozamiento?
6. En un incendio se necesita cerrar rápidamente la puerta de una habitación para aislarla del humo. Debido al fuego no se puede acceder al picaporte, pero se puede arrojar un objeto que golpee la puerta y la cierre. a) ¿En qué parte de la puerta convendría que impacte el objeto? (suponer por simplicidad que la dirección de incidencia es normal al plano de la puerta). b) Si los únicos objetos disponibles son una pelota de goma y un trozo de masilla, ambos de igual masa, ¿qué objeto convendría arrojar?
7. Un hombre está de pie en el centro de una plataforma circular (sin fricción), manteniendo sus brazos extendidos horizontalmente con una pesa en cada mano y girando alrededor de un eje vertical con velocidad angular de 2 rev/s. El momento de inercia del sistema plataforma + hombre respecto de este eje es de 10  $\text{kg m}^2$ . Cuando el hombre acerca las pesas hacia su cuerpo, el momento de inercia disminuye a 4  $\text{kg m}^2$ . a) ¿Cuál es entonces la nueva velocidad angular de la plataforma? b) ¿Cuál es la variación de la energía mecánica experimentada por el sistema? c) ¿Cómo se explica físicamente este cambio en la energía mecánica?

8. Una mujer de 60 kg está parada en el borde de una calesita (sin roce) de 1 m de radio que se encuentra en reposo y cuyo momento de inercia respecto de su eje es  $I = 500 \text{ kg m}^2$ . La mujer comienza a caminar por el borde de la calesita en el sentido de las agujas del reloj con una rapidez constante de 1.5 m/s respecto del suelo. a) ¿En qué dirección y con qué velocidad angular se moverá la calesita?
9. Una persona se sienta en un banco giratorio y sostiene, en cada mano, un objeto de 2kg, con los brazos extendidos, y rota con velocidad angular  $\omega$  alrededor de un eje vertical que pasa por el centro del banco. Al soltar los objetos, sin mover los brazos ni juntarlos con el cuerpo:
  - a) Aumenta la velocidad angular.
  - b) No cambia la velocidad angular.
  - c) Disminuye la velocidad angular, pero aumenta la energía cinética.
  - d) Aumentan la velocidad angular y la energía cinética.
10. La puerta del Problema 6 es de 80 cm de ancho, su masa es de 50 kg y está abierta un ángulo de  $45^\circ$ . Se arroja sobre ella la pelota, cuya masa es de 900 g, de modo tal que en el instante previo al choque ésta tiene una velocidad de 1 m/s en dirección perpendicular a la puerta. El choque es elástico, y se produce sobre el borde de la puerta opuesto a las bisagras (cuyo roce es despreciable). a) Calcular la velocidad de la pelota inmediatamente después del choque. b) Calcular el tiempo que tarda en cerrarse la puerta.
11. Una bala de 20 g que se mueve horizontalmente con velocidad  $v$  choca y queda incrustada en el extremo inferior de una varilla de 20 cm de longitud y 0.5 kg. La varilla se encuentra inicialmente en reposo en posición vertical, suspendida por un pivote ubicado en su extremo superior alrededor del cual puede girar libremente. a) Calcular la velocidad mínima de la bala para que la varilla gire un ángulo de  $180^\circ$ . b) Calcular la energía mecánica perdida en la colisión. c) ¿Se conserva la cantidad de movimiento del sistema bala + varilla en la colisión? En caso contrario, ¿qué agente externo ejerce una fuerza sobre el sistema? ¿Qué dirección tiene esta fuerza? d) Ídem a), pero en el caso de que la velocidad de la bala forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal.
12. El sistema de la Fig. 4 consiste en una polea doble formada por dos cilindros de radios  $R$  y  $R'$ , pegados uno sobre otro. Sobre los cilindros se han enrollado sendas cuerdas, y de éstas penden cuerpos de masas  $m$  y  $m'$ . Calcular la aceleración angular de la polea doble si ésta gira sin rozamiento sobre su eje de simetría y su momento de inercia respecto del mismo es  $I$ .
13. Un yo-yo de 230 g consta de dos discos de 2.5 cm de radio unidos por un eje de 0.3 cm de radio. El hilo, enrollado en el eje, tiene una longitud de 80 cm y masa despreciable. Sosteniendo el extremo libre del hilo, se deja caer al yo-yo con velocidad inicial cero. a) Mostrar que la relación entre la velocidad del centro de masas del yo-yo y su velocidad angular de rotación respecto del centro de masas es  $V_{\text{CM}} = \omega r$ , donde  $r$  es el radio del eje. b) Calcular la aceleración del centro de masas del yo-yo en el instante inicial (despreciar la masa del eje frente a la masa de los discos). ¿Es la aceleración constante durante la caída? c) Calcular la velocidad angular del yo-yo cuando el hilo se ha desenrollado completamente. Mostrar que el resultado es independiente de la masa de los discos.
14. ¿Cuál es el trabajo realizado por fuerzas externas sobre el yo-yo del ejercicio anterior? ¿Hay trabajo realizado por fuerzas no conservativas internas y/o externas? Obtener el resultado del inciso c) del ejercicio anterior utilizando conceptos energéticos.
15. Un tablero cuadrado de lado  $l = 50 \text{ cm}$  está colgado de una pared por medio de un pivote sin rozamiento ubicado aproximadamente en el centro de uno de sus lados. Se aplica un ligero golpe sobre uno de los lados verticales del tablero, de modo que éste adquiere una velocidad angular  $\omega = 0.7 \text{ rad/s}$ . a) Calcular el máximo ángulo que formarán los lados verticales con la vertical. b) Determinar el período del movimiento oscilatorio que llevará a cabo el tablero.
16. Un cilindro de masa  $M$  y radio  $r$  se encuentra en reposo sobre una superficie sin rozamiento, cuando es atravesado por un proyectil de masa  $m$  que viaja en forma paralela a la superficie con velocidad  $v$ . El proyectil describe una trayectoria rectilínea cuya distancia al eje del cilindro es  $3/4 R$ ; luego de la colisión, su energía cinética se ve reducida a  $1/4$  de la energía cinética inicial. a) Calcular la velocidad del centro de masa del cilindro luego de la colisión. b) Calcular la velocidad angular del cilindro respecto de su centro de masas luego de la colisión. c) Probar que la situación física descrita sólo puede tener lugar si  $m/M > 24/17$ . Interpretar físicamente.
17. Una varilla homogénea de longitud  $l$  y masa  $M$  se encuentra en reposo sobre una superficie sin rozamiento, cuando sobre uno de sus extremos impacta frontalmente un proyectil, que se desplazaba sobre la superficie

- en dirección perpendicular a la varilla. a) Mostrar que luego del impacto la varilla se desplaza con un movimiento de rototraslación, tal que la velocidad de su centro de masa  $V$  y la velocidad angular respecto del centro de masas  $\omega$  están relacionadas por  $V = \omega l/6$ . b) Para el caso en que el choque es elástico, probar que la velocidad final del centro de masa de la varilla es  $V = 2mv/(4m + M)$ , donde  $m$  y  $v$  son la masa y la velocidad inicial del proyectil. c) Ídem en el caso de un choque plástico, siendo ahora  $V = mv/(4m + M)$ .
18. Un cilindro homogéneo de masa  $m$  y radio  $R$  rueda hacia abajo sin deslizar sobre un plano inclinado que forma un ángulo  $\theta$  con la horizontal. a) Calcular la aceleración del centro de masas del cilindro. b) Calcular la fuerza de rozamiento que ejerce el plano sobre el cilindro. c) Si el coeficiente de roce estático entre el cilindro y el plano es  $\mu_{\text{est}}$ , determinar el máximo ángulo posible de inclinación para que sea posible el movimiento de rodadura sin deslizamiento. d) ¿En qué difieren estos resultados si el cilindro rueda hacia arriba?
  19. Una esfera de masa  $m$  y radio  $R$  parte del reposo y rueda sin deslizar sobre una pista, como se muestra en la Fig. 5. a) ¿Qué fuerzas actúan sobre la esfera cuando ésta avanza por el tramo curvo, por el tramo recto, y luego de que abandona la pista? b) Calcular la velocidad angular de la esfera cuando viaja por el aire, luego de dejar la pista. c) Calcular a qué distancia del borde de la pista choca contra el suelo.
  20. Una bola de masa  $M$  y radio  $R$  se lanza de tal modo que cuando toca la pista se mueve horizontalmente con velocidad  $v_0 = 5$  m/s, sin rodar. Los coeficiente de fricción estático y cinético entre la bola y la pista son  $\mu_{\text{est}} = 0.35$  y  $\mu_{\text{cin}} = 0.3$  respectivamente. a) Determinar el tiempo durante el cual la bola desliza sobre la pista, y la distancia recorrida durante este tiempo. b) Hallar la velocidad del centro de masas de la bola una vez comenzado el movimiento de rodadura sin deslizamiento.
  21. En una de las tapas de un cilindro macizo de radio  $R_1$  se fija un cilindro hueco de radio  $R_2$ , y alrededor del éste se enrolla una cuerda, que es sostenida formando un ángulo  $\theta$  con la horizontal (ver Fig. 6). El cilindro macizo está apoyado en el suelo, siendo  $\mu_{\text{est}}$  el correspondiente coeficiente de roce estático. a) Mostrar que si se tira ligeramente de la cuerda, para  $\theta = 0$  el cilindro macizo rueda hacia la derecha, mientras que para  $\theta = 90^\circ$  rueda hacia la izquierda. b) Determinar el ángulo que debe formar la cuerda con la horizontal para que si se aplica una leve tensión el cilindro macizo permanezca en reposo.
  22. Un pintor pinta una pared vertical utilizando un rodillo cilíndrico aproximadamente homogéneo cuya masa es de 3 kg. Para ello ejerce sobre el rodillo una fuerza  $\vec{F}$  que forma un ángulo de  $45^\circ$  con la vertical (ver Fig. 7). a) Calcular la aceleración del centro de masas del rodillo si éste rueda sin deslizar, y la magnitud de la fuerza es  $F = 50$  N. b) Probar que para el sistema “rodillo” se cumple  $W_{\text{F,ext, no cons}} = \Delta E_{\text{mec}}$ .
  23. El cilindro de la Figura 8, de 4 kg de masa y 0.5 m de radio, rueda sin deslizar sobre una superficie horizontal. Se encuentra unido, a la altura del centro de masa, por una soga ideal, a una masa de 2 kg, a través de una polea. La polea tiene una masa de 10 kg y un radio de 0.3 m, y rueda sobre un eje fijo, libre de roce, que pasa por su centro. a) Determinar la aceleración del centro de masa del cilindro. b) ¿Cuál es la magnitud, dirección y sentido de la fuerza de roce que actúa sobre el cilindro? c) Determinar las tensiones de la cuerda a cada lado de la polea. d) Si la masa parte del reposo, a partir de consideraciones energéticas, determinar su velocidad luego de haber descendido 2 m. e) ¿Cómo cambian los resultados anteriores si la soga de la que cuelga la masa y pasa por la polea estuviera enrollada al cilindro en una hendidura de radio 0.2 m, e hiciera rodar sin deslizar a este último?
  24. Un trompo homogéneo de 100 g y momento de inercia  $I = 2$  kg cm<sup>2</sup> respecto de su eje de simetría está girando alrededor de este eje con velocidad angular  $\omega = 100$  rad/s. El trompo está apoyado en su vértice, distante 5 cm del centro de masas, y la inclinación del eje es de  $30^\circ$  respecto de la vertical. a) Calcular la velocidad angular de precesión del trompo. b) Describir cualitativamente cómo será el movimiento del trompo si, debido al rozamiento con la superficie, la velocidad angular  $\omega$  comienza a disminuir lentamente.
  25. Un hombre de 80 kg está parado en un extremo de una viga de 50 kg y 12 m de longitud, que a su vez está apoyada sobre dos soportes separados 8 m entre sí (ver Figura 9). El sistema se encuentra en equilibrio mecánico. a) Hallar la fuerza ejercida por cada soporte sobre la tabla. b) El hombre comienza a caminar hacia el otro extremo. Calcular cuánto puede avanzar antes de que la tabla pierda el equilibrio.
  26. Un poste de masa  $M$  está sostenido por dos alambres como se muestra en la Figura 10. La fuerza que ejerce el suelo sobre el poste:
    - a) Depende de la tensión de los cables, pero no tiene componente horizontal.
    - b) Depende de la tensión de los cables, y tiene una componente horizontal, que depende también del coeficiente de fricción entre el suelo y el poste.
    - c) Tiene una componente horizontal que no depende de la tensión de los alambres.

27. Una escalera de dos hojas, cada una de masa  $m$  y longitud  $l$ , está apoyada sobre una superficie rugosa, de modo tal que el ángulo entre ambas hojas es  $\alpha$ . a) Probar que si el coeficiente de roce estático entre el piso y la escalera es  $\mu_{\text{est}} = 0.8$ , el máximo ángulo que puede abrirse la escalera sin que deslice es  $\alpha_{\text{crit}} = 116^\circ$ . b) Un hombre de masa  $M$  sube por una de las hojas de la escalera, deteniéndose en el punto medio. Calcular la fuerza de rozamiento existente entre el piso y cada una de las hojas una vez que el hombre se ha detenido, y determinar la fuerza que ejerce una de las hojas sobre la otra. c) Si  $m = 10$  kg y  $M = 80$  kg, ¿cuál es ahora el máximo ángulo que puede abrirse la escalera? ¿Qué utilidad tiene la varilla o cadena que suele colocarse uniendo ambas hojas a una cierta altura?
28. Una barra uniforme de masa  $m$  y longitud  $l$  está sujeta a una pared mediante un cable en un extremo y un pivote sin rozamiento en el otro (ver Figura 11). a) Calcular la fuerza que ejerce el pivote sobre la barra. b) El cable se corta repentinamente, y la barra comienza a rotar alrededor del pivote (que se supone sin rozamiento). En el instante en que la barra pasa por la posición horizontal, calcular b<sub>1</sub>) su aceleración angular, b<sub>2</sub>) su velocidad angular, y b<sub>3</sub>) la fuerza ejercida por el pivote. Ayuda: en el ítem b<sub>2</sub>), utilizar la conservación de la energía mecánica; en el inciso b<sub>3</sub>), tener en cuenta que el centro de masa de la barra se mueve alrededor del pivote con un movimiento circular no uniforme.
29. Un resorte sin masa tiene unido un cilindro, de tal forma que éste puede rodar sin deslizar sobre una superficie horizontal (ver Figura 12). La constante  $k$  del resorte es de 3 N/m. Si el sistema se suelta desde el reposo en una posición en la que el resorte está estirado 25 cm, determinar a) la energía cinética traslacional y b) la energía cinética rotacional del cilindro cuando éste pasa por la posición de equilibrio. c) Mostrar que, en estas condiciones, el movimiento del centro de masas del cilindro es armónico simple con un período  $T = 2\pi\sqrt{\frac{3M}{2k}}$ , donde  $M$  es la masa del cilindro.

### Ejercicios de repaso

- La Tierra describe una órbita elíptica alrededor del Sol, estando éste en uno de los focos de la elipse. Cuando la Tierra está en la posición más alejada del Sol (afelio), la distancia entre ambos es de  $1.52 \times 10^{11}$  m, y la velocidad orbital de la Tierra es de  $2.93 \times 10^4$  m/s. Hallar la velocidad orbital de la Tierra en la posición más cercana al Sol (perihelio), donde la distancia que los separa es de  $1.47 \times 10^{11}$  m. ¿Se conserva la energía mecánica durante toda la órbita?
- Una máquina de Atwood está formada por una cuerda de masa despreciable que sostiene dos cuerpos y pasa por una polea, sin deslizar sobre ésta. La polea es un disco uniforme de 200 g y 5 cm de radio, y el roce en el pivote es despreciable. a) Calcular la aceleración de los cuerpos si sus masas son 2 kg y 3 kg. b) Calcular la diferencia entre las tensiones en los extremos de la cuerda.
- Un cilindro uniforme de masa  $m_1$  y radio  $R$  gira sobre un eje sin rozamiento. Alrededor del cilindro se enrolla una cuerda a la que se sujeta un cuerpo de masa  $m_2$ , apoyado sobre un plano inclinado sin rozamiento que forma un ángulo  $\theta$  con la horizontal (ver Figura 13). El sistema parte del reposo estando el cuerpo a una altura  $h$  de la base del plano. a) Calcular la aceleración inicial del cuerpo. ¿Es ésta constante una vez iniciado el movimiento? b) Calcular la tensión de la cuerda. c) Hallar la velocidad con que llega el cuerpo a la base del plano. d) Analizar las respuestas anteriores para los casos particulares  $\theta = 0$ ,  $\theta = 90^\circ$  y  $m_1 = 0$ .
- En el sistema de la Figura 14, el resorte tiene constante  $k = 100$  N/m, y se encuentra con su longitud natural cuando se libera al bloque desde el reposo, permitiéndole caer. Si la posición inicial del bloque es 10 cm sobre el suelo, y el momento de inercia de la polea es  $0.8$  kg m<sup>2</sup>, determinar con qué velocidad llegará el bloque al suelo.
- Un disco de 10 kg y 80 cm de radio se encuentra en reposo sobre una superficie sin rozamiento, cuando recibe el impacto simultáneo de dos proyectiles de masa  $m = 50$  g y velocidades  $v$  y  $3v$  respectivamente, como muestra la Figura 15(a), con  $v = 100$  m/s. Los proyectiles se incrustan en el borde del disco, y éste comienza a desplazarse sobre la superficie. a) Describir el movimiento del disco luego de los impactos, indicando si en la colisión se conservan la cantidad de movimiento, la energía mecánica y/o el momento angular (indicar respecto de qué punto) para el sistema disco + proyectiles. b) Calcular la velocidad que tiene respecto del suelo uno de los proyectiles cuando se encuentra en la posición A, representada en la Figura 15(b) (despreciar la masa de los proyectiles frente a la masa del disco).

6. El vector momento angular de una rueda que gira alrededor de su eje está dirigido a lo largo de éste, apuntando en la dirección  $y$  positiva (ver Figura 16). Se quiere que este vector rote hacia la dirección  $x$  positiva, y para ello se ejerce una fuerza sobre un extremo del eje, el punto A. ¿Qué dirección debe tener esta fuerza?
7. Un bloque cúbico homogéneo de 50 kg y 70 cm de lado está siendo subido sobre un plano inclinado mediante una cuerda, como se indica en la Figura 17. El ángulo de inclinación del plano es  $20^\circ$ , y el coeficiente de roce cinético entre las superficies del bloque y del plano es  $\mu_{\text{cin}} = 0.4$ . La cuerda se mantiene paralela al plano, a 50 cm de éste, y está enrollada en una polea homogénea de 10 kg y 30 cm de radio, que se hace girar por medio de una manija. a) Hallar la máxima tensión con que la cuerda puede tirar del bloque de modo tal que éste no vuelque. b) Teniendo en cuenta el resultado anterior, hallar el máximo torque que puede ejercerse con la manija sobre la polea.
8. Un banco está formado por una placa de granito de 50 kg y 1 m de longitud, apoyada en sus extremos por dos patas de madera de 60 cm de altura y peso despreciable frente al de la placa. El banco está en reposo sobre un plano inclinado un ángulo de  $30^\circ$  (ver Figura 18), siendo el coeficiente de roce estático entre el plano y las patas  $\mu_{\text{est}} = 0.7$ . a) Calcular la componente normal de la fuerza que hace el plano sobre cada pata. b) Si se aumenta lentamente el ángulo de inclinación del plano, determinar qué ocurre primero, si el deslizamiento o el vuelco del banco.
9. En una demostración conocida como el carrito balístico, una pelota es lanzada desde un carrito (que se mueve con velocidad constante a lo largo de la dirección horizontal) verticalmente hacia arriba respecto del carrito. La pelota cae en la taza de captura del carrito, debido a que tanto éste como la pelota tienen la misma componente horizontal de velocidad. Considérese ahora un carrito que se mueve sobre un plano inclinado que forma un ángulo  $\theta$  con la horizontal, como se muestra en la Figura 19. El carrito (incluidas las cuatro ruedas) tiene una masa  $M$ , y el momento de inercia de cada rueda con respecto a un eje que pasa por su centro de masa es  $mR^2/2$ .  
a) Usando conservación de la energía (suponiendo que no hay fricción entre el eje de las ruedas y el carrito, y suponiendo que éstas ruedan sin deslizar sobre el plano inclinado), demostrar que la aceleración del carrito a lo largo del plano inclinado es

$$a = \frac{M}{M + 2m} g \sin(\theta).$$

- b) Notar que la componente de la aceleración de la pelota en la dirección del plano inclinado es  $g \sin(\theta)$ . Demostrar que la pelota sobrepasa al carrito en una cantidad

$$\Delta x = \left( \frac{4m}{M + 2m} \right) \frac{\sin(\theta) v_{y0}^2}{\cos^2(\theta) g},$$

donde  $v_{y0}$  es la velocidad inicial de la pelota, impartida por el resorte del carrito.

10. Un péndulo de longitud  $L$  y masa  $M$  tiene un resorte de constante  $k$  conectado a él a una distancia  $h$  abajo de su punto de suspensión (ver Figura 20). Encontrar la frecuencia de oscilación del sistema para valores pequeños de la amplitud  $\theta$ . Suponer que la varilla de longitud  $L$  es rígida pero de masa despreciable.
11. Una esfera sólida de radio  $R$  rueda sin deslizar en un canal cilíndrico de radio  $5R$  como se indica en la Figura 21. Demostrar que, para pequeños desplazamientos desde el punto de equilibrio, la esfera realiza un movimiento armónico simple con un período  $T = 2\pi \sqrt{\frac{28R}{5g}}$ .
12. Una barra larga y delgada de masa  $M$  y longitud  $L$  oscila alrededor de su centro sobre un cilindro de radio  $R$  como se muestra en la Figura 22. Demostrar que desplazamientos pequeños originan un movimiento armónico simple con un período  $T = \frac{\pi L}{\sqrt{3gR}}$ .

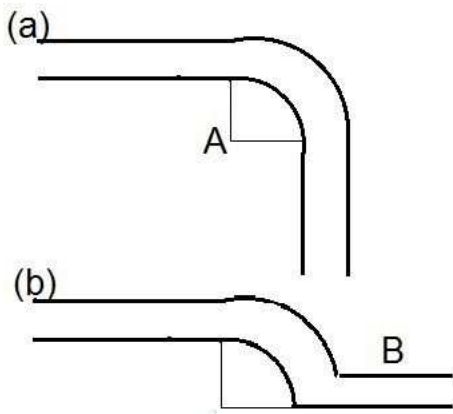


Figura 1

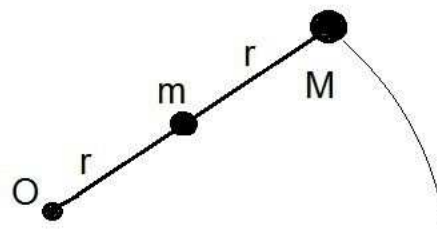


Figura 2

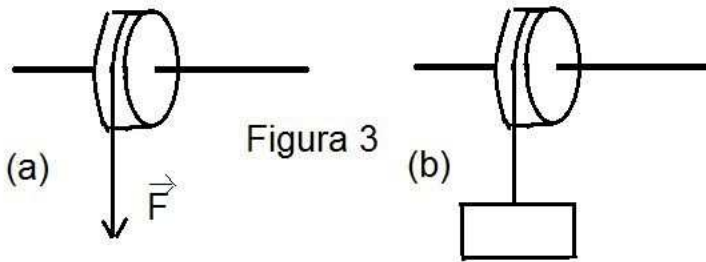


Figura 3

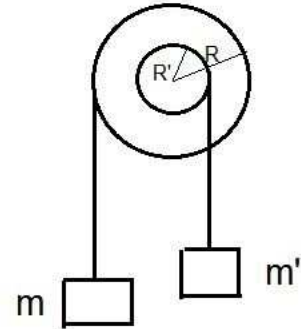


Figura 4

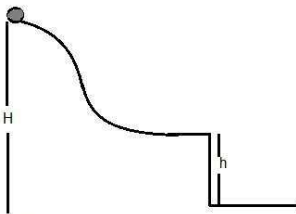


Figura 5

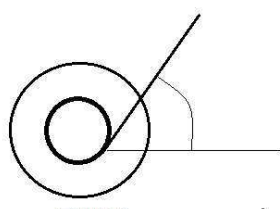


Figura 6

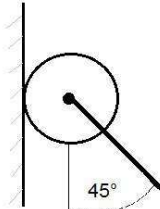


Figura 7

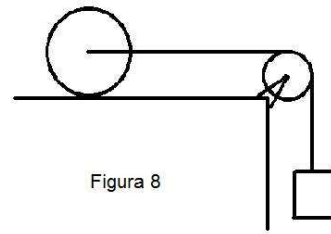


Figura 8



Figura 9

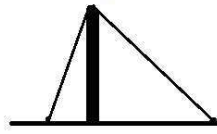


Figura 10

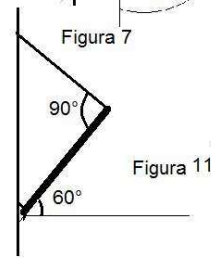


Figura 11

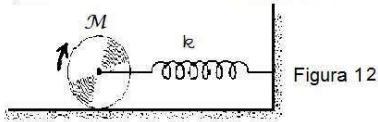


Figura 12

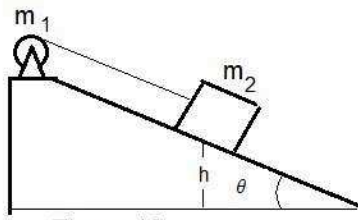


Figura 13

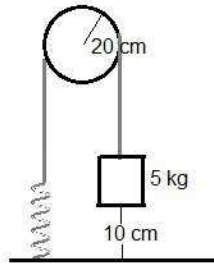


Figura 14

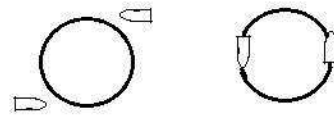


Figura 15

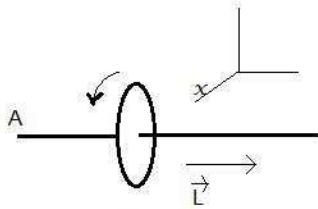


Figura 16

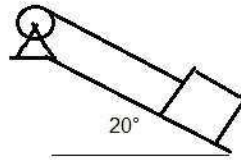


Figura 17

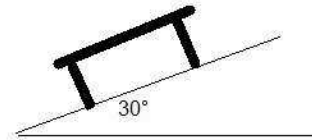


Figura 18

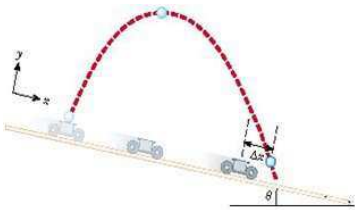


Figura 19

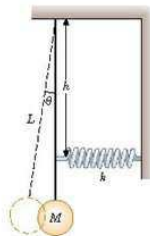


Figura 20

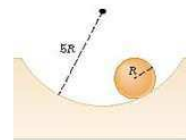


Figura 21

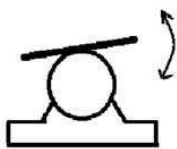


Figura 22