Física General I – Año 2020

Trabajo Práctico 7

1. Sobre un cuerpo de masa m, inicialmente en reposo en $\vec{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$, se ejercen alternativamente las siguientes fuerzas variables: a) $\vec{F} = -kx^2\,\check{\imath}$, b) $\vec{F} = -k(x+c)\,\check{\imath}$, c) $\vec{F} = kx\,\check{\imath}$, d) $\vec{F} = -kx^3\,\check{\imath}$, e) $\vec{F} = -kx^3\,\check{\jmath}$, donde k y c son constantes positivas. Determinar cuáles de éstas fuerzas darán lugar a un movimiento periódico del cuerpo, y en qué caso(s) el movimiento será armónico simple.

2. Para los siguientes enunciados, decir cuál opción es la correcta.

   a) Dos masas A y B, unidas a resortes, oscilan con frecuencias ν_A y ν_B. Si $\nu_B = 2\nu_A$, y las constantes de los dos resortes son iguales, las masas están relacionadas mediante
   i) $M_A = M_B/4$. *ii*) $M_A = M_B/2$. *iii*) $M_A = M_B/\sqrt{2}$. *iv*) $M_A = 4M_B$.

   b) La energía de un péndulo de longitud L y masa M que oscila con amplitud Λ es
   i) Independiente de M.
   ii) Independiente de L.
   iii) Independiente de Λ.
   iv) Dependiente de Λ, M y L.

3. Un cuerpo de 2 kg se suspende de un resorte que cuelga verticalmente, observando que en su posición de equilibrio el resorte se estira 4 cm. El resorte se coloca luego sobre una superficie horizontal sin roce, fijándose uno de sus extremos a una pared y el otro a un bloque de 5 kg. Se aparta al bloque 10 cm desde la posición de equilibrio, y en el instante $t = 0$ se lo suelta, de modo que comienza a oscilar describiendo un movimiento armónico simple (MAS). a) Determinar la constante del resorte. b) Hallar el período T del movimiento oscilatorio del bloque. c) Suponiendo que la elongación en función del tiempo está dada por $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$, hallar la amplitud y la fase inicial del movimiento. ¿Dónde se eligió el origen de coordenadas para que $x(t)$ tenga la expresión anterior? d) Ídem c), pero considerando $x(t) = B\,\mathrm{sen}\,(\omega t + \xi)$. e) Calcular la posición del bloque para $t = T$, $t = T/2$, $t = T/4$ y $t = T/8$.

4. a) Representar gráficamente la posición $x(t)$ del ejercicio 3c). b) Hallar las expresiones correspondientes para $v_x(t)$ y $a_x(t)$, verificando que se cumple la relación $F_x = ma_x$. Comparar gráficamente $x(t)$, $v_x(t)$ y $a_x(t)$. ¿Qué valores toman en $t = 0$? c) Hallar la velocidad y la aceleración en el instante en que el bloque pasa por primera vez por la posición de equilibrio. d) Calcular la energía potencial y cinética del sistema en función de t. ¿En qué posiciones alcanzan éstas su valor máximo? Hallar la energía mecánica del sistema oscilante.

5. Una partícula se mueve con movimiento armónico simple con una amplitud de 8 cm y un período de 4 s. Calcular la velocidad y la aceleración de la partícula 0.4 segundos después de que ésta pasa por uno de los extremos de la trayectoria.

6. Un cuerpo de masa m cuelga de un resorte vertical de constante k, oscilando con una amplitud A. a) Calcular la energía potencial gravitatoria, la energía potencial elástica y la energía mecánica total del sistema cuando el cuerpo posee su máximo desplazamiento hacia abajo. b) Calcular la energía cinética máxima del cuerpo. c) Escogiendo un origen de coordenadas conveniente, escribir una expresión para la altura $y(t)$ del cuerpo. Sugerencia: tomar la energía potencial gravitatoria igual a cero en el punto de equilibrio.

7. Un péndulo simple de 1 m de longitud ejecuta 100 oscilaciones completas en 204 segundos en cierto lugar de la Tierra. a) Hallar el valor de la aceleración de la gravedad g_T en ese sitio. b) ¿Cuál será la frecuencia de oscilación del mismo péndulo en la Luna, si allí el valor de la aceleración gravitatoria es $g_L = g_T/6$? c) Si la amplitud máxima del péndulo es de 10 grados, escribir una expresión para el ángulo formado por el péndulo con la vertical en función del tiempo. d) Ídem para la *velocidad angular* del péndulo. ¿Cuál es su valor máximo?

8. Una plataforma horizontal vibra verticalmente con movimiento armónico simple de amplitud 30 mm. Calcular la máxima frecuencia admisible para que un cuerpo apoyado sobre la plataforma no se separe de ésta durante el movimiento.

9. Un bloque X de masa m_X se mueve con movimiento oscilatorio armónico de amplitud A sobre una superficie lisa, unido a un resorte de constante k. Cuando está en un punto de máxima elongación del resorte, se deposita cuidadosamente sobre dicho bloque un segundo cuerpo Y, de masa m_Y. a) ¿Cuál es el mínimo coeficiente de roce estático que debe existir entre las superficies de los cuerpos para que Y no deslice sobre X? b) Suponiendo que no hay deslizamiento, determinar si al depositar el cuerpo Y se modifican la energía mecánica, la velocidad máxima, la amplitud y/o la frecuencia angular del MAS.

10. Dos resortes de constantes recuperadoras k_1 y k_2 se sujetan a un bloque de masa m situado sobre una superficie horizontal lisa, usando dos configuraciones diferentes: en *paralelo* (ambos resortes sujetos por un extremo al cuerpo y por el otro a un soporte fijo) y en *serie* (un resorte a continuación del otro, uno unido al cuerpo y el otro al soporte fijo). a) Calcular la constante recuperadora efectiva en cada configuración, k_P y k_S. b) Calcular la correspondiente frecuencia de oscilación, analizando en particular el caso en que $k_1 = k_2$. c) Considerar el caso $k_1 \gg k_2$, discutiendo cuál de los dos resortes gobernará las oscilaciones en cada configuración. d) ¿Cuál es la constante recuperadora efectiva de un resorte formado uniendo en serie n resortes de constante k?

11. Dos resortes están unidos a una masa m y a soportes fijos, como se muestra en la Figura 1. Demostrar que la frecuencia de oscilación es $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}$.

Ejercicios de repaso

1. Un objeto de 3 kg que oscila unido a un resorte de constante 2 kN/m tiene una energía mecánica total de 0.9 J. Calcular la amplitud del movimiento y la velocidad máxima del objeto.

2. La Figura 2 muestra a dos cuerpos de masas m_A y m_B conectados mediante un resorte de constante k. El sistema puede oscilar sobre una superficie horizontal sin roce. Si la longitud natural del resorte es l, entonces, el cambio en la longitud $x(t)$ del resorte queda determinado por $x = (x_B - x_A) - l$, donde x_B yx_A son las posiciones de las masas B y A en un sistema de referencia inercial. Demostrar que el movimiento oscilatorio del sistema satisface la ecuación $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{\mu}x = 0$, donde $\mu = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}$ es la masa reducida del sistema. El período de oscilación es, por lo tanto $T = 2\pi\sqrt{\frac{\mu}{k}}$.

3. Un bloque, de peso 14 N, está conectado al extremo superior de un plano inclinado liso (que forma un ángulo de 30° con la horizontal) mediante un resorte sin masa, de longitud natural 0,45 m y de constante elástica 120 N/m (ver Figura 3). a) ¿Cuán lejos del extremo superior del plano inclinado está el punto de equilibrio del bloque? b) El bloque es ligeramente desplazado de su posición de quilibrio y soltado, ¿cuál es el período del movimiento oscilatorio resultante?

4. Una masa m está conectada a dos cuerdas de longitud L cada una (ver Figura 4). La masa se desplaza verticalmente una pequeña distancia y. Suponiendo que las tensiones de las cuerdas son iguales y que no cambian su módulo, demostrar que el sistema efectúa un movimiento armónico simple con un período $2\pi\sqrt{\frac{mL}{2T}}$.

5. Una partícula de masa m cuelga de un resorte de constante k. El resorte está suspendido del techo de un ascensor, y cuelga de éste sin moverse respecto un sistema fijo en el ascensor, que desciende a velocidad constante v. El ascensor se detiene repentinamente. a) ¿Con qué amplitud oscila la partícula? b) Dar la posición ($y(t)$) de la partícula en función del tiempo t, eligiendo $t = 0$ como el instante en que el ascensor se detiene, y tomando y positivo hacia arriba.

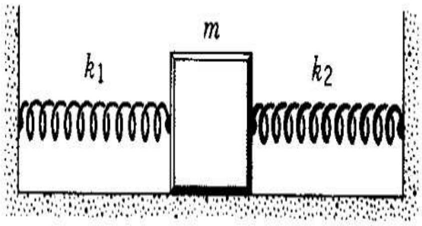

Figura 1

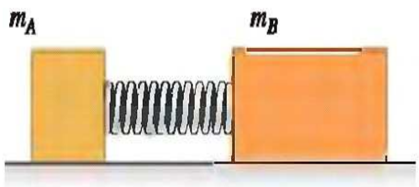

Figura 2

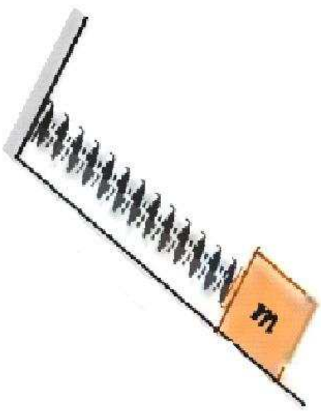

Figura 3

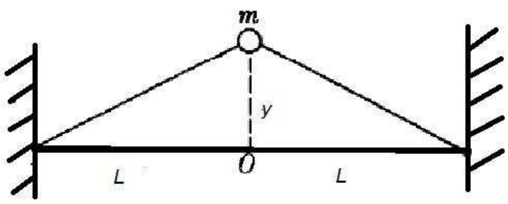

Figura 4