Física General I – Año 2020

Trabajo Práctico 3

1. Una partícula tiene un vector posición dado por $\vec{r}(t) = (10\text{ m} + 2\text{ m/s}^2\, t^2)\,\hat{\imath} + 8\text{ m/s}^4\, t^4\,\hat{\jmath}$. a) Determinar los vectores velocidad y aceleración en función del tiempo. ¿Es éste un movimiento uniformemente acelerado? b) Hallar y graficar la curva que describe la trayectoria de la partícula en el plano xy.

2. Un cocodrilo está en la orilla de un río, acechando a una cebra que está tomando agua en la orilla opuesta, a $20\,m$ de su coordenada a lo largo del río. El cocodrilo viaja a distintas velocidades (constantes) en el agua y en la tierra. El tiempo que le toma al cocodrilo llegar hasta la cebra puede ser minimizado si nada hasta un punto en la orilla opuesta que está a una distancia x a lo largo de la orilla y, luego, camina hasta la cebra. El tiempo, en décimas de segundo, que le toma al cocodrilo llegar a la cebra, está dado por $t(x) = 5\sqrt{36 + x^2} + 4(20 - x)$. ¿Qué es cada uno de estos dos términos? ¿Cuál es el ancho del río?) a) Calcular el tiempo que le toma al cocodrilo llegar a la cebra si nada la distancia más corta posible (cruza el rio perpendicularmente y corre por tierra $20\,m$). b) Calcular el tiempo que le toma al cocodrilo si no viaja por tierra. c) Entre estos dos tiempos hay un valor de x que minimiza el tiempo. Calcular este valor de x (dt/dx = 0 y despejar x) y el tiempo correspondiente en décimas de segundo.

3. Una partícula se mueve en el plano xy con aceleración constante. Para $t = 0$ la partícula se encuentra en la posición $\vec{r}_0 = 4\text{ m}\,\hat{\imath} + 3\text{ m}\,\hat{\jmath}$. Para $t = 2$ s la partícula se ha desplazado a la posición $\vec{r}_1 = 10\text{ m}\,\hat{\imath} - 2\text{ m}\,\hat{\jmath}$ y su velocidad ha cambiado en $\Delta\vec{v} = 5\text{ m/s}\,\hat{\imath} - 6\text{ m/s}\,\hat{\jmath}$. a) Calcular la aceleración de la partícula. b) Hallar la velocidad de la partícula en función del tiempo, $\vec{v}(t)$. c) Hallar la posición de la partícula en función del tiempo, $\vec{r}(t)$. (Atención: sólo si la aceleración es constante, aceleración instantánea y aceleración media coinciden).

4. Dos pelotas se tiran horizontalmente desde un edificio alto al mismo tiempo, una con velocidad cuyo módulo es v_0 y la otra con módulo de velocidad $v_0/2$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es la correcta?
   a) La pelota con velocidad inicial v_0 llega primero al suelo.
   b) La pelota con velocidad inicial $v_0/2$ llega primero al suelo.
   c) Ambas pelotas llegan al suelo al mismo tiempo.
   d) No se puede saber cuál llega primero si no se conoce la altura del edificio.

5. Una piedra es arrojada desde un altura H con un vector velocidad inicial que forma un ángulo θ con el eje horizontal. Al momento de chocar la piedra contra el suelo, ¿depende el módulo del vector velocidad del ángulo θ?

6. a) Demostrar que el alcance de un proyectil que tiene una velocidad inicial cuyo módulo es v_0 y un ángulo de elevación θ es $R = \frac{v_0^2}{g} sen(2\theta)$, ¿para qué ángulo de elevación es máximo dicho alcance?
   b) ¿Qué relación hay entre los alcances y entre los tiempos de impacto para ángulos de elevación $\frac{\pi}{4} + \alpha$ y $\frac{\pi}{4} - \alpha$?
   c) Demostrar que la altura máxima del proyectil es $y_M = \frac{(v_0 sen(\theta))^2}{2g}$.
   d) Determinar cuál es el ángulo de elevación de un cañón para que el alcance y la altura máxima de un proyectil sean iguales.

7. Un fusil dispara balas que salen del arma con una velocidad de 250 m/s. Para que una bala choque contra un blanco situado a 100 m de distancia y al mismo nivel que la boca del arma, el fusil debe apuntar a un punto situado por encima del blanco. Determinar la altura sobre el blanco a la cual debe apuntar. (Despreciar la resistencia del aire).

8. Un cazador apunta a una ardilla que se encuentra en la rama de un árbol. En el momento en que el cazador dispara su rifle la ardilla se asusta, dejándose caer de la rama. Demostrar que, desafortunadamente para la ardilla, el cazador da en el blanco.

9. Un cañón está colocado para que dispare sus proyectiles, con una velocidad inicial cuyo módulo es v_0, directamente hacia una colina que tiene un ángulo de elevación α, como se muestra en la Figura 1. ¿Cuál será el ángulo con respecto a la horizontal con el que debe apuntar el cañón para obtener el mayor alcance R posible a lo largo de la colina?

10. Un jugador patea una pelota hacia la meta, con una velocidad inicial de 20 m/s y con un ángulo de elevación de 45°. Un jugador que está en el mismo plano en que se mueve la pelota, 55 m más próximo a la meta que el primero, empieza a correr con velocidad constante, en el mismo instante, para recogerla; ¿cuál deberá ser el mínimo módulo de su velocidad para que alcance la pelota antes de que ésta llegue al suelo?

11. Un aeroplano está volando horizontalmente a una altura h con una velocidad v. En el instante en que el aeroplano está directamente sobre un cañón antiaéreo, el cañón dispara al aeroplano. Calcular la velocidad mínima v_0 y el ángulo de apunte α que requiere el proyectil para darle al aeroplano.

12. Un cañón antitanques está ubicado en el borde de una meseta a una altura de 60 m sobre la llanura que la rodea (Figura 2). La cuadrilla del cañón avista un tanque enemigo situado en la llanura a una distancia de 2200 m del cañón. En el mismo instante, la tripulación del tanque ve el cañón y comienza a escapar en línea recta con una aceleración de 0.9 m/s^2. Si el cañón dispara un proyectil con una velocidad de 240 m/s y un ángulo de elevación de 30° sobre la horizontal, ¿cuánto tiempo después de que el tanque empieza a moverse deben disparar los operarios del cañón para darle al tanque?

13. Una partícula se está moviendo a lo largo de una parábola de la forma $y = x^2\, m^{-1}$ de modo tal que, en cualquier instante, $v_x = 4$ m/s. Calcular módulo , dirección y sentido del vector velocidad y del vector aceleración en el punto $x = 2$ m.

14. Una partícula describe un movimiento tal que su vector posición en un determinado sistema de referencia está dado por la siguiente expresión: $\vec{r}(t) = 2\cos(\frac{\pi}{6}t)\,\check{\imath} + 2\sin(\frac{\pi}{6}t)\,\check{\jmath}$, donde el tiempo t está en segundos y las coordenadas en metros.
a) Hallar la trayectoria de dicha partícula.
b) Hallar la velocidad y la aceleración en los siguientes instantes: t=0, t=3s, t=6s y t=9s.
b) Graficar los vectores $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$ y $\vec{a}(t)$, en estos instantes.
c) Mostrar que el vector velocidad es ortogonal al vector aceleración para todo t.

15. a) Calcular la velocidad angular en rad/s de la aguja del reloj que marca las horas. b) Determinar el ángulo que forman las agujas del reloj a las doce y cuarto. c) Las agujas del reloj son colineales a las 12 hs. Calcular cuánto tiempo transcurre hasta que vuelvan a ser colineales y tengan igual sentido.

16. Un piloto de avión se lanza hacia abajo para describir un rizo siguiendo un arco de circunferencia cuyo radio es de 300 m. En la parte inferior de la trayectoria su velocidad es de 180 km/h, calcular su aceleración centrípeta en ese instante.

17. Una partícula se mueve en sentido antihorario sobre una circunferencia de radio 2 m con su centro en $(x, y) = (0, 2\text{ m})$. En $t = 0$ la partícula se encuentra en reposo en el origen de coordenadas, y se desplaza con aceleración angular uniforme de 1.5 rad/s^2. a) ¿Cuánto tardará la partícula en recorrer la mitad de la circunferencia? b) Calcular su velocidad (módulo y dirección) en ese instante. c) Calcular su aceleración (módulo y dirección) en ese instante.

18. Una rueda parte del reposo y acelera de tal manera que su velocidad angular aumenta uniformemente a 200 revoluciones por minuto en 6 segundos. Después de haber estado girando por algún tiempo a esta velocidad, se aplican los frenos, y la rueda toma 5 minutos en detenerse. Si el número total de revoluciones de la rueda es de 3100, calcular el tiempo total de rotación.

19. La rueda A (Figura 3) cuyo radio tiene 30 cm parte del reposo y aumenta su velocidad angular uniformemente a razón de 0.4π rad/s. La rueda transmite su movimiento a la rueda B mediante la correa C. Obtener una relación entre las aceleraciones angulares y los radios de las dos ruedas. Encontrar el tiempo necesario para que la rueda B alcance una velocidad angular de 10π rad/s.

Ejercicios de repaso

1. El vector posición de una partícula viene dado por $\vec{r}(t) = A\,t\;\check{\imath} + (B\,t + C)\;\check{\jmath}$, donde $A = 5$ m/s, $B = 10$ m/s y $C = 2$ m. a) Graficar la trayectoria de la partícula. b) Hallar módulo y dirección del vector velocidad $\vec{v}$ de la partícula, mostrando que éste es paralelo a la trayectoria. c) Graficar las componentes $x(t)$ e $y(t)$ del vector posición $\vec{r}(t)$.

2. Un cuerpo se mueve en el plano xy con aceleración constante $a = 10$ m/s^2 en el sentido de $\check{\imath}$. Si en $t = 1$ s el cuerpo se encuentra en $\vec{r}(t = 1\text{s}) = 8\text{ m}\,\check{\imath} + (-1)\text{ m}\,\check{\jmath}$ y tiene una velocidad $\vec{v}(t = 1\text{s}) = 13\text{ m/s }\check{\imath} - 1\text{ m/s }\check{\jmath}$, a) calcular la posición del cuerpo en función del tiempo y b) hallar y graficar la curva que describe la trayectoria del cuerpo en el plano xy.

3. Una partícula que se mueve en el plano xy tiene una aceleración constante $\vec{a}$, con $a_x = 6$ m/s^2 y $a_y = 4$ m/s^2. En el instante $t = 0$ la partícula está en reposo en la posición $\vec{r}_0 = 100$ m $\check{\imath}$. a) Hallar los vectores posición y velocidad en un instante cualquiera t. b) Hallar la ecuación de la trayectoria en el plano xy y representarla gráficamente. Comparar con la curva obtenida en el problema anterior. Explicar.

4. Dos proyectiles A y B se disparan desde el piso con módulos de velocidades iniciales idénticos. La velocidad inicial de A forma un ángulo θ_A con la horizontal, y la de B forma un ángulo θ_B con la horizontal. Si $\theta_A < \theta_B < 90°$, decir cuál de las siguientes afirmaciones es correcta.
a) El proyectil B está durante más tiempo en el aire y su alcance es mayor que el de A.
b) El proyectil B está durante más tiempo en el aire y su alcance es menor que el de A.
c) El proyectil B está durante más tiempo en el aire y alcanza mayor elevación que el proyectil A.

5. Una moto debe cruzar una zanja. Para que pueda pasar por sobre ella, se ha construido una rampa con una inclinación de 10°. Si la distancia horizontal que debe atravesar la moto para alcanzar el otro lado es de 7 m, ¿con qué velocidad debe abandonar la rampa? (Suponer que la altura a la que abandona la rampa es la misma a la que llega del otro lado de la zanja).

6. Un muchacho que está a 4 m de una pared vertical lanza contra ella una pelota. La pelota sale de su mano a 2 m por encima del suelo con una velocidad inicial $\vec{v} = (10\,\check{\imath} + 10\,\check{\jmath})$ m/s. Cuando la pelota choca con la pared se invierte la componente horizontal de su velocidad, mientras que no cambia su componente vertical. ¿A qué distancia de la pared chocará la pelota contra el suelo?

7. Un aeroplano vuela horizontalmente a una altura de 1 km y con una velocidad de 200 km/h. Deja caer una bomba que debe dar en una barco que viaja en la misma dirección y sentido a una velocidad de 20 km/h. Demostrar que la bomba debe dejarse caer cuando la distancia horizontal entre el aeroplano y el barco es aproximadamente 715 m. Resolver el mismo problema para el caso en el cual el barco se está moviendo en sentido opuesto.

8. Se hace girar una pelota atada a una cuerda en una circunferencia horizontal de 75 cm de radio. ¿A cuántas revoluciones por minuto deberá girar la pelota para que su aceleración centrípeta sea 9 m/s^2?

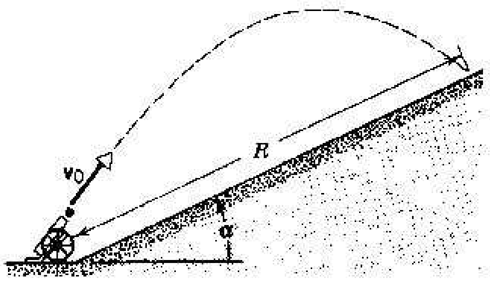

Figura 1

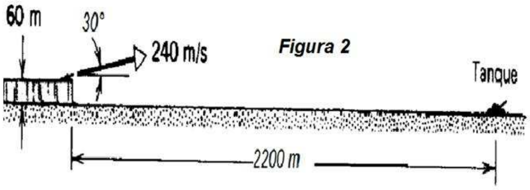

Figura 2

Figura 3