Electromagnetismo - Lic. Física

Año 2022

Prof: O. Civitarese — JTP: D.G. Actis — Ay. Dipl: P. Sotomayor

Práctica 5 — Electrodinámica: Ecuaciones de Maxwell

Teorema de Poynting

Problema 1. Considere una partícula puntual con carga q moviéndose en el vacío con velocidad constante de módulo $v \ll c$.

a) Escriba las densidades de carga y corriente correspondientes, verificando la ecuación de continuidad.

b) Calcule ambos potenciales $\phi(\mathbf{r}, t)$ y $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ generados por la carga, en el límite cuasiestático o instantáneo.

c) Calcule los campos eléctrico y magnético correspondientes.

Problema 2. Dos esferas concéntricas de radios a y b están separadas por un material conductor de conductividad σ. Se establece una diferencia de potencial V entre las esferas. Calcule la corriente que fluye desde a hasta b. Encuentre la resistencia del material, y las ecuaciones que deben satisfacer las componentes del campo magnético.

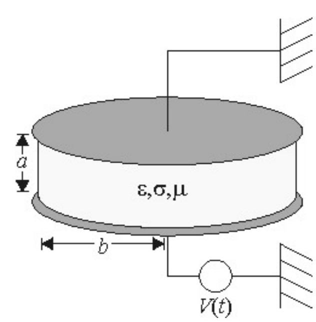
Problema 3. Por un alambre recto muy largo, de conductividad σ, circula una corriente eléctrica que varía como $I(t) = I_0(1 - e^{-t/\tau})$. Determine los campos eléctrico y magnético en puntos arbitrarios del entorno del alambre. Asuma que $\tau \gg \frac{\varepsilon_0}{\sigma}$ de manera que el término de Maxwell puede asumirse despreciable.

Problema 4. Suponga un pequeño imán (un dipolo magnético $\mathbf{m}$) en cuyo interior hay una carga q.

1. Calcule las densidades de energía eléctrica y magnética en el sistema.
2. Determine el vector de Poynting en cada punto del espacio.
3. Compruebe que se verifica el teorema de Poynting en forma diferencial.

Problema 5. El espacio entre dos placas circulares conductoras y paralelas, se encuentra lleno de un material de permitividad ε, conductividad σ y permeabilidad magnética μ. El radio de las placas es b, y la distancia entre ellas es a ($a \ll b$). La placa superior está permanentemente a tierra, mientras que el centro de la inferior se encuentra a una tensión $V(t)$.

1. Halle el campo eléctrico entre las placas y la corriente total que fluye entre ellas.
2. Calcule el campo magnético entre las placas.
3. Calcule la energía electromagnética almacenada en el dieléctrico.
4. Halle el vector de Poynting en el espacio entre las placas, así como su flujo a través de una superficie cilíndrica de radio b y altura a, concéntrica con el sistema.



Problema 6. Inducción mutua Una espira conductora cuadrada de lado a, se encuentra cerca del centro de un alambre conductor largo, que yace en el plano de la espira, paralelo a uno de los lados, a una distancia b. Por el alambre circula una corriente alterna de amplitud I_0 y frecuencia $f = \omega/(2\pi)$. Si la resistencia de la espira es R, determine en el límite cuasiestático

a) Los campos eléctrico y magnético inducidos por el alambre.

b) La inducción mutua del sistema.

c) La FEM inducida sobre la espira, la corriente que circula por esta, y la energía disipada. ¿Quién aporta esta energía?

Problema 7. En una región del espacio se tienen los siguientes campos, en coordenadas cilíndricas:

$$\mathbf{E} = \begin{cases} \frac{E_0 t}{T}\frac{\rho}{a}(1-\rho^2/a^2)e^{-t^2/T^2}\hat{\phi} & \rho < a \\ 0 & \rho > a \end{cases} \qquad \mathbf{B} = \begin{cases} \frac{E_0 T}{a}(1-2\rho^2/a^2)e^{-t^2/T^2}\hat{z} & \rho < a \\ 0 & \rho > a \end{cases}$$

a) Verifique que se trata de un campo electromagnético (soluciones de las ecuaciones de Maxwell) y encuentre las fuentes.

b) Halle la densidad de energía electromagnética.

c) Encuentre la expresión del vector de Poynting en todo el espacio. ¿Hacia dónde se dirige el flujo de energía? Verifique el teorema de Poynting.

d) Halle la fuerza que experimentará una carga puntual q que en el instante $t = a/c$. se encuentra en el punto $\mathbf{r} = (a/2)\hat{x}$ y se mueve con velocidad $\mathbf{v} = -(3c/4)\hat{x}$.

Problema 8. Considere un cable coaxil compuesto de dos capas cilíndricas. La exterior tiene radio b, densidad de carga lineal uniforme λ y transporta una corriente I, mientras que la capa interior tiene radio $a < b$, carga $-\lambda$, y transporta la misma corriente I pero en sentido opuesto.

1. Determine los campos electromagnéticos presentes.
2. Calcule el vector de Poynting, y la potencia total transmitida por el cable.

Problema 9. Un alambre cilíndrico recto y muy largo de sección uniforme πa^2, de un material de conductividad σ y permeabilidad $\mu \approx \mu_0$, transporta una corriente alterna armónica, de amplitud I_0 y frecuencia $f = \omega/(2\pi)$. Asuma que $\mathbf{J}_c = \sigma\mathbf{E}$, y que a esa frecuencia el material tiene permitividad ϵ.

a) Desarrolle las ecuaciones de Maxwell con esta dependencia temporal y simetría azimutal para llegar a una ecuación desacoplada para el campo eléctrico.

b) Obtenga los campos y las fuentes en todo el espacio.

c) Calcule la densidad de energía electromagnética y el vector de Poynting en todo el espacio.

Problema 10. Considere un material con una relación de dispersión $\omega(k) = \omega_0 + \frac{c^2k^2}{2\omega_0}$, ($\omega_0 = 1$ GHz) en el que se produce un pulso electromagnético con una distribución gaussiana, de forma que inicialmente

$$\vec{E}(\vec{r},0) = (1 \text{ V/m}) \times e^{-\frac{z^2}{2a^2}}\cos(k_0 z)\check{u}_x \quad \text{y} \quad \vec{B}(\vec{r},0) = \left(\frac{2}{c}\text{ V/m}\right)\frac{z}{a}e^{-\frac{z^2}{2a^2}}\cos(k_0 z)\check{u}_y$$

con $a = 1$ mm. Determine

a) La velocidad de grupo asociada al paquete

b) La forma funcional de los campos como función del tiempo.