Electromagnetismo - Lic. Física

Año 2022

Prof: O. Civitarese — JTP: D.G. Actis — Ay. Dipl: P. Sotomayor

Práctica 4 — Magnetostática

Problema 1. Una corriente I circula por un alambre recto infinito de radio a, y se encuentra distribuida uniformemente. Determine densidad de corriente $\mathbf{J}$, potencial vector $\mathbf{A}$ (a partir de la ecuación de Poisson correspondiente) y campo magnético $\mathbf{B} = \boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{A}$ en todo el espacio. Compare con el resultado de aplicar Ley de Ampère.

Problema 2. Mostrar que el primer término en el desarrollo multipolar del potencial vector viene dado por $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{m}\times\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3}$ donde $\mathbf{m} = \frac{1}{2}\int \mathbf{r}' \times \mathbf{J}(\mathbf{r}')\mathbf{dV}'$ es el momento dipolar magnético. A partir de este resultado, dé una expresión para el campo magnético dipolar $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ en términos de $\mathbf{m}$.

Problema 3. Considere una corriente I que circula por una espira circular de radio R y sección de cable despreciable.

a) Determine la densidad de corriente y dé expresiones para el potencial vector y el campo magnético en todo el espacio.

b) Calcule el campo explícitamente sobre el eje de la espira.

c) Identifique en el término dominante a grandes distancias el momento dipolar de la espira.

Problema 4. Energía y fuerza magnética Una aguja de hierro dulce (densidad 7,9 kg/m^3), de masa 10 g y longitud 6 cm tiene una magnetización uniforme de 0,072 Am^2 orientada a lo largo de su eje. Si la aguja se encuentra inmersa en un campo magnético uniforme.

a) Determine la energía de interacción de la aguja con el campo.

b) Si la aguja inicialmente en reposo forma un ángulo de $10\,^{\mathrm{o}}$ respecto a la dirección del campo, y se la suelta para que se mueva libremente, determine la orientación como función del tiempo.

c) Suponga que el campo varía linealmente con la posición $\mathbf{B} = \mathbf{0{,}1}$ T/cm $(z\,\hat{e}_z - y\,\hat{e}_y)$. ¿Cómo será la fuerza neta sobre la aguja?

Problema 5. Movimiento en campo magnético En la región del espacio que se extiende entre los planos $x = -10$ cm y $x = 10$ cm, el campo magnético tiene la forma aproximada $\mathbf{B} = 1$ T $\hat{e}_z + 10$ T/m $(y\,\hat{e}_y - z\,\hat{e}_z)$. Considere una partícula de masa $m = 110$ u.m.a que ingresa a esta región, moviéndose con velocidad inicial en la dirección del eje x y energía cinética $E = 5$ eV. Determine su trayectoria en los siguientes casos:

a) La partícula tiene una carga neta de $+1.6 \times 10^{-19}$ C.

b) La partícula no tiene carga, pero sí un momento magnético $\approx \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9 \times 10^{-24}$ J/T orientado paralelo al eje z

c) La partícula tiene el mismo momento magnético, pero orientado a lo largo del eje x.

Problema 6. Paramagneto y corrientes Una esfera de radio a tiene una distribución uniforme de carga superficial σ sobre su superficie y se encuentra rotando con velocidad angular constante ω. Si el interior de la esfera está compuesto por un material paramagnético de permeabilidad μ:

a) Encuentre el potencial vector $\mathbf{A}$ y el campo magnético $\mathbf{B}$ en todo el espacio.

b) Determine el momento dipolar magnético de la esfera.

Problema 7. Imanes permanentes I Una esfera de radio $a = 10$ cm tiene una magnetización permanente $M = 300$ kA/m. Determine los campos $\mathbf{B}$ y $\mathbf{H}$ en todo el espacio, generados por esta esfera.

Problema 8. Imanes permanentes II Un cilindro infinito de radio R cuyo eje coincide con el eje z tiene una magnetización permanente $\mathbf{M} = \mathbf{k\,s\,\hat{e}_z}$, donde k es una constante y s es la distancia al eje. Encuentre los campos $\mathbf{B}$ y $\mathbf{H}$ en todo el espacio.

Problema 9. Imanes permanentes III Una barra cilíndrica ferromagnética de longitud L y sección $A = \pi a^2$, está uniformemente imantada con magnetización $\mathbf{M}$. Determine los campos $\mathbf{B}$ y $\mathbf{H}$ en todo el espacio. Grafique cualitativamente las correspondientes líneas de campo.

Problema 10. Ferromagnetismo e histéresis Una esfera de radio $R = 10$ cm está compuesta por un material ferromagnético cuya curva de histéresis es de la forma

$$M(H) = \frac{M_s}{\pi/2} \arctan\left(\chi\pi\frac{H \pm H_c}{2M_s}\right)$$

con el campo coercitivo $H_c = 16\,\mathrm{kA/m}$, la magnetización de saturación $M_s = 480\,\mathrm{kA/m}$ y $\chi = 24$. Notación: aquí H hace referencia a la componente de campo magnético en determinada dirección, y M a la componente de magnetización en esa misma dirección.

a) Determine la magnetización remanente de la esfera en ausencia de campo externo, luego de haber sido magnetizada con campo $H \to \infty$.

b) Dé una estimación de la susceptibilidad magnética diferencial $\left(\frac{\partial M}{\partial H}\right)$ en el estado descrito en el inciso anterior, y en $H = -H_c$ sobre la misma rama.

c) Si ahora se somete al sistema a un campo externo uniforme $\mathbf{B}_0 = 0{,}5\,\mathrm{T}$ alineado en la dirección y en sentido de la magnetización remanente, determine el campo magnético producido por la esferita.

d) Calcule el trabajo magnético ($W = \int_i^f M(H)dH$) requerido para completar un ciclo entero de magnetización de este material: desde campo $H \to \infty$ hasta campo $H \to -\infty$ y de vuelta hasta campo $H \to \infty$.