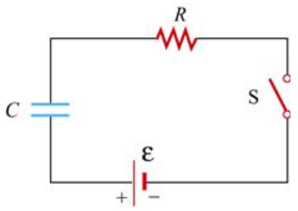
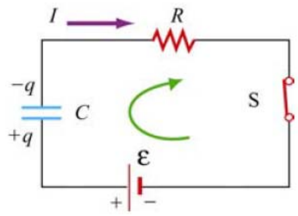
1. Circuitos RC (corriente continua)

Carga del capacitor





Si tenemos un circuito como el de la figura, en el cual el capacitor está inicialmente descargado (q=0 en t=0) y en el instante t=0 se cierra la llave S, comienza a circular una corriente I y el capacitor comienza a cargarse. Aplicando la ley de Kirchhoff en un lazo cerrado, podemos escribir:

$$\varepsilon - V_C - I(t)R = 0$$

Donde V_C es la diferencia de potencial en los extremos del capacitor y por lo tanto, $V_C = \dfrac{q(t)}{C}$. Entonces,

$$\varepsilon - \frac{q(t)}{C} - I(t)R = 0$$

$$\varepsilon - \frac{q(t)}{C} - \frac{dq(t)}{dt}R = 0$$

Para saber como varía la carga en el capacitor como función del tiempo tenemos que resolver esta ecuación diferencial:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{R}\left(\varepsilon - \frac{q}{C}\right)$$

que haciendo una separación de variables también podemos escribir así:

$$\frac{dq}{\left(\varepsilon - \frac{q}{C}\right)} = \frac{1}{R}dt \quad \Rightarrow \quad \frac{dq}{q - C\varepsilon} = -\frac{1}{RC}dt$$

Integrando ambos lados de la igualdad:

$$\int_0^q \frac{dq'}{q' - C\varepsilon} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt'$$

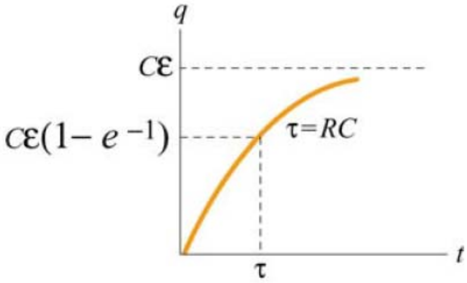
queda:

$$\ln\left(\frac{q - C\varepsilon}{-C\varepsilon}\right) = -\frac{t}{RC}$$

ó:

$$\boxed{q(t) = C\varepsilon\left(1 - e^{-t/RC}\right) = Q\left(1 - e^{-t/RC}\right)}$$

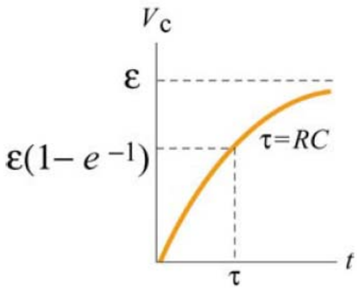
Q = Cε es la máxima cantidad de carga que se puede acumular en el capacitor.
El gráfico de la dependencia de la carga del capacitor como función del tiempo es el siguiente:



Una vez que encontramos la dependencia temporal de la carga, podemos determinar la diferencia de tensión en los extremos del capacitor:

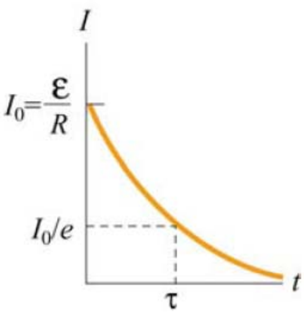
$$V_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \mathcal{E}(1 - e^{-t/RC})$$

En t=0, V_c es cero y cuando t→∞, V_c→ ε.



La corriente que circula por el circuito es igual a la derivada de la carga como función del tiempo:

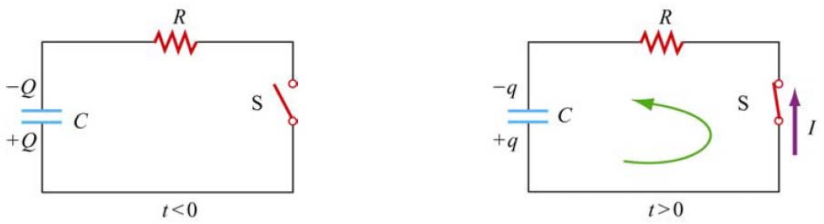
$$I(t) = \frac{dq}{dt} = \left(\frac{\varepsilon}{R}\right) e^{-t/RC} = I_0\, e^{-t/RC}$$



τ=RC se conoce como constante de tiempo. El el tiempo que debe transcurrir para que la corriente decaiga en 1/e = 0.368.

<u>Descarga del capacitor</u>

Supongamos que inicialmente el capacitor está cargado con una carga total Q y en t== cierrola llave S en el siguiente circuito:



El capacitor actuará como una fuente de tensión, y comenzará a descargarse porque la carag fluye desde la placa positiva a la negativa, por lo tanto V_C disminuirá con el tiempo.
Aplicando nuevamente Kirchhoff :

$$\frac{q}{C} - IR = 0$$

La corriente que circula en el circuito es:

$$I = -\frac{dq}{dt}$$

El signo negativo viene porque I es una magnitud positiva y el cambio en q es negativo (q decrece con el tiempo).

Entonces,

$$\frac{q}{C} + R\frac{dq}{dt} = 0$$

Realizando una separación de variables:

$$\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}dt$$

e integrando:

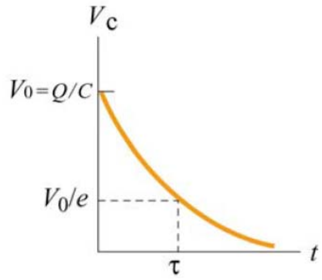
$$\int_Q^q \frac{dq'}{q'} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt' \quad \Rightarrow \quad \ln\left(\frac{q}{Q}\right) = -\frac{t}{RC}$$

ó:

$$\boxed{q(t) = Q\,e^{-t/RC}}$$

Por lo tanto, la diferencia de potencial en los extremos del capacitor será:

$$V_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \left(\frac{Q}{C}\right)e^{-t/RC}$$



y la corriente que circula por el circuito durante la descarga:

$$I = -\frac{dq}{dt} = \left(\frac{Q}{RC}\right)e^{-t/RC}$$