

Clase 4

Curso de verano Física II CIBEX

Circuitos RLC corriente alterna

DC Corriente Directa: corriente continua (baterías)

AC Corriente alterna: corriente oscilante

Fuente de tensión sinusoidal:

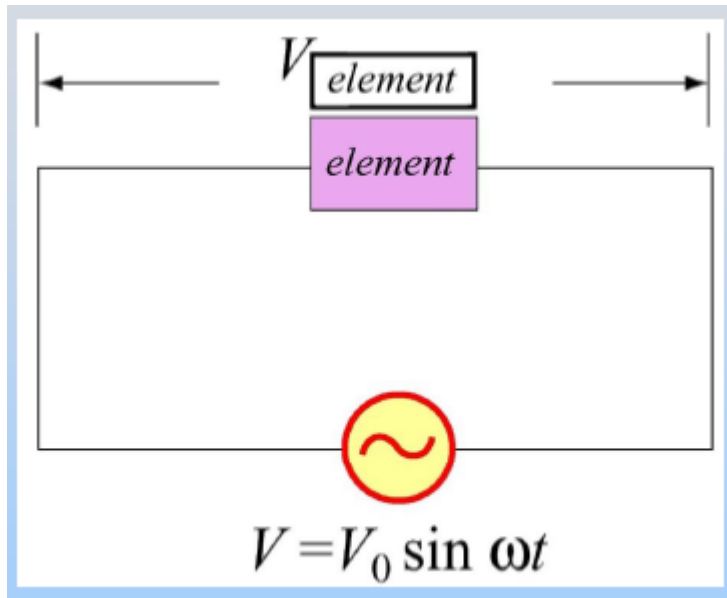


$$V(t) = V_0 \sin \omega t$$

$\omega = 2\pi f$ frecuencia angular

$V_0 =$ amplitud

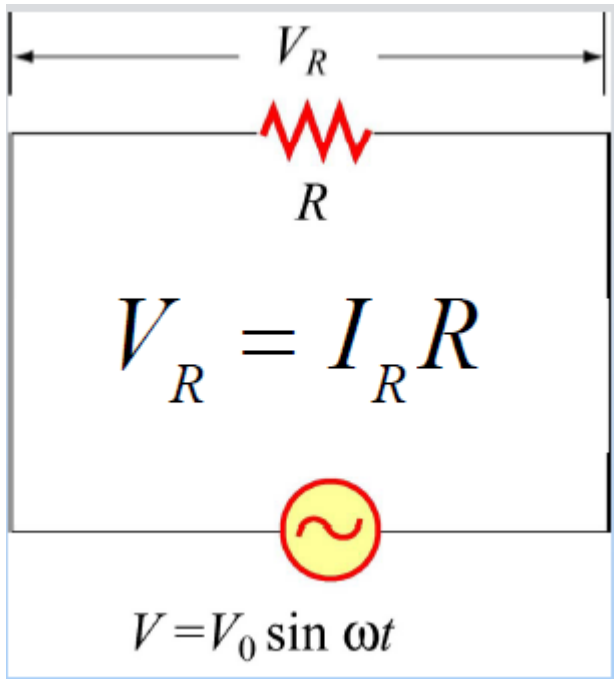
Circuito con un solo elemento



$$\begin{aligned} V_{\text{element}} &= V \\ &= V_0 \sin \omega t \\ I(t) &= I_0 \sin(\omega t - \phi) \end{aligned}$$

¿ Cuánto vale I_0 y cuánto vale ϕ ?

Si el elemento es **un resistor o resistencia...**

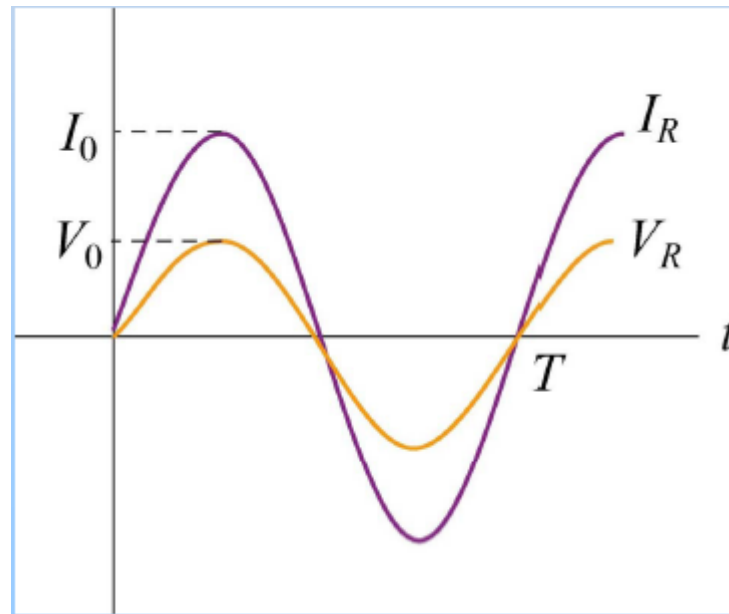


$$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{V_0}{R} \sin \omega t$$

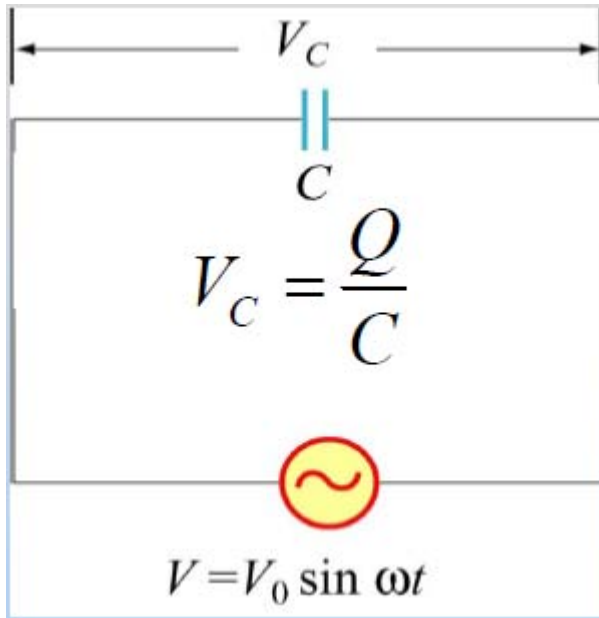
$$= I_0 \sin (\omega t - 0)$$

$$I_0 = \frac{V_0}{R}$$
$$\varphi = 0$$

I_R y V_R están en fase



Si el elemento es un capacitor...



$$I_C(t) = \frac{dQ}{dt}$$

$$Q(t) = CV_C = CV_0 \sin \omega t$$

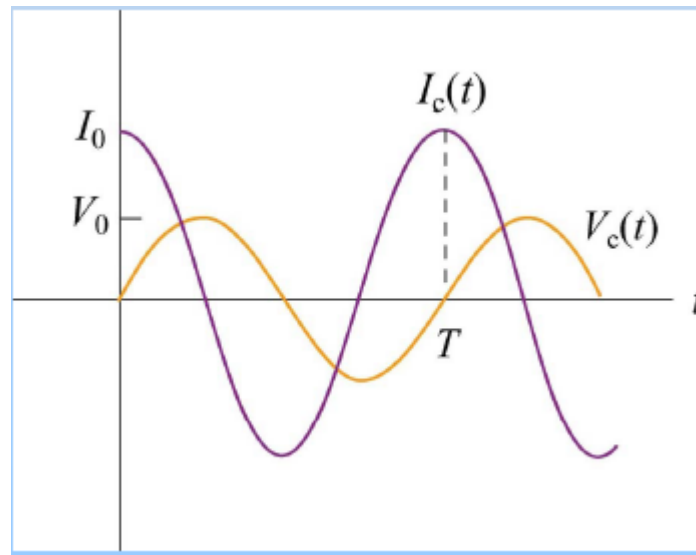
$$= \omega CV_0 \cos \omega t$$

$$= I_0 \sin(\omega t + \pi/2)$$

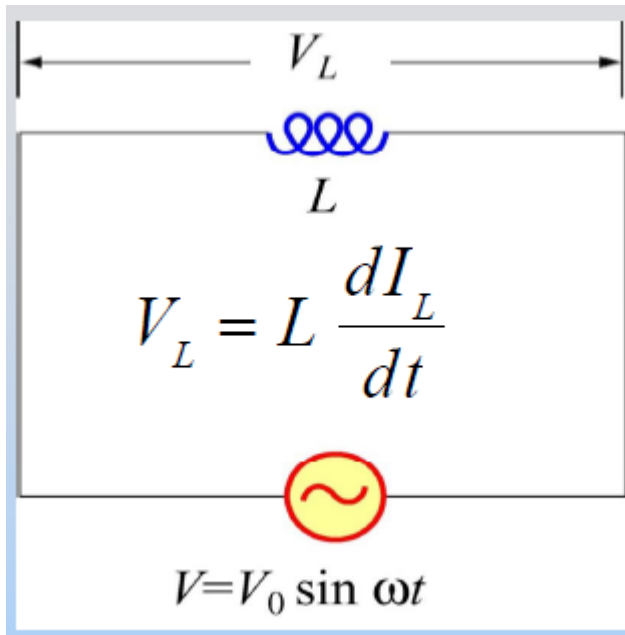
$$I_0 = \omega CV_0$$

$$\phi = -\pi/2$$

I_C va adelantado con respecto a V_C en $\pi/2$



Si el elemento es **un inductor...**

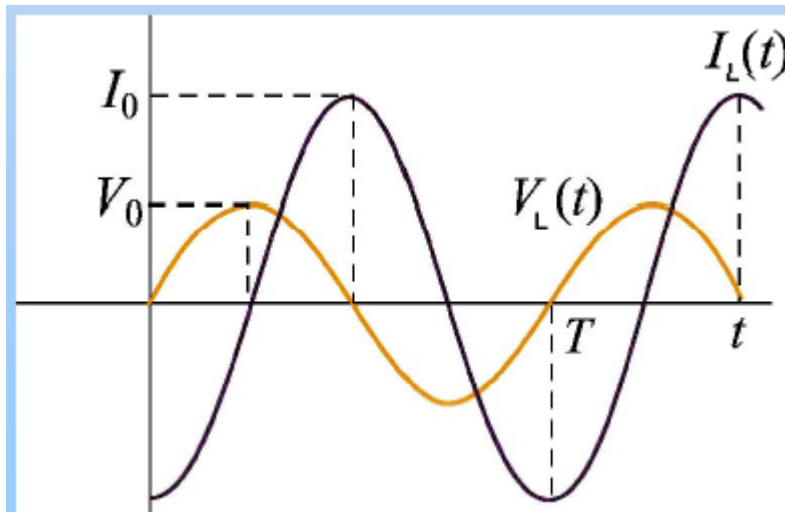


$$\frac{dI_L}{dt} = \frac{V_L}{L} = \frac{V_0}{L} \sin \omega t$$

$$I_L(t) = \frac{V_0}{L} \int \sin \omega t \, dt = -\frac{V_0}{\omega L} \cos \omega t$$

$$= I_0 \sin(\omega t - \pi / 2)$$

I_L va atrasado con respecto a V_L en $\pi/2$

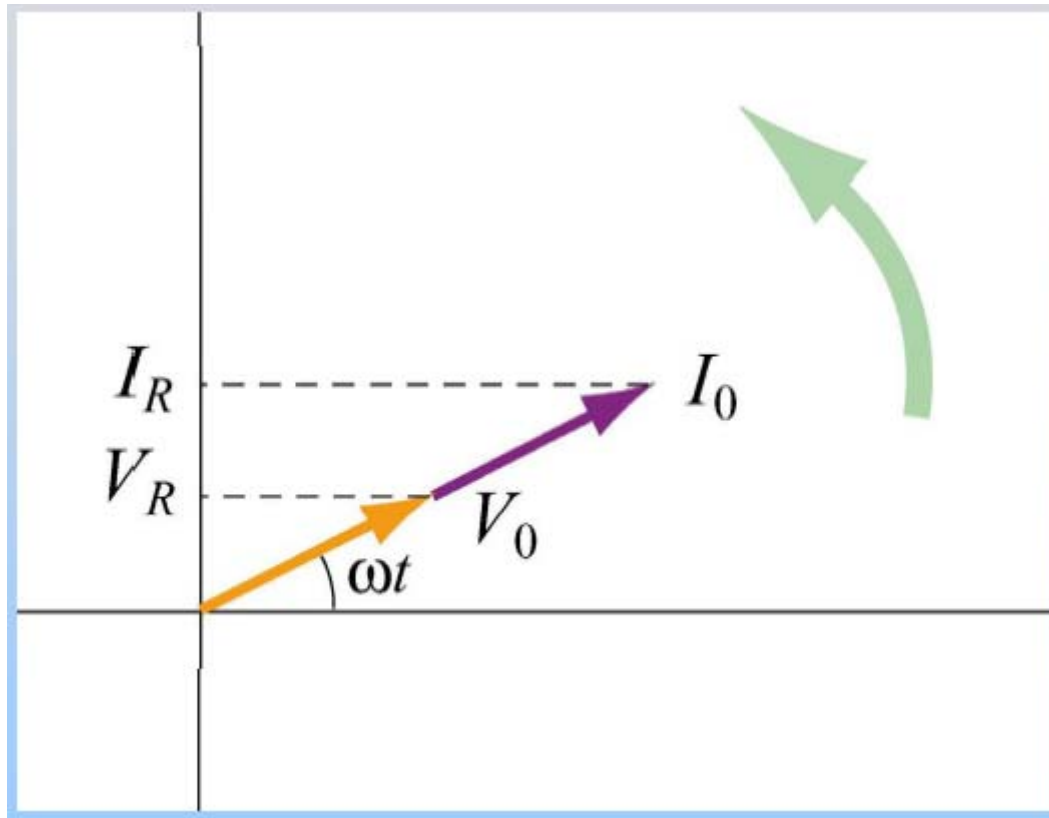


$$I_0 = \frac{V_0}{\omega L}$$
$$\phi = \pi / 2$$

Element	I_0	Current vs. Voltage	Resistance Reactance
Resistor	$\frac{V_{0R}}{R}$	En fase	$R = R$
Capacitor	$\omega C V_{0C}$	Adelanta	$X_C = \frac{1}{\omega C}$
Inductor	$\frac{V_{0L}}{\omega L}$	Atrasa	$X_L = \omega L$

Aunque las dedujimos para un solo elemento estas relaciones valen siempre

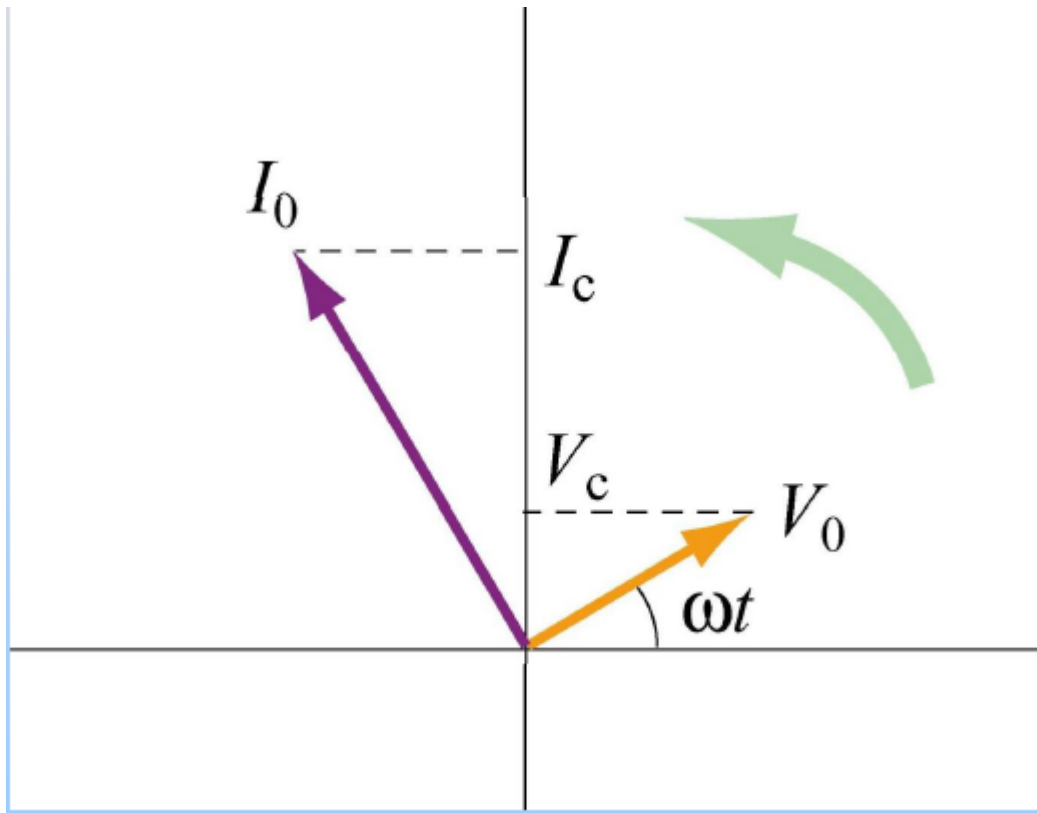
DIAGRAMAS DE FASORES: RESISTENCIA



$$V_0 = I_0 R$$
$$\phi = 0$$

I_R y V_R están en fase

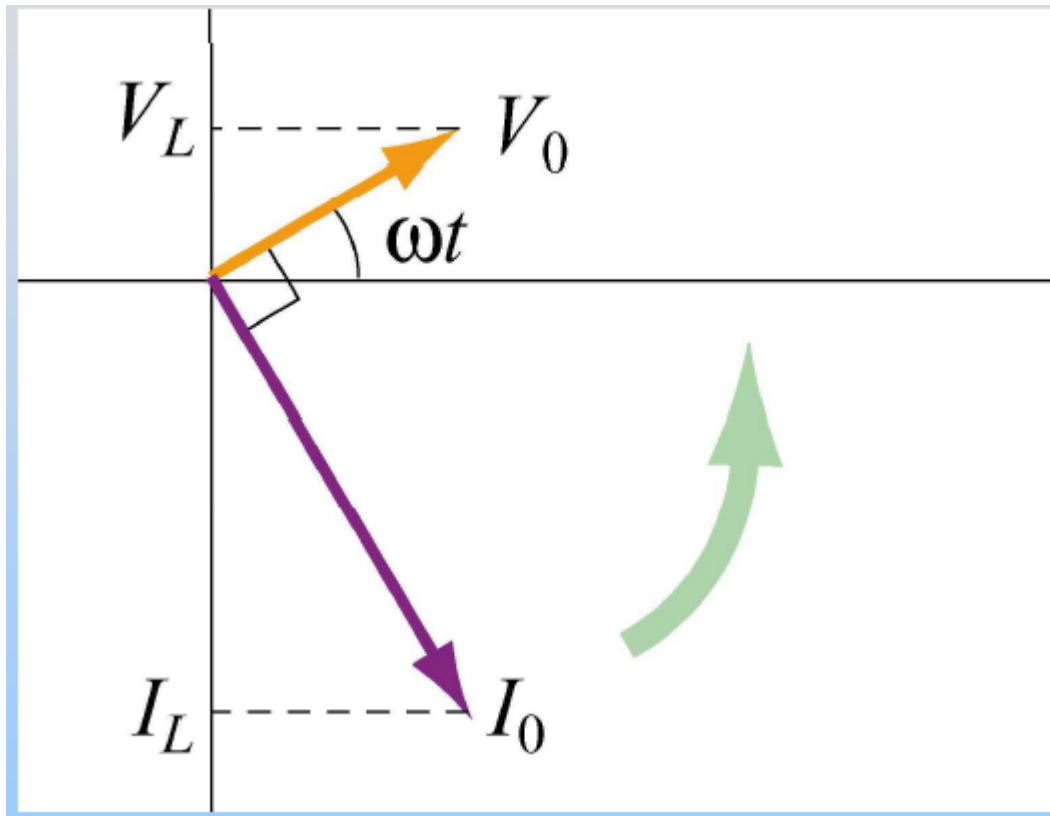
DIAGRAMAS DE FASORES: CAPACITOR



$$\begin{aligned} V_0 &= I_0 X_C \\ &= I_0 \frac{1}{\omega C} \\ \phi &= -\pi / 2 \end{aligned}$$

**I_C va adelantado
con respecto a V_C
en $\pi/2$**

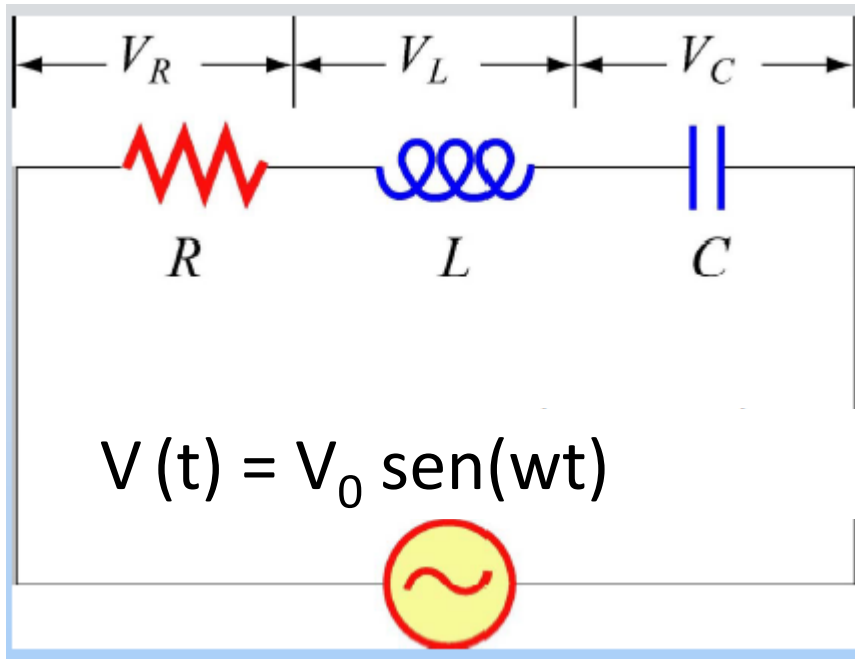
DIAGRAMAS DE FASORES: INDUCTOR



$$\begin{aligned}V_0 &= I_0 X_L \\ &= I_0 \omega L \\ \phi &= \pi / 2\end{aligned}$$

I_L va atrasado con respecto a V_L en $\pi/2$

CIRCUITO RLC



$$V_R = V_{R0} \sin(\omega t)$$

$$V_L = V_{L0} \sin(\omega t + \pi/2)$$

$$V_C = V_{C0} \sin(\omega t - \pi/2)$$

$$V(t) - V_R(t) - V_L(t) - V_C(t) = V(t) - IR - L \frac{dI}{dt} - \frac{Q}{C} = 0$$

$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{Q}{C} = V_0 \sin \omega t$$

$$L \frac{d^2 Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = V_0 \sin \omega t$$

SOLUCIÓN: $Q(t) = Q_0 \cos(\omega t - \phi)$

$$Q_0 = \frac{V_0 / L}{\sqrt{(R\omega / L)^2 + (\omega^2 - 1 / LC)^2}} = \frac{V_0}{\omega \sqrt{R^2 + (\omega L - 1 / \omega C)^2}}$$
$$= \frac{V_0}{\omega \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

$$\tan \phi = \frac{1}{R} \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = \frac{X_L - X_C}{R} \quad I(t) = + \frac{dQ}{dt} = I_0 \sin(\omega t - \phi)$$

$$I(t) = \frac{V_0}{Z} \sin(\omega t - \phi)$$

$$I_0 = \frac{V_{0S}}{Z}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Impedance

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{X_L - X_C}{R} \right)$$

$$I(t) = \frac{V_0}{Z} \sin(\omega t - \phi)$$

RESONANCIA

$$I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}; \quad X_L = \omega L, \quad X_C = \frac{1}{\omega C}$$

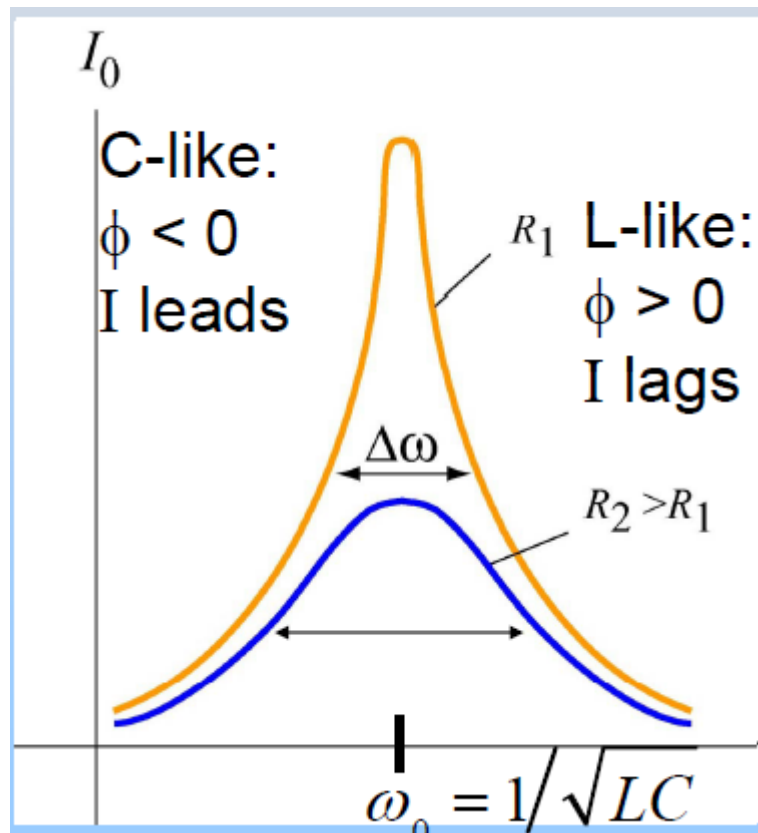
A bajas frecuencia domina C

A altas frecuencias domina L

Cuando $X_C = X_L$ se tiene resonancia e I_0 tiene su máximo valor

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}; \quad X_L = \omega L, \quad X_C = \frac{1}{\omega C}$$



$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{X_L - X_C}{R} \right)$$

ECUACIONES DE MAXWELL Y ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

Corriente de desplazamiento

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 I_{\text{enc}}$$

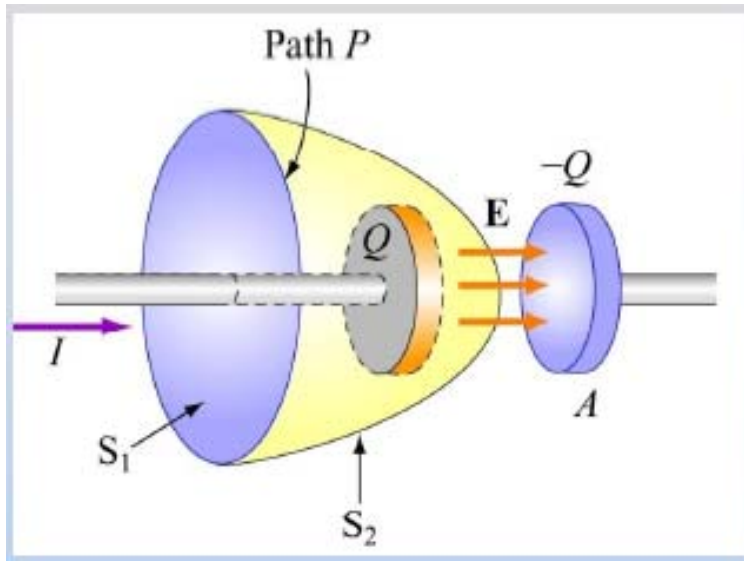
Ley de Ampere

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = -\frac{d}{dt} \iint_S \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$$

Ley de inducción de Faraday

Vale la inversa? Un campo eléctrico variable en el tiempo puede inducir un campo magnético?

Si estamos cargando un capacitor, el campo \mathbf{E} va cambiando con el tiempo



$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \Rightarrow Q = \epsilon_0 EA = \epsilon_0 \Phi_E$$

$$\frac{dQ}{dt} = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \equiv I_d$$

Corriente de desplazamiento

Hay que modificar la ley de Ampere

$$\oint_C \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 (I_{encl} + I_d)$$

Ecuaciones de Maxwell

$$1. \oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0}$$

Ley de Gauss

$$2. \oiint_S \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = 0$$

Ley de Gauss magnética

$$3. \oint_C \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Ley de Faraday

$$4. \oint_C \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 I_{enc} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Ley de Ampere-Maxwell

En el vacío, no hay cargas ni corrientes

Ecuaciones de Maxwell

Ppt M. Taylor

Campo eléctrico

Ley de Gauss

$$\oint_{\text{superficie}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

Ley de Faraday

$$\oint_{\text{curva}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{\partial \int \vec{B} \cdot d\vec{A}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Campo magnético

Ausencia del monopolo magnético

$$\oint_{\text{superficie}} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

Ley de Ampère- Maxwell

$$\oint_{\text{curva}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \int \vec{E} \cdot d\vec{A}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Que expresan las leyes de Maxwell:

Qué los **E** se originan por:

Cargas eléctricas (Ley de Gauss)

Campos magnéticos que varían en el tiempo (Ley de Faraday)

Qué los **B** se originan por:

Movimiento de cargas eléctricas (Ley de Ampere Maxwell)

Campos eléctricos que varían en el tiempo (Ley de Ampere Maxwell)

Conservación del flujo magnético:

No existe el monopolo magnético

Al analizar las ecuaciones de Maxwell en ausencia de fuentes de campo E y B (vacío)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Son simétricas.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Recordemos $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$

Podemos probar
que:

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

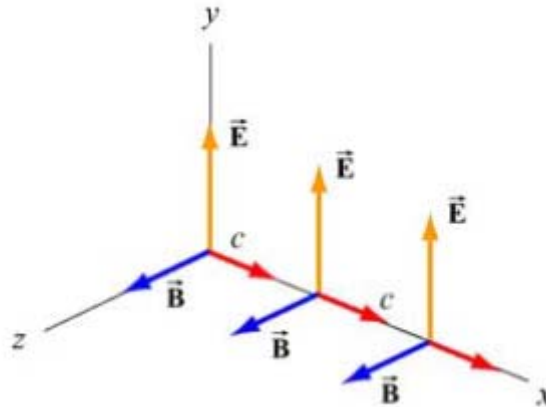
y

$$\nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

Ondas planas

$$\vec{\mathbf{E}} = E_y(x, t) \hat{\mathbf{j}} :$$

$$\vec{\mathbf{B}} = B_z(x, t) \hat{\mathbf{k}}$$



Trabajando con la ecuación diferencial completa, llegamos:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \begin{Bmatrix} E_y(x, t) \\ B_z(x, t) \end{Bmatrix} = 0$$

Tiene la forma de una ecuación de ondas unidimensional

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \begin{Bmatrix} E_y(x,t) \\ B_z(x,t) \end{Bmatrix} = 0 \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \psi(x,t) = 0$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)}} = 2.997 \times 10^8 \text{ m/s} = c$$

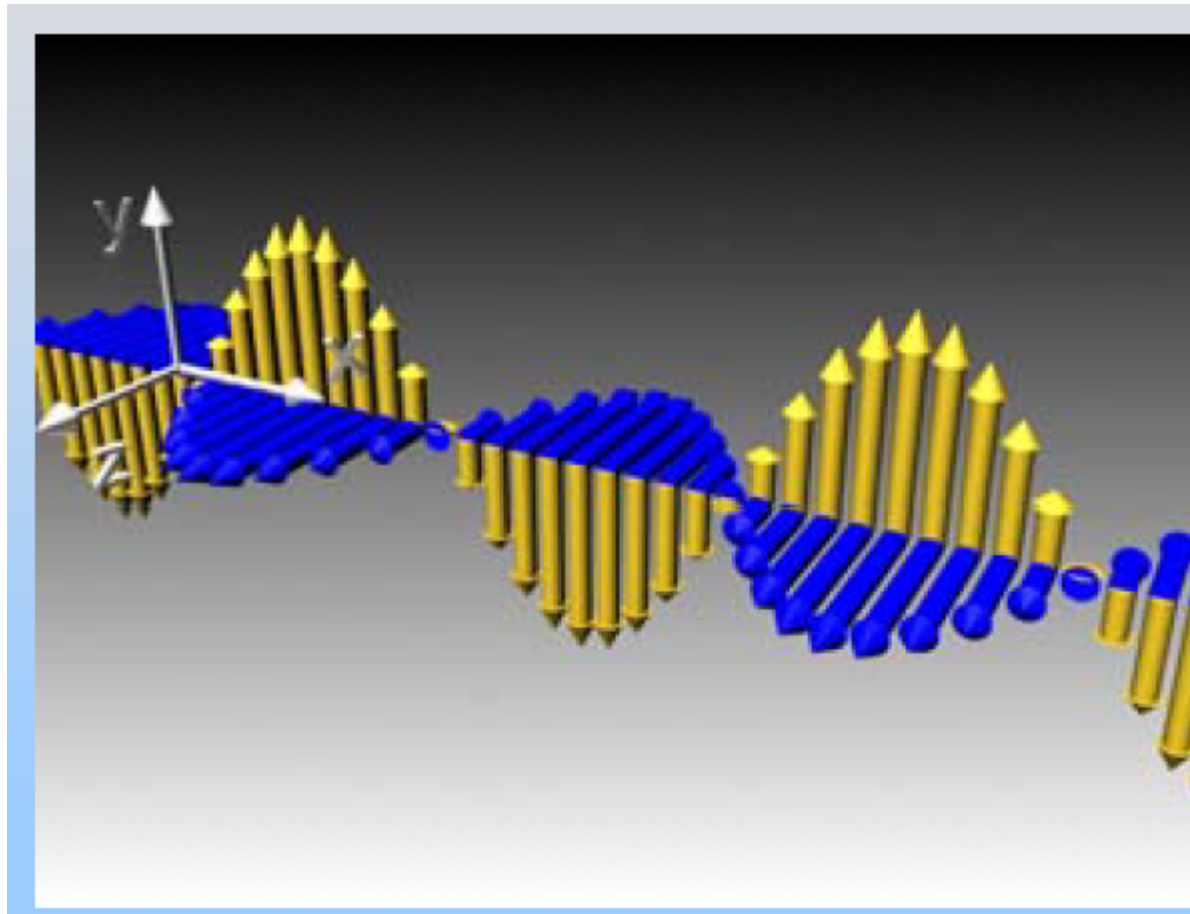
Se concluye que la luz es una onda electromagnética !!!

Las posibles soluciones de la ec. dif. unidimensional son:

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{E}} &= E_y(x,t) \hat{\mathbf{j}} = E_0 \cos k(x-vt) \hat{\mathbf{j}} = E_0 \cos(kx - \omega t) \hat{\mathbf{j}} & k &= \frac{2\pi}{\lambda} \\ \vec{\mathbf{B}} &= B_z(x,t) \hat{\mathbf{k}} = B_0 \cos k(x-vt) \hat{\mathbf{k}} = B_0 \cos(kx - \omega t) \hat{\mathbf{k}} & \omega &= kv = 2\pi \frac{v}{\lambda} = 2\pi f \end{aligned}$$

$$\vec{\mathbf{E}} = E_y(x,t)\hat{\mathbf{j}} = E_0 \cos k(x-vt)\hat{\mathbf{j}} = E_0 \cos(kx - \omega t)\hat{\mathbf{j}}$$

$$\vec{\mathbf{B}} = B_z(x,t)\hat{\mathbf{k}} = B_0 \cos k(x-vt)\hat{\mathbf{k}} = B_0 \cos(kx - \omega t)\hat{\mathbf{k}}$$



E y B están
en fase

$$\frac{E_0}{B_0} = \frac{\omega}{k} = c$$

$$\frac{E}{B} = c$$

Las características mas importantes de una onda EM son:

1) **E** y **B** son perpendiculares a la dirección de propagación

2) **E** y **B** son perpendiculares entre sí

3) El cociente entre sus magnitudes y amplitudes es:

$$\frac{E}{B} = \frac{E_0}{B_0} = \frac{\omega}{k} = c$$

4) La velocidad de propagación es igual a la velocidad de la luz:

$$c = 1 / \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} .$$

5) Las ondas electromagnéticas obedecen el ppio de superposición.

VECTOR DE POYNTING

Hemos visto que los campos eléctricos y magnéticos almacenan energía. Por lo tanto una onda electromagnética que consiste de los dos campos transporta energía.

Densidades de energía: $u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2, \quad u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$

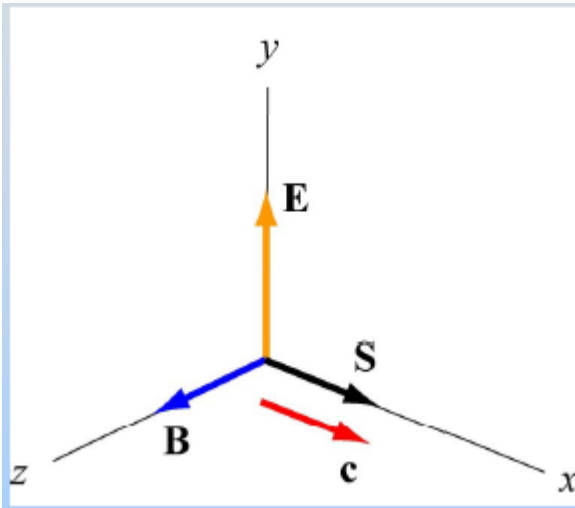
La velocidad del flujo de energía por unidad de tiempo:

$$S = \frac{dU}{A dt} = \frac{c}{2} \left(\epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) = \frac{cB^2}{\mu_0} = c\epsilon_0 E^2 = \frac{EB}{\mu_0} \quad \bar{S} = \frac{1}{\mu_0} \bar{\mathbf{E}} \times \bar{\mathbf{B}}$$

$$S = \frac{\text{energía / tiempo}}{\text{área}} = \frac{\text{potencia}}{\text{área}}$$

Vector de Poynting

\vec{S} tiene la dirección del flujo de energía y de propagación de la onda.



$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} : \text{Poynting vector}$$

Unidades $\text{J}/\text{m}^2\text{s}$

Está relacionado con la intensidad:

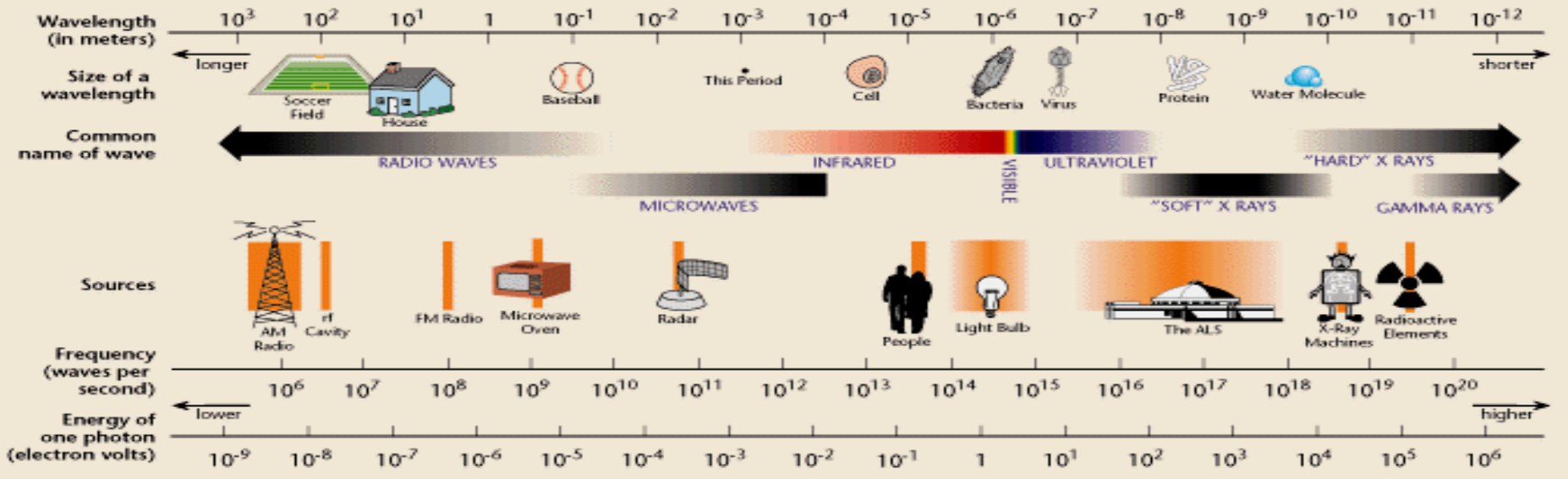
$$I \equiv \langle S \rangle = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0} = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} = \frac{c B_0^2}{2\mu_0}$$

➤ La intensidad (I) es el valor promedio de la magnitud de S .

Las ondas EM tienen una diversidad de frecuencias pero una naturaleza común.

La frecuencia (longitud de onda) determina sus características específicas.

THE ELECTROMAGNETIC SPECTRUM



Qué pasa Cuando la Onda Viaja en un Material

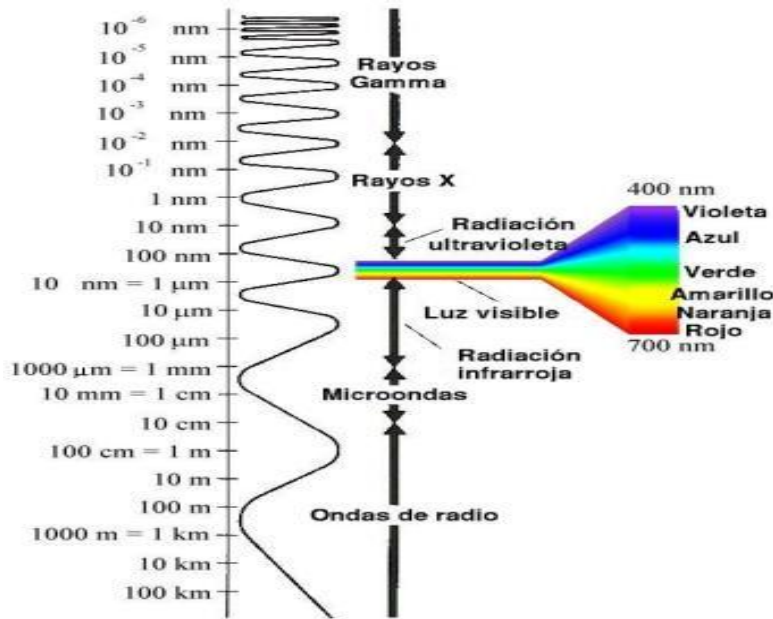
- Todavía se cumple $f \lambda = v_{\text{propagacion}}$.
- La frecuencia es la misma que cuando viaja en un vacío.
- La velocidad de la onda es menor que en el vacío.
- Obviamente, la longitud de onda también es menor.

$$n = \frac{c}{v}$$

ÓPTICA

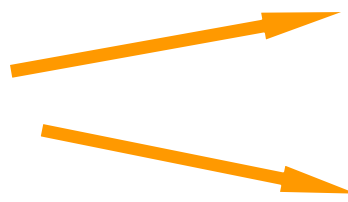
Óptica

Estudia los fenómenos relacionados con las ondas de la región del espectro cuyas longitudes de onda o frecuencias corresponden a lo que llamamos “el visible”.



400 nm-700 nm

Luz



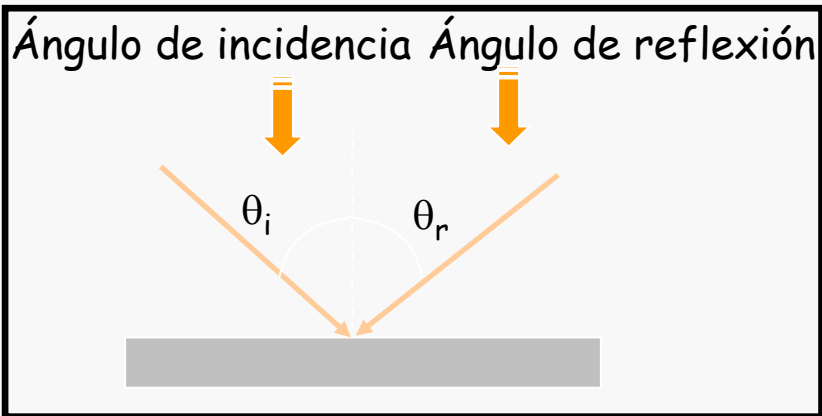
Emitida en todas direcciones

Propagación rectilínea

Óptica geométrica usa la noción de **rayo** luminoso (dirección de propagación).
Cuando la **dimensión de los objetos es mucho mas grande que λ** .

Reflexión

- Rayo Incidente, es aquel que llega a la superficie de separación de dos medios.
- **Rayo Reflejado, es aquel que "sale" de la superficie.**
- Ángulo de Incidencia, el ángulo que se forma entre el incidente y la normal.
- **Ángulo de Reflexión, el ángulo formado por la normal y el rayo reflejado.**
- Normal, es la perpendicular a la superficie de separación de los medios trazados.

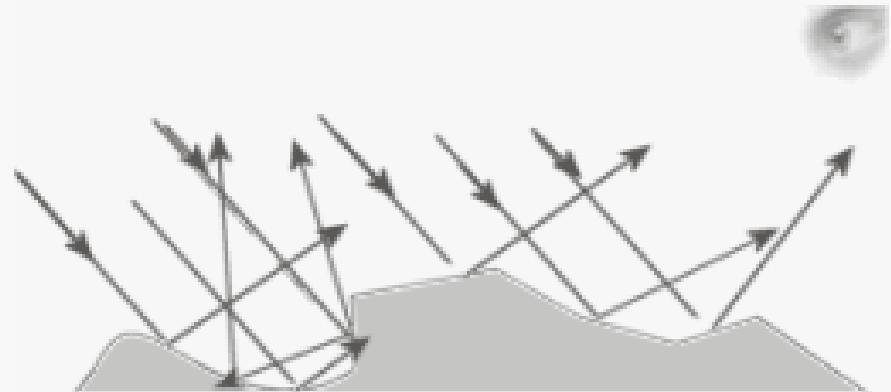


$$\theta_i = \theta_r \quad \text{Ley de reflexión}$$

Rayos incidente y reflejado y normal son coplanares

Trayectoria de la luz reversible

Reflexión difusa: origen en las superficies rugosas.



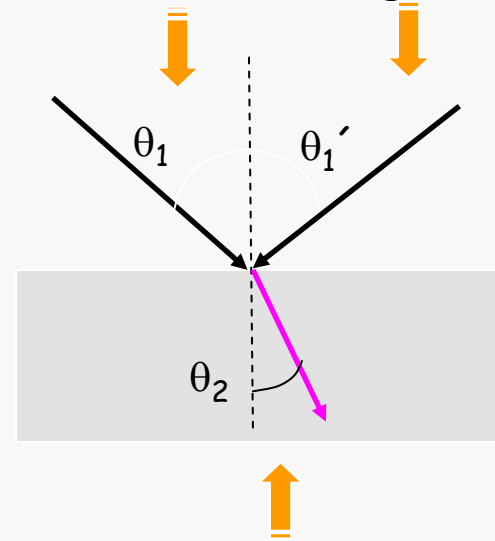
Refracción

- Rayo Incidente, es aquel que llega a la superficie de separación de dos medios.
- Rayo Refractado, el rayo que pasa al otro medio.
- Ángulo de Incidencia, el ángulo que se forma entre el incidente y la normal.
- Ángulo de Refracción, el ángulo formado por la normal y el rayo refractado.

Rayos incidente y refractado y normal son coplanares

Ángulo de incidencia Ángulo de reflexión

Ángulo de refracción = depende de los materiales que atraviesa



Ángulo de refracción

Ley de Snell $n_1 \text{sen} \theta_1 = n_2 \text{sen} \theta_2$

n = índice de refracción

$$n = \frac{\text{módulo de } v \text{ vacío}}{\text{módulo de } v \text{ material}} = \frac{c}{v}$$

A partir de la teoría ondulatoria

$$\frac{\text{sen} \theta_2}{\text{sen} \theta_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

$$v_1 > v_2 \Rightarrow \theta_2 < \theta_1$$

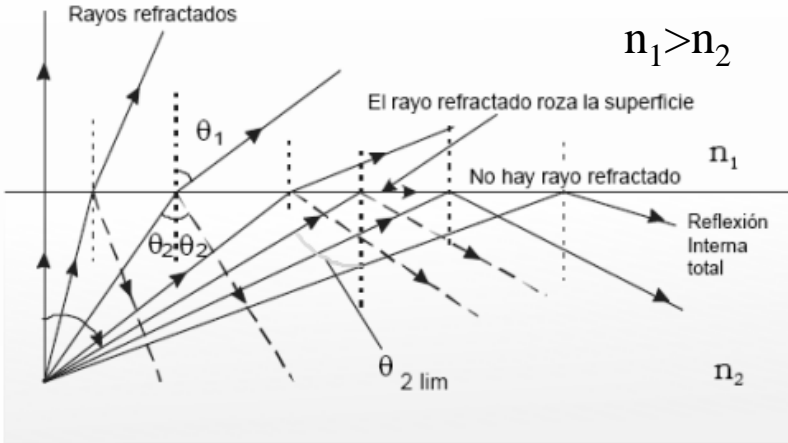
$$v_1 < v_2 \Rightarrow \theta_2 > \theta_1$$

Frecuencia no varia al cambiar de medio

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

REFLEXIÓN TOTAL INTERNA

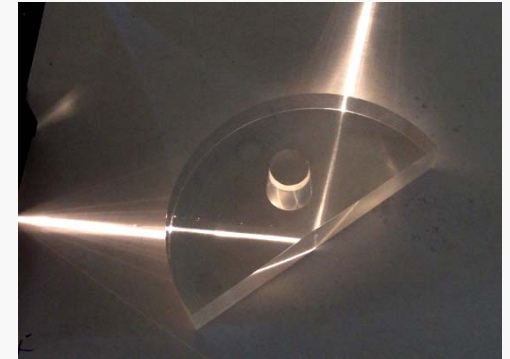
- a) Cuando el rayo va de un medio más refringente hacia otro menos refringente.
- b) Cuando el ángulo de incidencia sea mayor que el del límite.



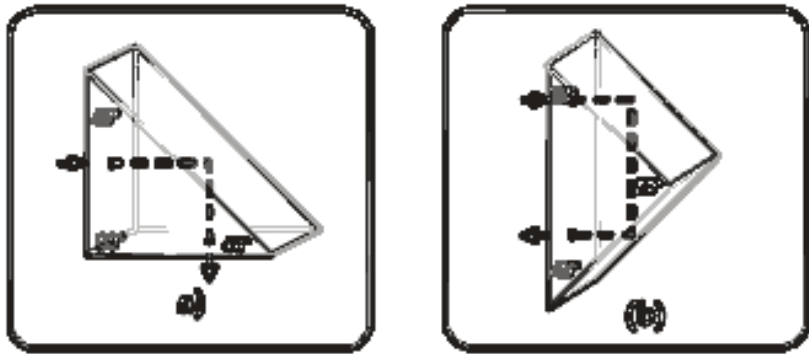
$$\theta_i = \theta_{\text{critico}}, \theta_2 = 90^\circ$$

↓

$$\text{sen } \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$

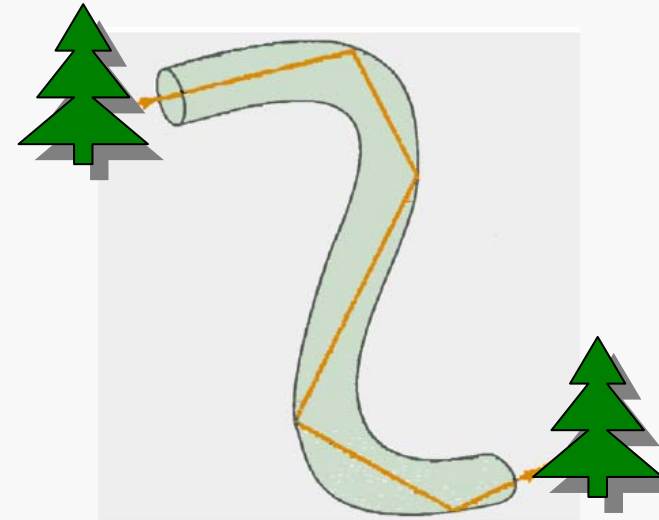


Espejismo

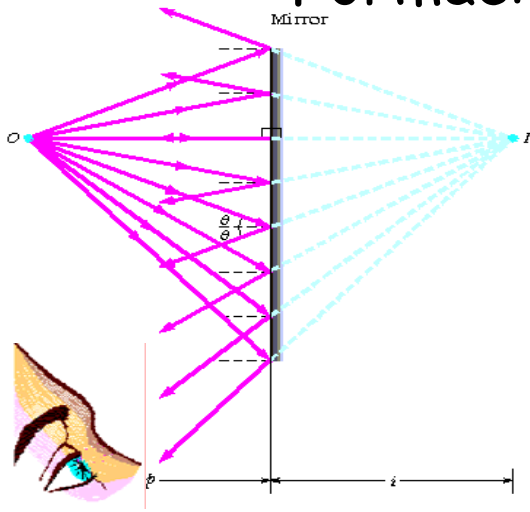


Principio de funcionamiento de las fibras ópticas

$$\Theta_{\text{critico}}(\text{vidrio}) = 41.8^\circ$$



Formación de imágenes: ESPEJOS PLANOS

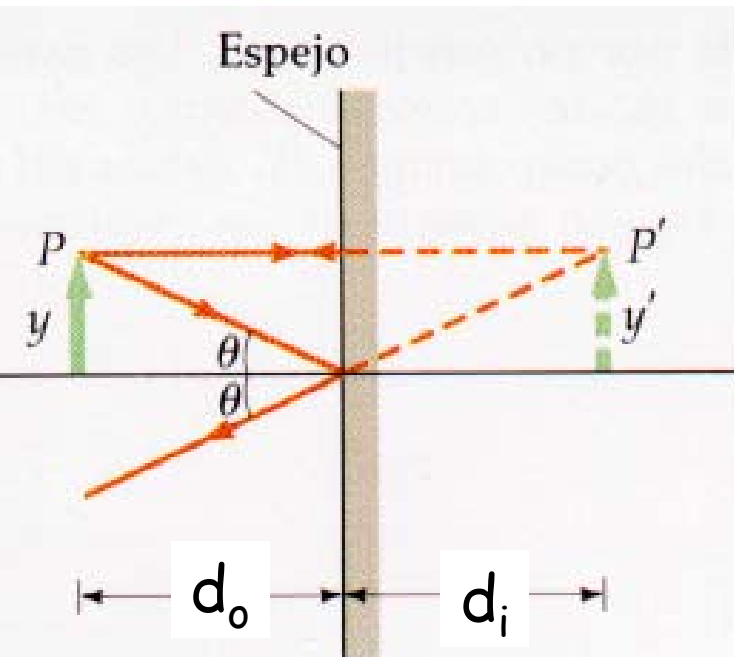


Leyes de reflexión

Imagen virtual, formada por la prolongación de los rayos

Distancia imagen = distancia objeto

$$d_o = d_i$$



No invierte está al derecho. Se trata entonces de una imagen directa

altura objeto = altura imagen

$$h = h'$$

Definimos = aumento lateral = M

$$M = \frac{\text{altura imagen}}{\text{altura objeto}} = \frac{h'}{h}$$

Superficies curvas: Espejos

Algunas definiciones

1) Llamaremos espejo esférico a todo cascarón esférico pulido.

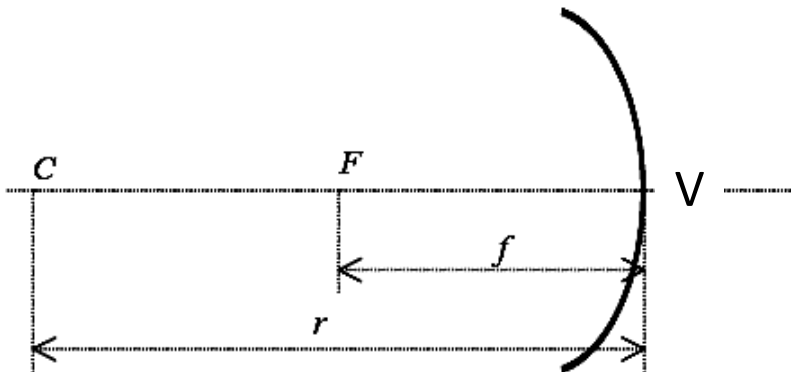
Superficie reflectora = INTERIOR → CONCAVO.

Superficie reflectora = EXTERIOR → CONVEXO.

2) El centro de la esfera, C , CENTRO DE CURVATURA DEL ESPEJO

3) El radio de la esfera, r , RADIO DE CURVATURA DEL ESPEJO

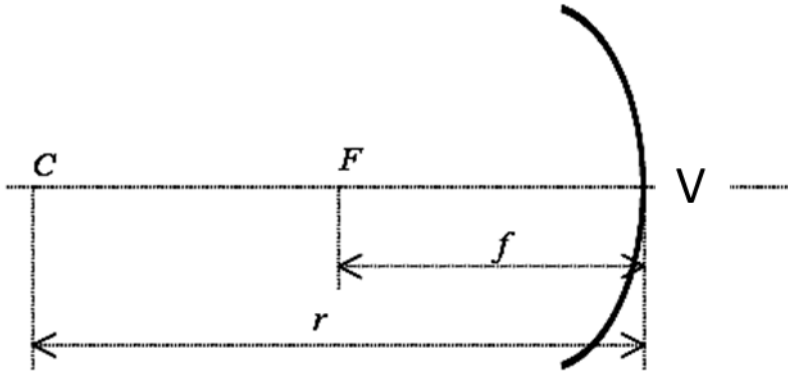
5) La recta pasa por los centros de curvatura y vértice (V), EJE PRINCIPAL



Convención:

Todos los puntos situados del lado que incide la luz tienen abscisa positiva, y los situados a la derecha negativa.

Formación de imágenes: ESPEJOS CURVOS



$$\frac{2}{r} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$$

p : coordenada del objeto

q: coordenada de la imagen

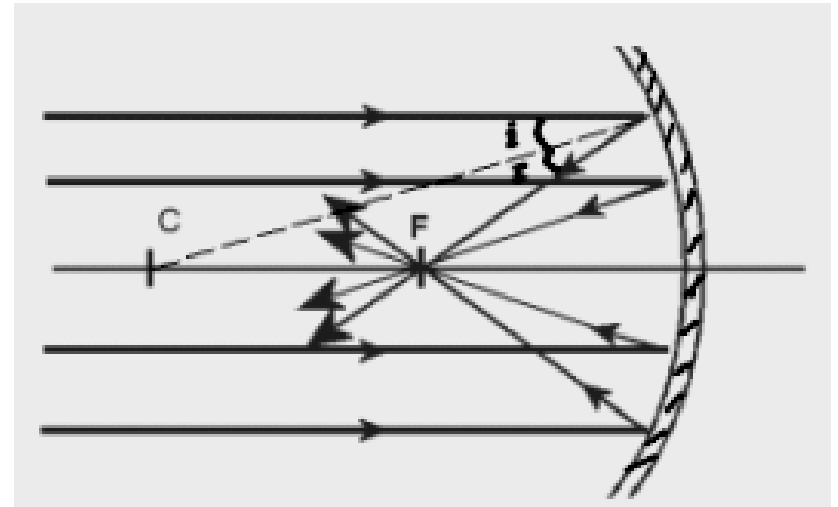
r: radio del espejo

$$\frac{2}{r} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$$

Se verifica que

$$p \rightarrow \infty \quad \frac{2}{r} = \frac{1}{q}$$

$$f = r/2$$



A la distancia imagen se la denomina DISTANCIA FOCAL f .

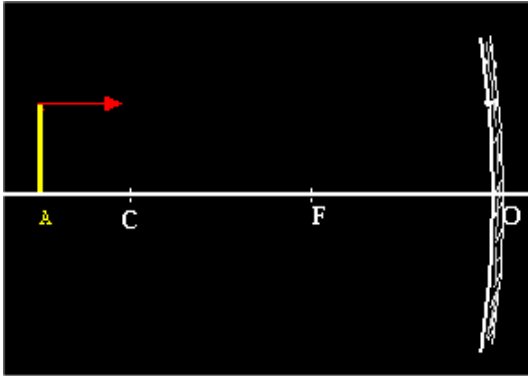
Foco Imagen: lugar donde se forma la imagen si el objeto está muy lejos ($p \rightarrow \infty$)

Foco Objeto: lugar donde debe estar el objeto para que la imagen se forme en el infinito ($q \rightarrow \infty$)

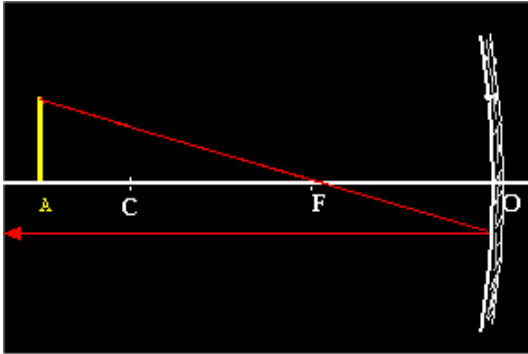
CONSECUENCIA

- *Los rayos que inciden paralelos al eje pasan por el foco imagen.*
- *Los rayos que inciden pasando por el foco objeto salen paralelos al eje óptico.*

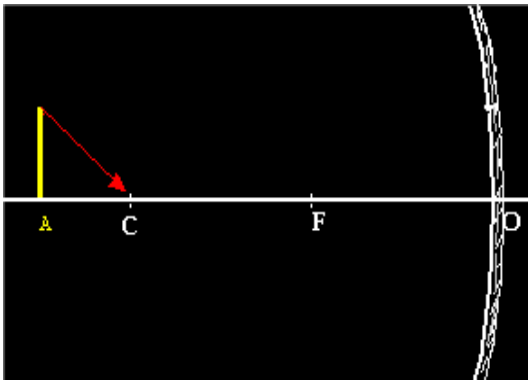
Objetos extensos



a) Todo rayo paralelo al eje principal se refleja pasando por el foco.

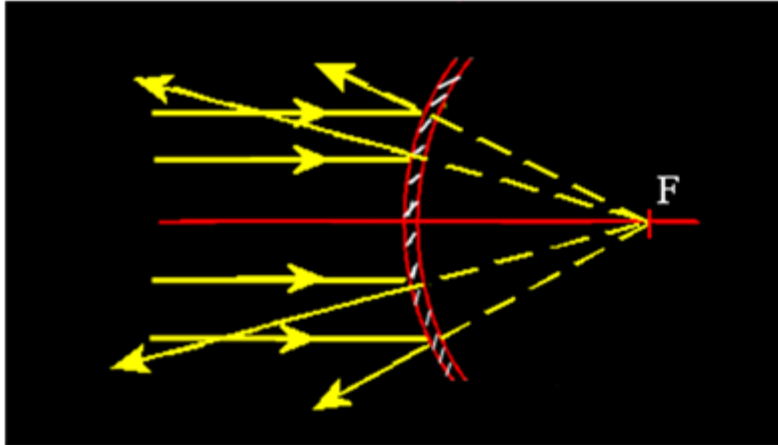


b) Todo rayo que pasa por el foco sale paralelo al eje principal.



c) Todo rayo que pasa por el centro de curvatura C , se refleja en la misma dirección, pero en sentido contrario.

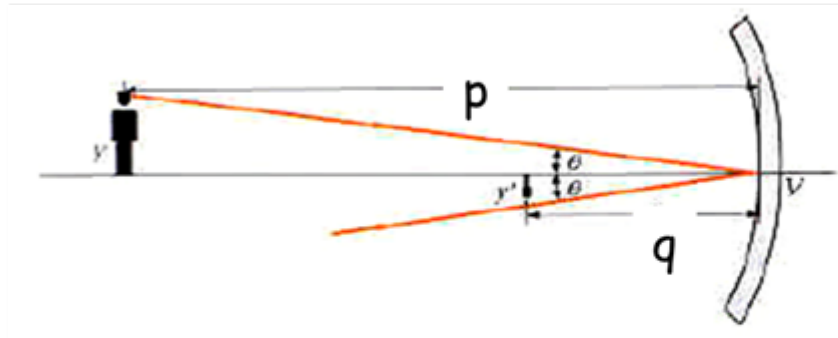
Espejos convexos



Los rayos reflejados (los que transportan la energía) no convergen en ningún punto, se reflejan en el espejo y divergen.

Imagen formada por las prolongaciones, **IMAGEN VIRTUAL** (detrás del espejo)

AUMENTOS



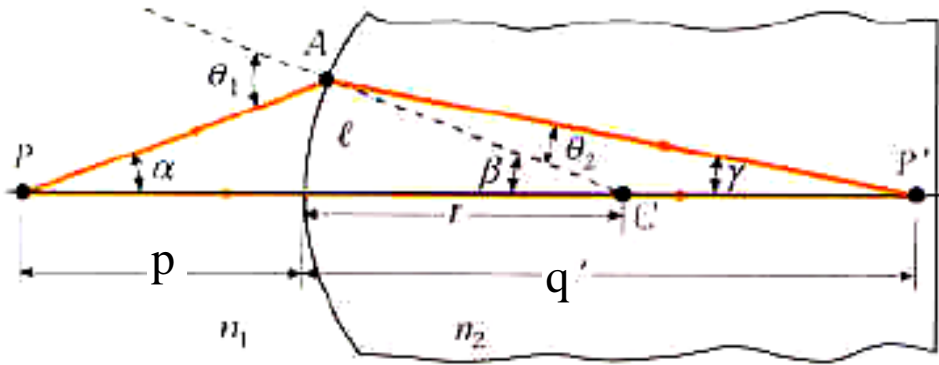
$y \neq y'$

$$M = \frac{y'}{y} = -\frac{q}{p}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{y}{p} = \frac{-y'}{q}$$

Todos los puntos situados por encima del eje principal (eje de abscisas) poseen ordenada positiva, y los situados debajo, negativa.

Imágenes formadas por refracción: Dióptricos esféricos



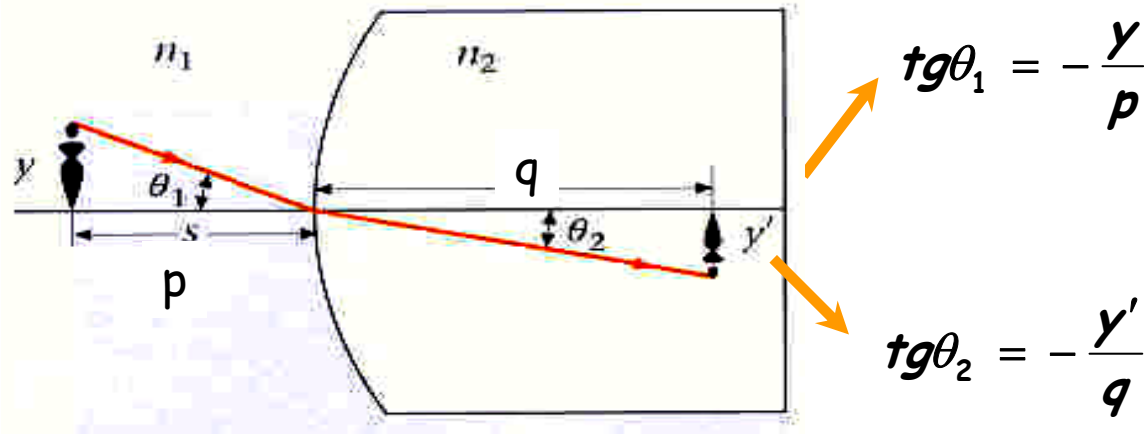
Para encontrar la relación entre p y q ,

- Ley de Snell y
- Relaciones Trigonométricas

$$\frac{n_1}{p} - \frac{n_2}{q} = \frac{n_1 - n_2}{r}$$

Fórmula del dióptico

Aumentos



Aumento Lateral

$$M = \frac{y'}{y} = \frac{n_1 q}{n_2 p}$$

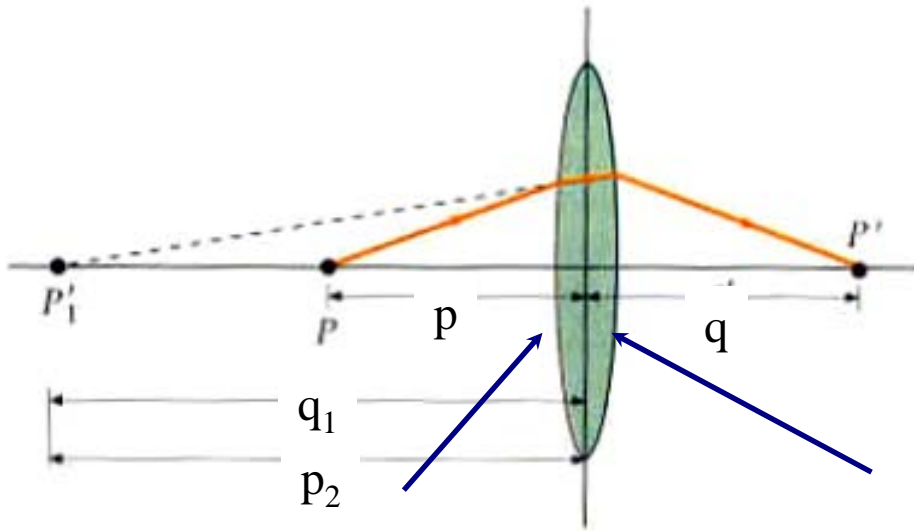
Caso particular: Superficies planas

$$q = \frac{n_2 p}{n_1}$$

Lentes delgadas:

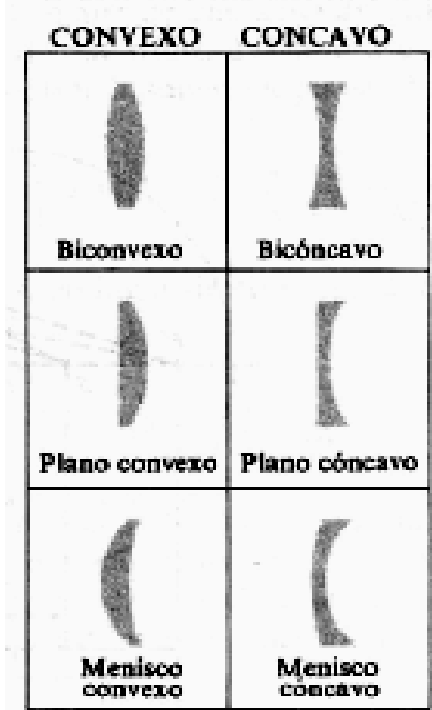
Sistema óptico centrado formado por dos superficies esféricas (dos dióptricos en serie)

Ecuación del Constructor



$$\frac{1}{p} - \frac{n}{q_1} = \frac{1-n}{r_1}$$

$$\frac{n}{p_2} - \frac{1}{q} = \frac{n-1}{r_2}$$



convergentes

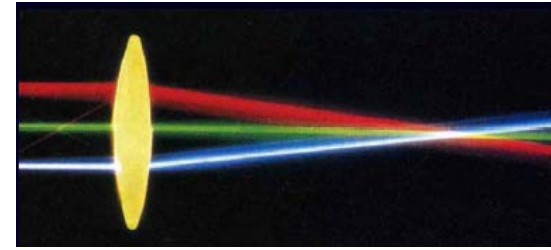
divergentes

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = (1-n) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Lentes delgadas:

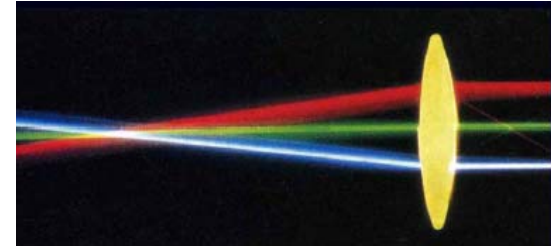
Foco imagen ($p = \infty$)

$$-1/f' = (1 - n)(1/r_1 - 1/r_2)$$



Foco objeto ($q = \infty$)

$$1/f = (1 - n)(1/r_1 - 1/r_2)$$

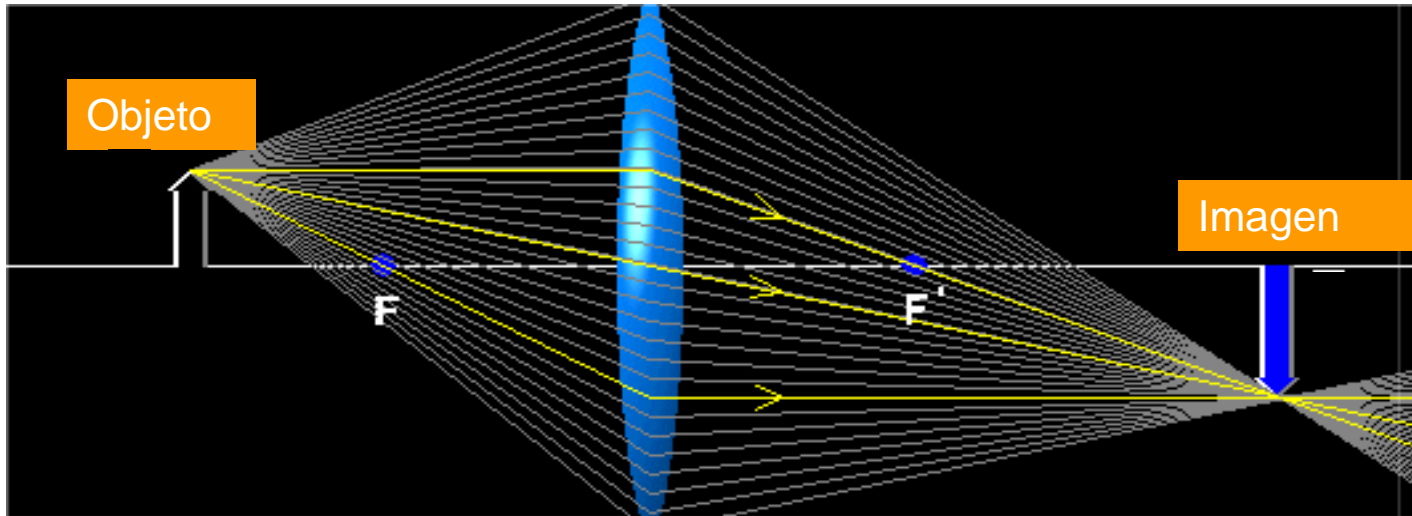


$$\mathbf{f = -f'}$$

Ecuación de una lente delgada

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Reglas de construcción de imágenes en las lentes.

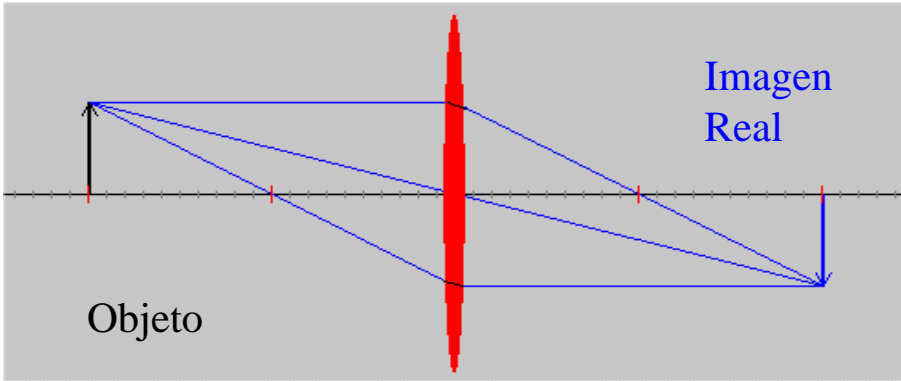


Rayos paralelo al eje óptico, pasa por el foco imagen, f' .

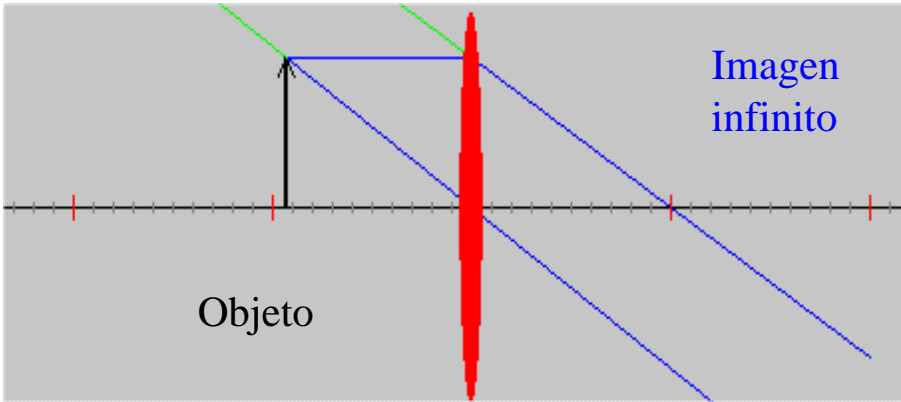
Rayo que pasa por el foco objeto, emerge paralelo al eje óptico.

Rayos que pasa por el centro óptico no sufre desviación.

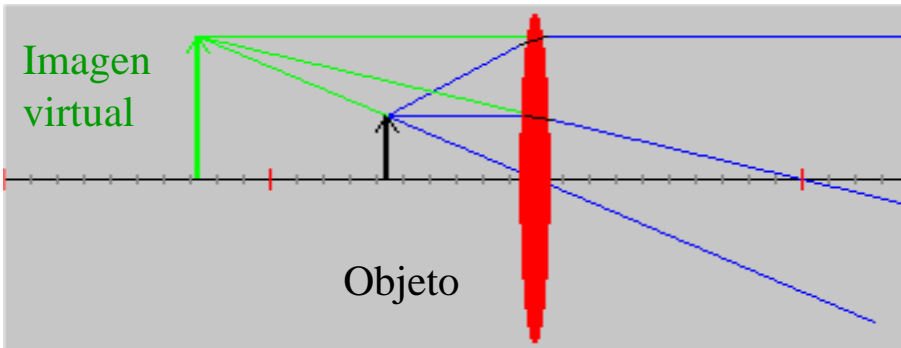
Ejemplos de formación de la imagen



Objeto en $2f$



Objeto en f



Objeto entre f y la lente

POTENCIA DE UNA LENTE : valor inverso de la distancia focal.

$$P = \frac{1}{f} \quad [f] = m$$
$$[P] = \text{Dioptrías} = D$$

Medida de la capacidad de la lente para enfocar los rayos paralelos a una distancia corta de la misma.

Combinación de sistemas ópticos

Si combinamos en un sistema óptico dos ó más lentes delgadas de distancias focales f_1 y f_2 de manera que estén pegadas, la distancia focal equivalente de la combinación será

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f}$$

Y la potencia del sistema será

$$P = P_1 + P_2$$

En realidad los sistemas ópticos no son ideales

- Los rayos no son paraxiales
- Las lentes no son tan delgadas, etc

Aberraciones

- Esféricas (origen, haces no paraxiales)
- Coma (origen objetos no puntuales)
- Astigmatismo (origen partes del objeto alejadas del eje principal, símil coma)
- Cromática (origen n es función de la longitud de onda)