Clase 1

Curso verano Física II 2013

Carga eléctrica

Dos tipos de cargas positivas o negativas

La unidad de carga es el Coulomb C

La carga del electrón (negativa) y la del protón (positiva) es:

$$\pm e, \quad e = 1.602 \times 10^{-19}\, C$$

La carga está cuantizada: $Q = \pm Ne$

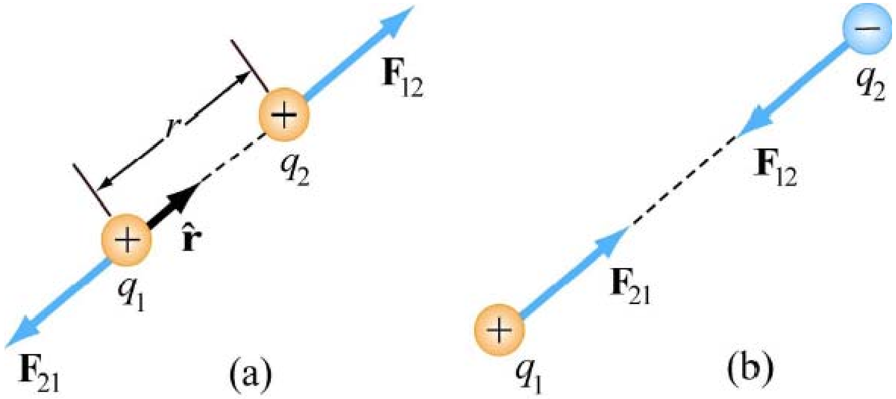
La carga se conserva

Fuerza eléctrica

La fuerza eléctrica entre dos cargas q_1 y q_2 es:

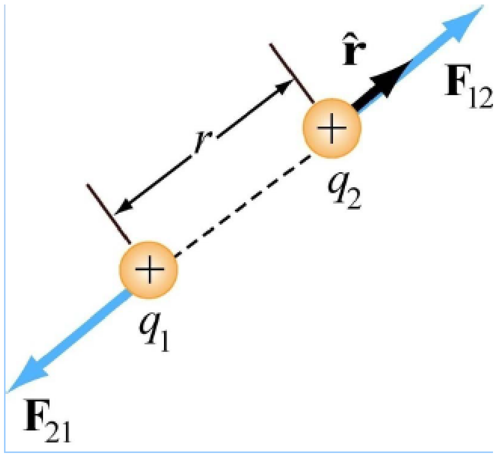
a) Atractiva si las cargas son del mismo signo

b) Repulsiva si las cargas son de signo opuesto



Cargas iguales se repelen, cargas opuestas se atraen

Ley de Coulomb



$$\vec{\mathbf{F}}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

$$k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.9875\times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$$

$\hat{\mathbf{r}}$: Versor unitario dirigido de q_1 a q_2

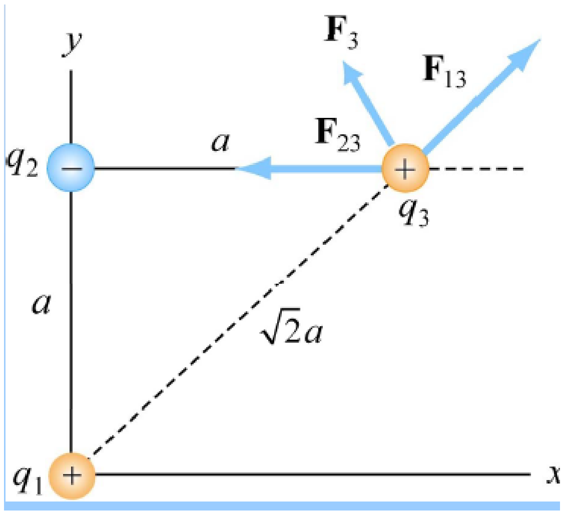
$\vec{\mathbf{r}}$: Vector de q_1 a q_2

$$\hat{\mathbf{r}} = \frac{\vec{\mathbf{r}}}{r} \qquad \Rightarrow \vec{\mathbf{F}}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^3}\vec{\mathbf{r}}$$

Principio de superposición

La fuerza debida a varias cargas sobre otra carga, es la suma vectorial de las fuerzas originadas por cargas individuales

Ejemplo



$$\vec{\mathbf{F}}_3 = \vec{\mathbf{F}}_{13} + \vec{\mathbf{F}}_{23}$$

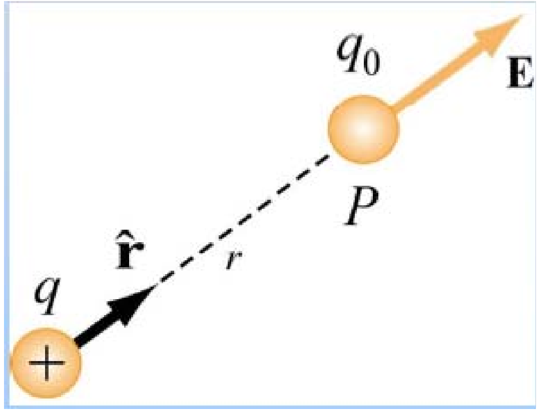
En general:

$$\vec{\mathbf{F}}_j = \sum_{i=1}^{N} \vec{\mathbf{F}}_{ij}$$

Resolver ej. 1 y 2 de la guía de preguntas Nro 1

Campo eléctrico

El campo eléctrico en un punto P debido a una carga q es la Fuerza actuante sobre una carga de prueba q_0 ubicada en el punto P dividida por la carga q_0



$$\vec{\mathbf{E}}_q(P) \equiv \frac{\vec{\mathbf{F}}_{qq_0}}{q_0}$$

Para una carga puntual:

$$\vec{\mathbf{E}}_q(P) = k_e \frac{q}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

Unidades: N/C (Newton/Coulomb) ó V/m (volt/metro)

Principio de superposición

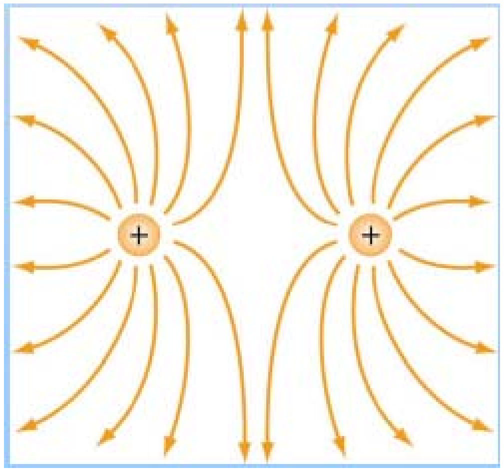
El campo eléctrico debido a N cargas puntuales es la suma vectorial de los N campos eléctricos debidos a cada carga

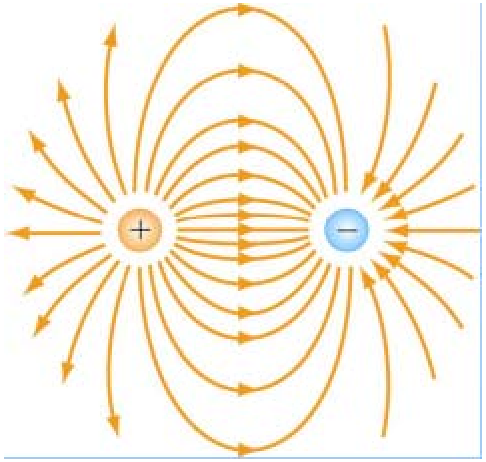
$$\vec{\mathbf{E}}_{total} = \vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2 + \ldots\ldots = \sum_{i=1}^{N} \vec{\mathbf{E}}_i$$

Resolver ej. 3 y 7 de la guía de preguntas Nro 1

LÍNEAS DE CAMPO ELÉCTRICO

1. La dirección del campo en cualquier punto es tangente a la línea de campo en ese punto.
2. Las líneas de campo salen de cargas positivas y llegan a cargas negativas
3. Las líneas de campo nunca se cruzan entre sí.

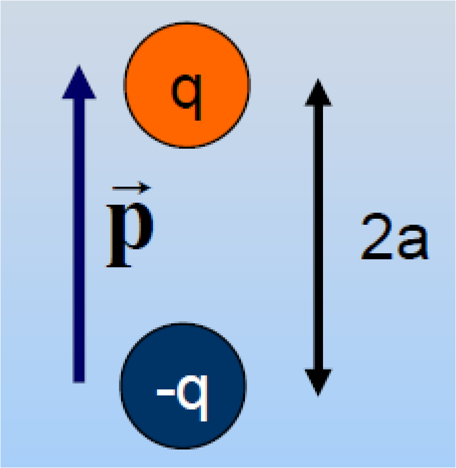




Resolver ej. 4 y 5 de la guía de preguntas Nro 1

Dipolo eléctrico

Dos cargas iguales y opuestas **+q** y **–q** separadas por una distancia **2a**



Momento dipolar: es el **vector** producto de la carga por el vector desplazamiento

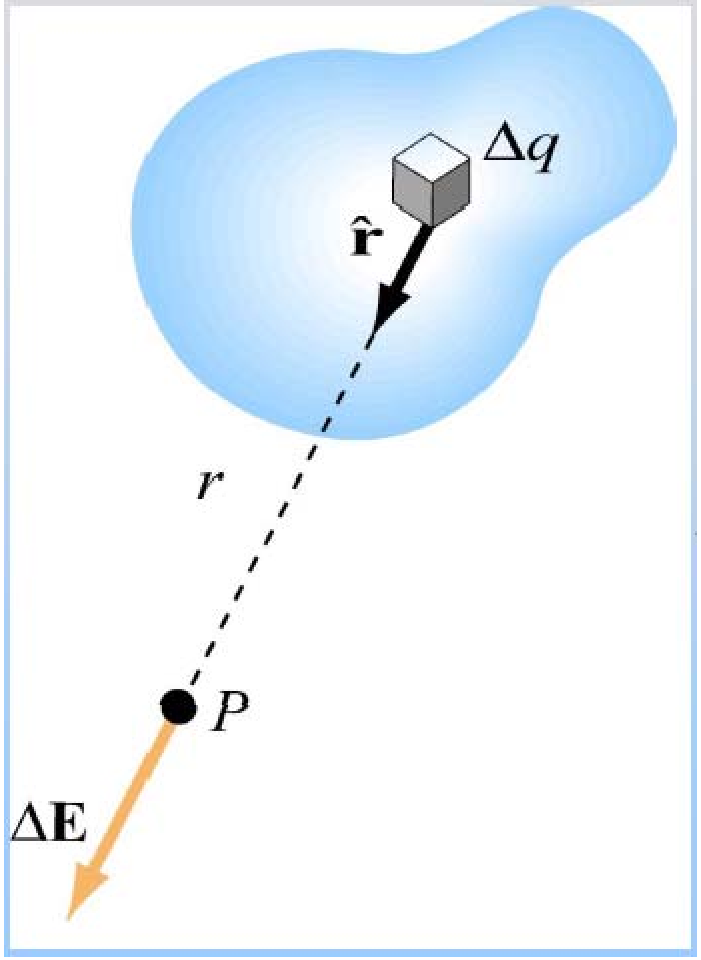
$$\vec{\mathbf{p}} = q \times 2a\hat{\mathbf{j}} = 2qa\hat{\mathbf{j}}$$

$\vec{p}$ apunta desde la carga negativa a la positiva

$\vec{p}$ tiende a alinearse con el campo eléctrico

Estimar campo eléctrico debido a un dipolo, resolver ej. 6 y 8 de la guia de problemas Nro 1

DISTRIBUCIÓN CONTINUA DE CARGAS

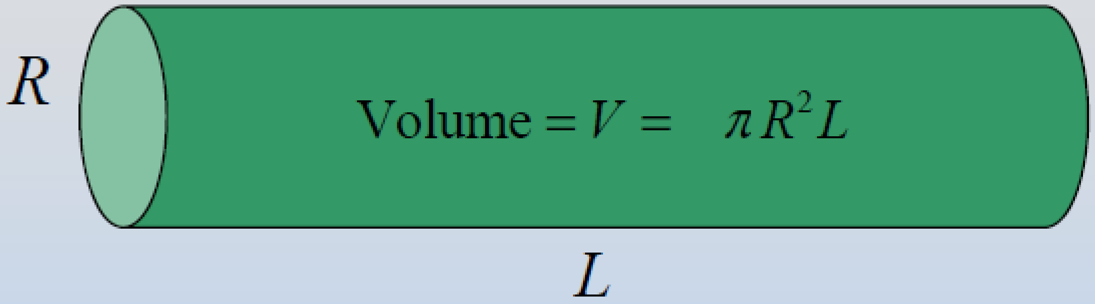


$$Q = \sum_i \Delta q_i \rightarrow \iiint_V dq$$

$$\Delta\vec{\mathbf{E}} = k_e \frac{\Delta q}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \rightarrow d\vec{\mathbf{E}} = k_e \frac{dq}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

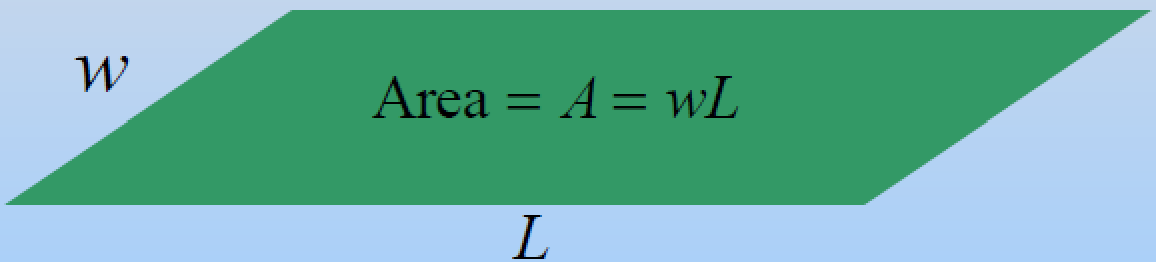
$$\boxed{\vec{\mathbf{E}} = \sum \Delta\vec{\mathbf{E}} \rightarrow \int d\vec{\mathbf{E}}}$$

Cargas continuas: densidad de carga



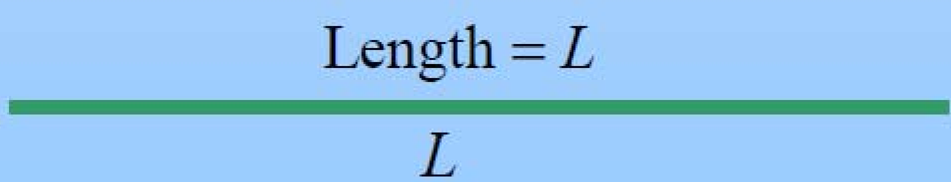
$$dQ = \rho\, dV$$

$$\rho = \frac{Q}{V}$$



$$dQ = \sigma\, dA$$

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$



$$dQ = \lambda\, dL$$

$$\lambda = \frac{Q}{L}$$

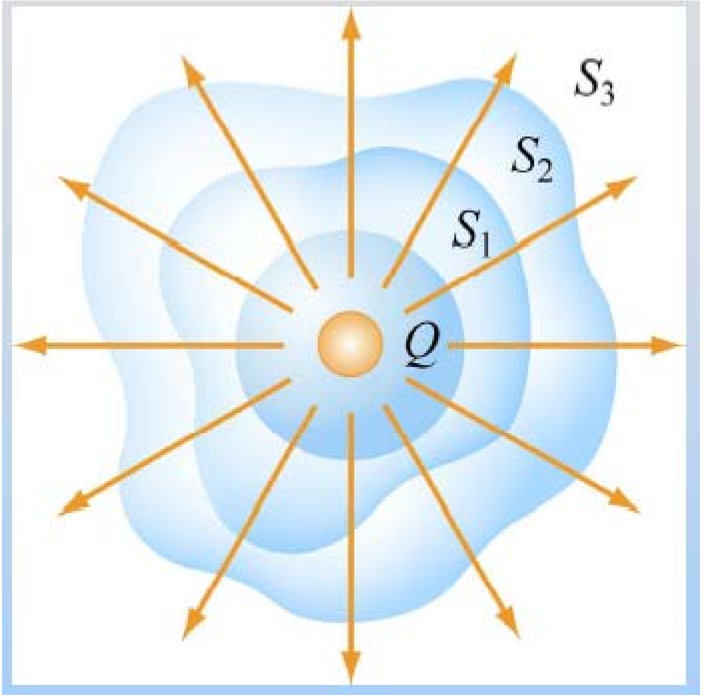
Resolver casos:

Línea de carga (ej. 10)
Anillo de carga (ej. 9)
Disco uniformemente cargado (ej. 11)

Observar que:

1)Para un dipolo E cae como $1/r^3$
2)Para una carga puntual E cae como $1/r^2$
3)Para una línea de carga E cae como $1/r$
4)Para un plano de carga E es constante

LEY DE GAUSS
(1ra de las ecuaciones de Maxwell)



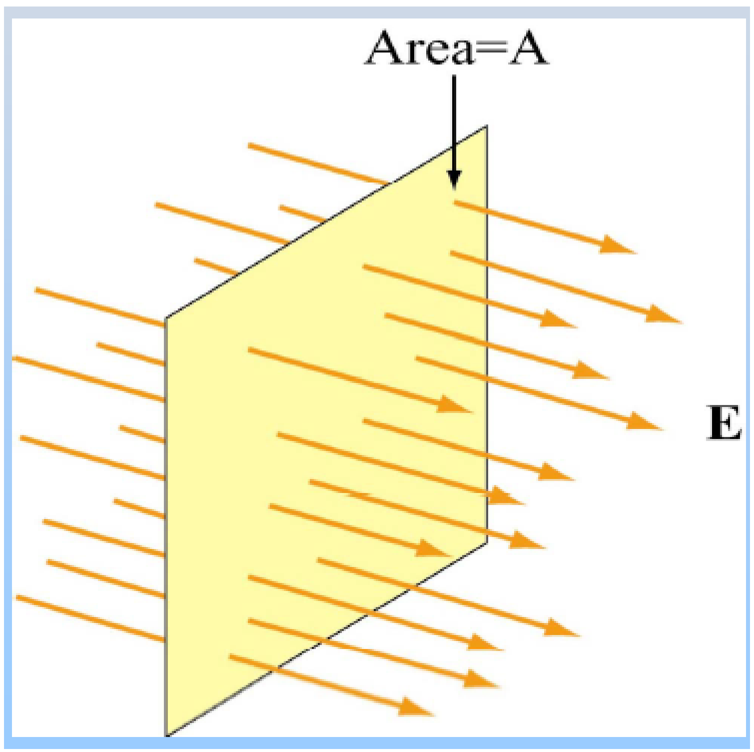
LA **IDEA**: El número total de líneas de campo que atraviesan cualquiera de estas superficies cerradas es el mismo y depende sólo de la carga encerrada.

$$\Phi_E = \underset{\substack{\text{closed} \\ \text{surface } S}}{\oiint} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

El flujo de campo eléctrico $\emptyset_E$(la integral de superficie de E sobre una superficie cerrada S) es proporcional a la carga encerrada por el volumen delimitado por S.

Flujo eléctrico ϕ_E

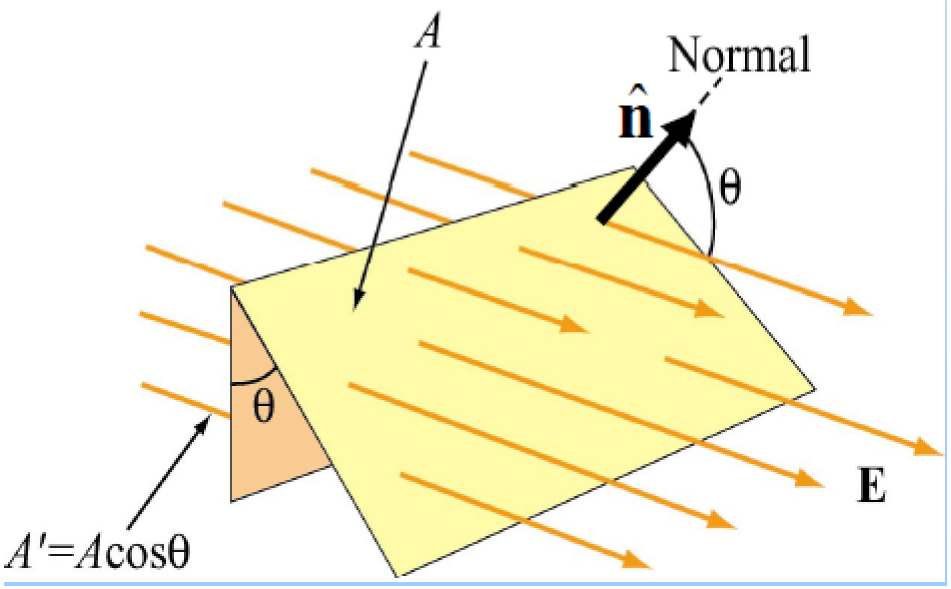
Caso 1: $\overrightarrow{E}$ es un vector constante perpendicular al plano S de superficie A.



$$\Phi_E = \iint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$$

$$\Phi_E = \pm EA$$

Caso 2: $\overrightarrow{E}$ es un vector constante que forma un ángulo θ con la normal a la superficie del plano S.

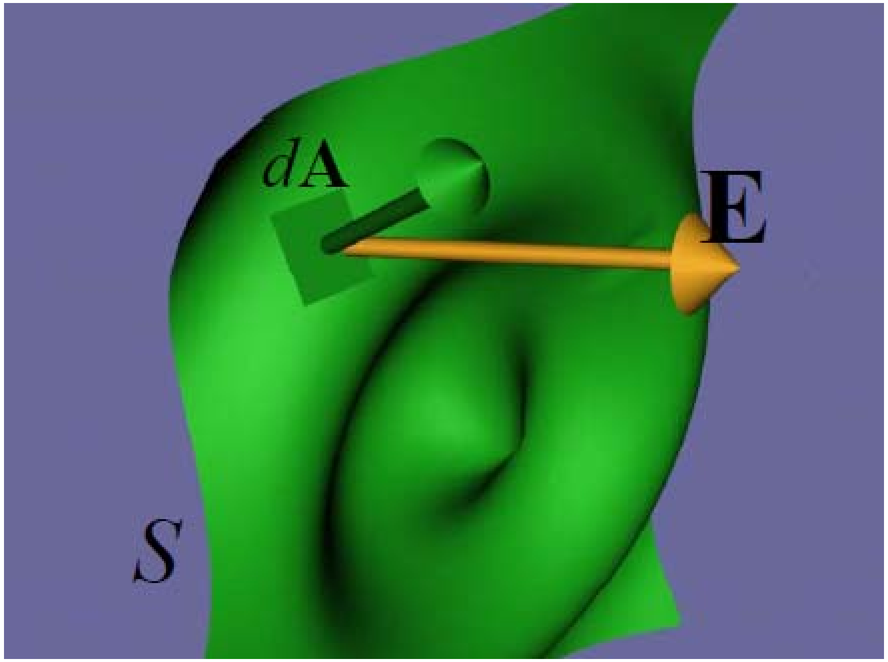


$$\Phi_E = \iint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$$

$$d\vec{\mathbf{A}} = dA\,\hat{\mathbf{n}}$$

$$\Phi_E = EA\cos\theta$$

Caso 3: $\vec{E}$ no es constante y la superficie es curvada

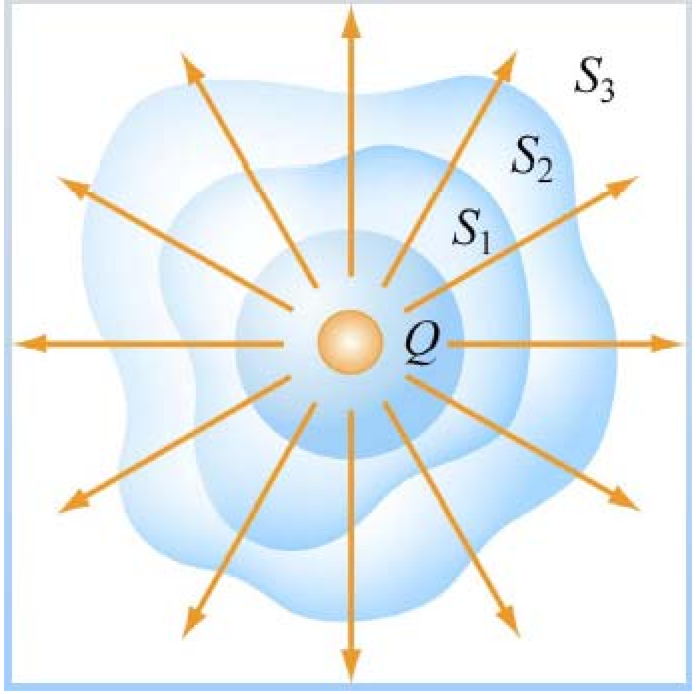


$$d\Phi_E = \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$$

$$\Phi_E - \iint d\Phi_E$$

Calcular flujo de campo eléctrico a través de una esfera debido a una carga puntual ubicada en su centro.

La superficie gaussiana puede ser calquiera!



$$\Phi_E = \underset{\text{closed surface S}}{\oiint} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Cierto: para cualquier superficie

Útil: para calcular $\vec{E}$ para algunas superficies

Resolver ej. 12, 13, 14, 15 y 16 de la guía de preguntas Nro 1

$$\boxed{\Phi_E = \underset{\substack{\text{closed}\\ \text{surface S}}}{\oiint} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{Q}{\varepsilon_0}}$$

Conviene elegir superficies en las que:

$\vec{E}$ sea constante sobre la superficie y perpendicular, es ese caso:

$\phi_E = EA$ ó $-EA$

Ó $\vec{E}$ sea paralelo a la superficie (perpendicular al vector superficie) y en ese caso, el flujo es nulo.

Es sencillo determinar el flujo se desea que el campo sea perpendicular a la superficie y constante sobre la superficie. Entonces, la **ley de Gauss** es **útil** para determinar $\vec{E}$ para casos de **fuentes altamente simétricas**.

SIMETRÍA DE LA FUENTE	SUPERFICIE GAUSSIANA
Esférica	Esfera concéntrica
Cilíndrica	Cilindro concéntrico
Plana	Pillbox

Para calcular E utilizando ley de Gauss:

1) Teniendo en cuenta la fuente (cargas) definir en que región se desea calcular E
2) Elegir la superficie cerrada S (Gaussiana) adecuada según la simetria de la fuente
3) Calcular el flujo de campo eléctrico: $\emptyset_E = \oint\!\!\oint \overrightarrow{E}.\overrightarrow{dA}$
4) Calcular la carga encerrada por la superficie cerrada S (q_{enc})
5) Aplicar la ley de Gauss para calcular $\vec{E}$

$$\emptyset_E = \oint\!\!\oint \overrightarrow{E}.\overrightarrow{dA} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

Utilizando la ley de Gauss calcular el campo eléctrico en las siguientes situaciones:

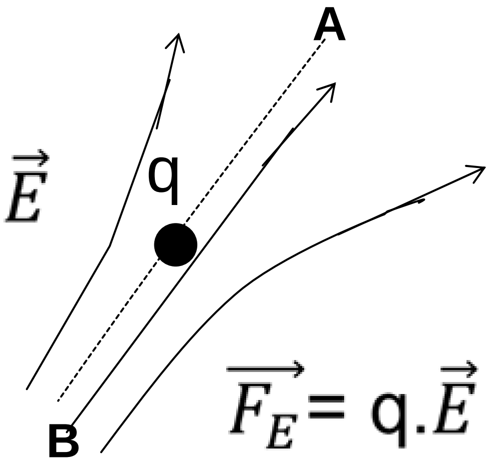
1)Esfera no conductora uniformemente cargada con carga total Q (radio: R). Para r <R y r<R). Ej. 17-a.

2)Capa esférica uniformemente cargada con carga total Q (radio: a). Para r <a y r<a). Ej. 17-b

3)Placa infinita uniformemente cargada con densidad superficial de carga σ. Ej. 17-c

4)Varilla infinita uniformemente cargada con densidad superficial de carga λ. Ej. 17-d

ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA (U)



La fuerza eléctrica es una fuerza **CONSERVATIVA** y por eso tiene asociada una energía potencial **U**.

El cambio en la energía potencial por llevar la carga desde A hasta B es:

$$U_B - U_A = \Delta U$$

$$\Delta U = -\int_A^B \vec{\mathbf{F}}_E \cdot d\,\vec{\mathbf{s}}$$

La diferencia de energía potencial es igual al trabajo en contra de la fuerza eléctrica que hubo que hacer para llevar la carga desde A hasta B.

Resolver ej. 18

POTENCIAL ELÉCTRICO (V)

$$\Delta V = V_B - V_A$$

$$\boxed{\Delta V \equiv -\int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}}$$

Unidades:

V (Volts) ó

J/C (Joule / Coulomb)

El cambio de energía potencial por llevar la carga de A hasta B es:

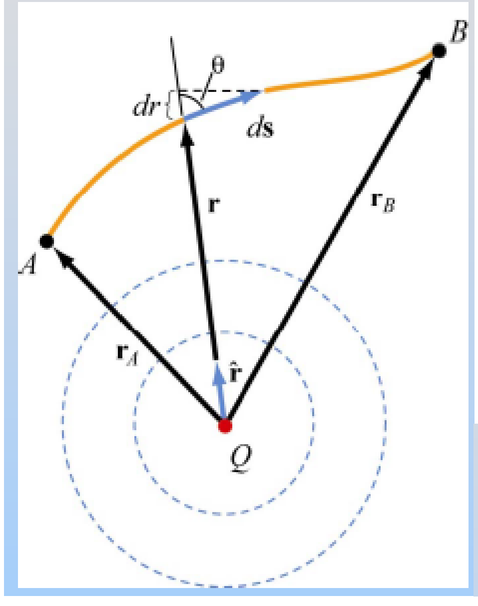
$$\Delta U = U_B - U_A = q\Delta V \quad \text{Joules}$$

Potencial debido a una carga puntual

$$\vec{\mathbf{E}} = kQ\frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

$$d\vec{\mathbf{s}} = dr\,\hat{\mathbf{r}} + r\,d\phi\,\hat{\boldsymbol{\theta}}$$

¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos B y A?



$$\Delta V = V_B - V_A$$

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

$$= -\int_A^B kQ\frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2}\cdot d\vec{\mathbf{s}} = -kQ\int_A^B \frac{dr}{r^2} = kQ\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

Sólo las diferencias de potencial tienen sentido físico, pero se puede tomar un punto arbitrario como referencia y establecer que el potencial allí sea cero.

En general (no en todos los casos), conviene tomar el cero de energía potencial en infinito ($r_B \to \infty$). En ese caso el potencial debido a una carga puntual Q en un punto P arbitrario ubicado a una distancia r de la carga sería:

$$\boxed{V_P(r) = \frac{k.Q}{r}}$$

Cuando hay más de una carga, usamos el ppio de superposición y el potencial será la suma de los potenciales debido a las cargas individuales:

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

Y si, se tiene una distribución continua de carga:

$$\boxed{V(r) = \int \frac{k}{r}\, \mathrm{dq}}$$

Resolver ej. 19, 20, y 21

Relación entre $\vec{E}$ y V

$$\Delta V \equiv V_B - V_A = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\,\vec{\mathbf{s}}$$

$$\updownarrow$$

$$\vec{\mathbf{E}} = -\nabla V$$

<u>En coordenadas cartesianas</u>:

$$\nabla \equiv \frac{\partial}{\partial x}\hat{\mathbf{i}} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{\mathbf{j}} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{\mathbf{k}}$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}.$$

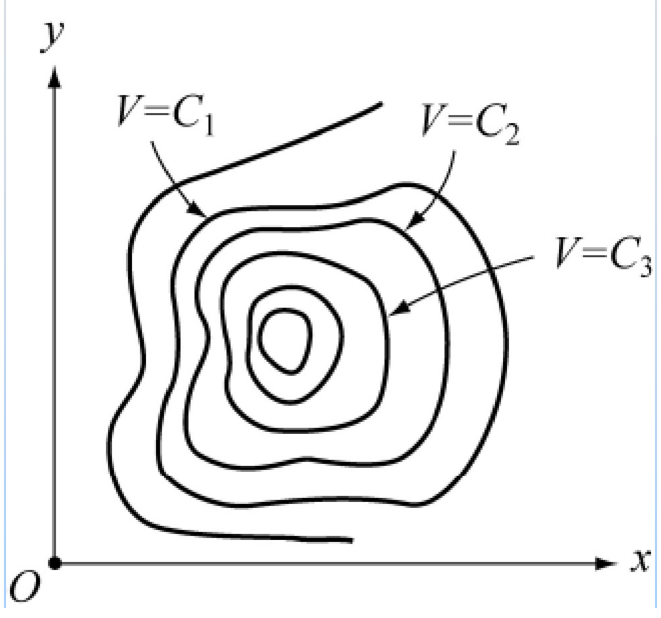
$$\vec{\mathbf{E}} = E_x\hat{\mathbf{i}} + E_y\hat{\mathbf{j}} + E_z\hat{\mathbf{k}} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{\mathbf{i}} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{\mathbf{j}} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{\mathbf{k}}\right) = -\nabla V$$

Si la distribución de carga tiene simetría esférica:

$$\vec{E} = E_r \check{r}$$

$$\vec{\mathbf{E}} = E_r\hat{\mathbf{r}} = -\left(\frac{dV}{dr}\right)\hat{\mathbf{r}}$$

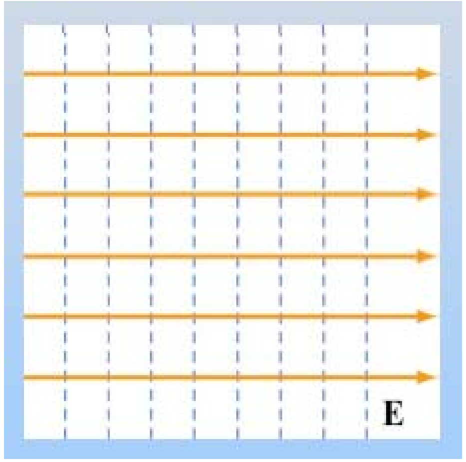
Curvas equipotenciales: todos los puntos (x,y) del plano que se caracterizan por tener el mismo potencial eléctrico.



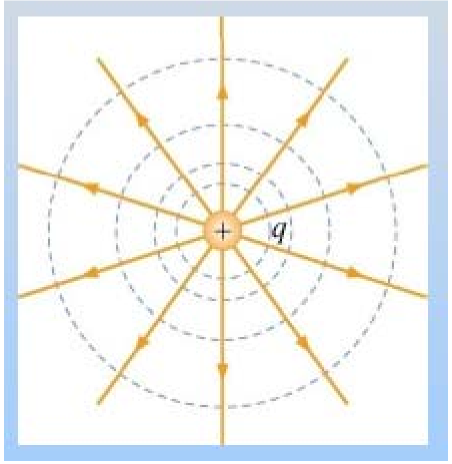
V (x,y) = constante

En tres dimensiones V (x,y,z) = cte, se llaman **superficies equipotenciales**.

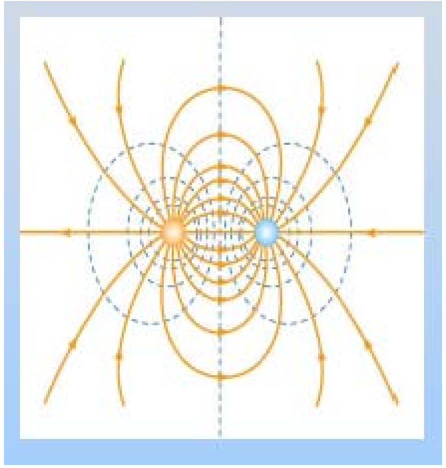
La dirección de $\vec{E}$ en cualquier punto es siempre perpendicular a las líneas (superficies) equipotenciales en ese punto.



Campo eléctrico constante



Carga puntual



Dipolo eléctrico

Propiedades de las equipotenciales:

Las líneas de campo eléctrico apuntan siempre de alto a bajo potencial.

Las líneas de campo eléctrico son siempre perpendiculares a las equipotenciales:

No cuesta trabajo mover una carga a lo largo de una equipotencial.

Resolver ej. 22, 23, 24 y 25.

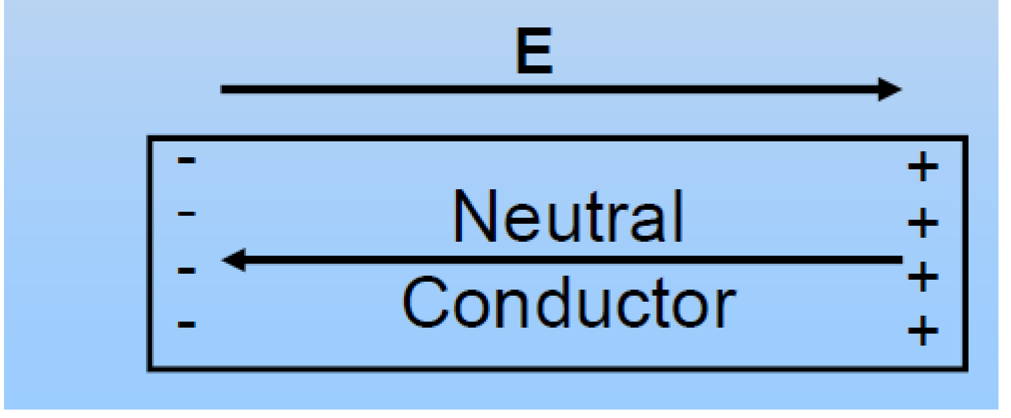
Conductores y aisladores

Conductor: algunas cargas se pueden mover libremente. En general son lo electrones debilmente ligados a los átomos. Ej: metales.

Aislantes: Las cargas no se pueden mover libremente. Electrones fuertemente ligados a los átomos. Ej: madera, papel, plástico.

Conductores

En presencia de un campo eléctrico los electrones se desplazan encontra del campo.

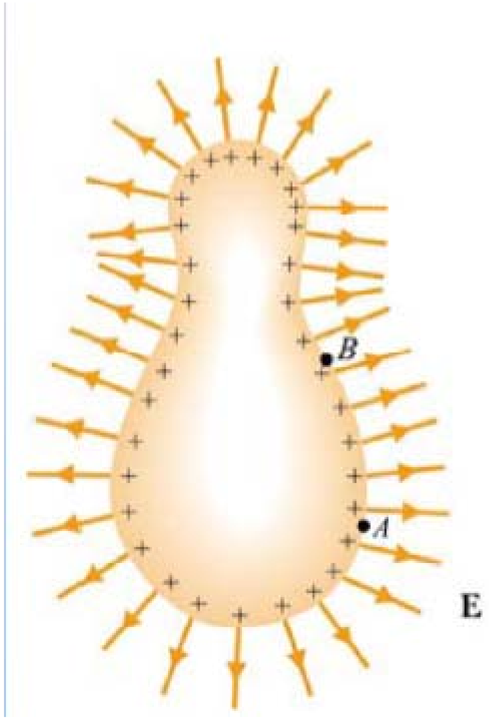


El campo eléctrico dentro del conductor debe ser cero.

No hay carga neta dentro del conductor.

Conductor en equilibrio electrostático

1. El campo eléctrico dentro de un conductor es cero
2. Cualquier carga tiene que ubicarse en la superficie del conductor (no hay carga neta dentro del conductor).
3. La componente tangencial del campo eléctrico en la superficie del conductor es nula.
4. Fuera del conductor, justo en la superficie el campo eléctrico es perpendicular a la superficie.



La superficie de un conductor en equilibrio electrostático es una superficie equipotencial.

Resolver ej. 26, 27, 28 y 29