Física II- Curso de Verano 2014

Clase 5

ECUACIONES DE MAXWELL Y ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

Corriente de desplazamiento

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\,\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 I_{\text{enc}}$$

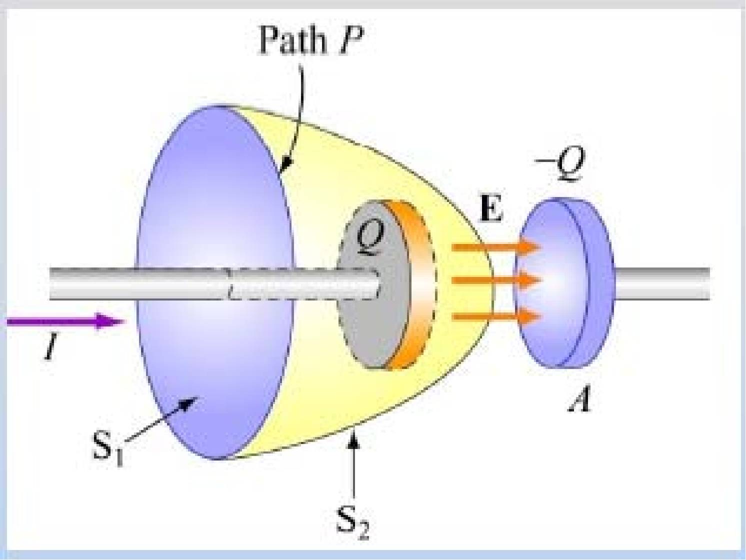
Ley de Ampere

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\,\vec{\mathbf{s}} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$$

Ley de inducción de Faraday

Vale la inversa? Un campo eléctrico variable en el tiempo puede inducir un campo magnético?

Si estamos cargando un capacitor, el campo **E** va cambiando con el tiempo



$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} \Rightarrow Q = \varepsilon_0 EA = \varepsilon_0 \Phi_E$$

$$\frac{dQ}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \equiv I_d$$

Corriente de desplazamiento

Hay que modificar la ley de Ampere

$$\oint_C \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 (I_{encl} + I_d)$$

Ecuaciones de Maxwell

$$1.\ \oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{\cancelto{0}{Q_{in}}}{\varepsilon_0}$$

Ley de Gauss

$$2.\ \oiint_S \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = 0$$

Ley de Gauss magnética

$$3.\ \oint_C \vec{\mathbf{E}} \cdot d\,\vec{\mathbf{s}} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Ley de Faraday

$$4.\ \oint_C \vec{\mathbf{B}} \cdot d\,\vec{\mathbf{s}} = \cancelto{0}{\mu_0 I_{enc}} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Ley de Ampere-Maxwell

En el vacío, no hay cargas ni corrientes

Ecuaciones de Maxwell

Ppt M. Taylor

Campo eléctrico

Ley de Gauss

$$\oint_{superficie} \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{\nabla}.\vec{E} = \frac{\rho_{enc}}{\varepsilon_0}$$

Ley de Faraday

$$\oint_{curva} \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{\partial \int \vec{B}.d\vec{A}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} x \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Campo magnético

Ausencia del monopolo magnético

$$\oint_{superficie} \vec{\mathbf{B}}\cdot d\vec{A} = 0$$

$$\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$$

Ley de Ampère- Maxwell

$$\oint_{curva} \vec{\mathbf{B}}\cdot d\vec{\mathbf{l}} = \mu_0 I + \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \int \vec{E}.d\vec{A}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} x \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Que expresan las leyes de Maxwell:

Qué los **E** se originan por:

Cargas eléctricas (Ley de Gauss)

Campos magnéticos que varían en el tiempo (Ley de Faraday)

Qué los **B** se originan por:

Movimiento de cargas eléctricas (Ley de Ampere Maxwell)

Campos eléctricos que varían en el tiempo (Ley de Ampere Maxwell)

Conservación del flujo magnético:

No existe el monopolo magnético

Al analizar las ecuaciones de Maxwell en ausencia de fuentes de campo E y B (vacío)

$$\boxed{\vec{\nabla}.\vec{E} = 0}$$

$$\boxed{\vec{\nabla} x \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

Son simétricas.

$$\boxed{\vec{\nabla}.\vec{B} = 0}$$

$$\boxed{\vec{\nabla} x \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$$

Recordemos $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$

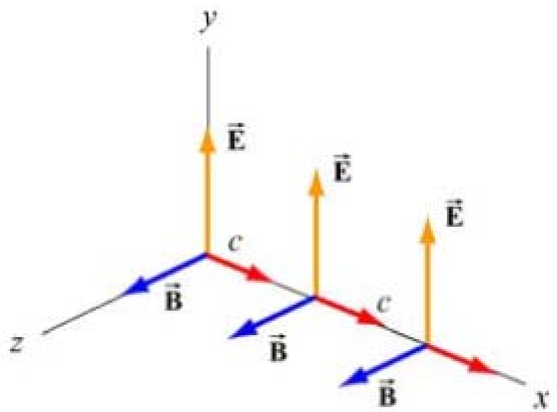
Podemos probar que: $\nabla^2 \vec{E} = \mu_o \varepsilon_o \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ y $\nabla^2 \vec{B} = \mu_o \varepsilon_o \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$

Ppt M. Taylor

Ondas planas

$$\vec{\mathbf{E}} = E_y(x,t)\hat{\mathbf{j}}$$

$$\vec{\mathbf{B}} = B_z(x,t)\hat{\mathbf{k}}$$



Trabajando con la ecuación diferencial completa, llegamos:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\begin{Bmatrix} E_y(x,t) \\ B_z(x,t) \end{Bmatrix} = 0$$

Tiene la forma de una ecuación de ondas unidimensional

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\begin{Bmatrix} E_y(x,t) \\ B_z(x,t) \end{Bmatrix} = 0 \qquad \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\psi(x,t) = 0$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{(4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A})(8.85\times10^{-12}\,\mathrm{C^2/N\cdot m^2})}} = 2.997\times10^8\,\mathrm{m/s} = c$$

Se concluye que la luz es una onda electromagnética !!!

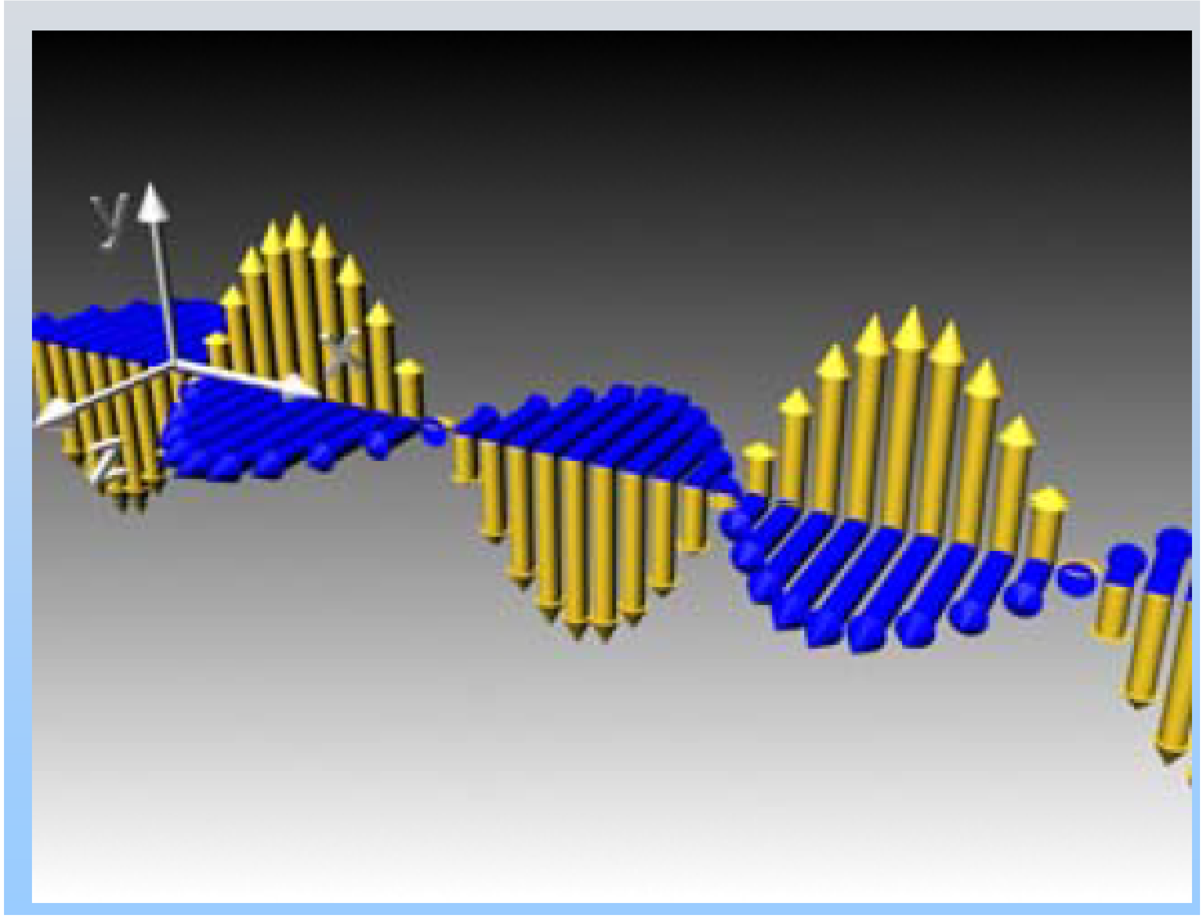
Las posibles soluciones de la ec. dif. unidimensional son:

$$\vec{\mathbf{E}} = E_y(x,t)\hat{\mathbf{j}} = E_0\cos k(x - vt)\hat{\mathbf{j}} = E_0\cos(kx - \omega t)\hat{\mathbf{j}} \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\vec{\mathbf{B}} = B_z(x,t)\hat{\mathbf{k}} = B_0\cos k(x - vt)\hat{\mathbf{k}} = B_0\cos(kx - \omega t)\hat{\mathbf{k}} \qquad \omega = kv = 2\pi\frac{v}{\lambda} = 2\pi f$$

$$\vec{\mathbf{E}} = E_y(x,t)\hat{\mathbf{j}} = E_0 \cos k(x - vt)\hat{\mathbf{j}} = E_0 \cos(kx - \omega t)\hat{\mathbf{j}}$$

$$\vec{\mathbf{B}} = B_z(x,t)\hat{\mathbf{k}} = B_0 \cos k(x - vt)\hat{\mathbf{k}} = B_0 \cos(kx - \omega t)\hat{\mathbf{k}}$$



E y B están en fase

$$\boxed{\frac{E_0}{B_0} = \frac{\omega}{k} = c}$$

$$\frac{E}{B} = c$$

Las características mas importantes de una onda EM son:

1) **E** y **B** son perpendiculares a la dirección de propagación

2) **E** y **B** son perpendiculares entre sí

3) El cociente entre sus magnitudes y amplitudes es:

$$\frac{E}{B}=\frac{E_0}{B_0}=\frac{\omega}{k}=c$$

4) La velocidad de propagación es igual a la velocidad de la luz:

$$c=1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\ .$$

5) Las ondas electromagnéticas obedecen el ppio de superposición.

VECTOR DE POYNTING

Hemos visto que los campos eléctricos y magnéticos almacenan energía. Por lo tanto una onda electromagnética que consiste de los dos campos transporta energía.

Densidades de energía: $$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2, \qquad u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

La velocidad del flujo de energía por unidad de tiempo:

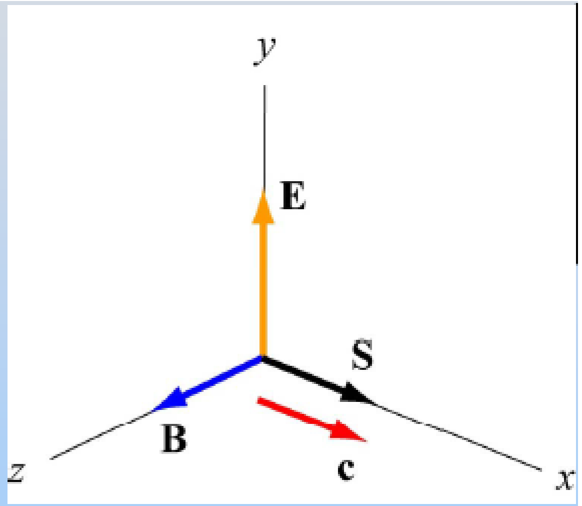
$$S = \frac{dU}{A\,dt} = \frac{c}{2}\left(\varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0}\right) = \frac{cB^2}{\mu_0} = c\varepsilon_0 E^2 = \frac{EB}{\mu_0}$$

$$\vec{\mathbf{S}} = \frac{1}{\mu_0}\vec{\mathbf{E}}\times\vec{\mathbf{B}}$$

$$S = \frac{\text{energía / tiempo}}{\text{área}} = \frac{\text{potencia}}{\text{área}}$$

Vector de Poynting

S tiene la dirección del flujo de energía y de propagación de la onda.



$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \quad \text{: Poynting vector}$$

Unidades J/m^{2}s

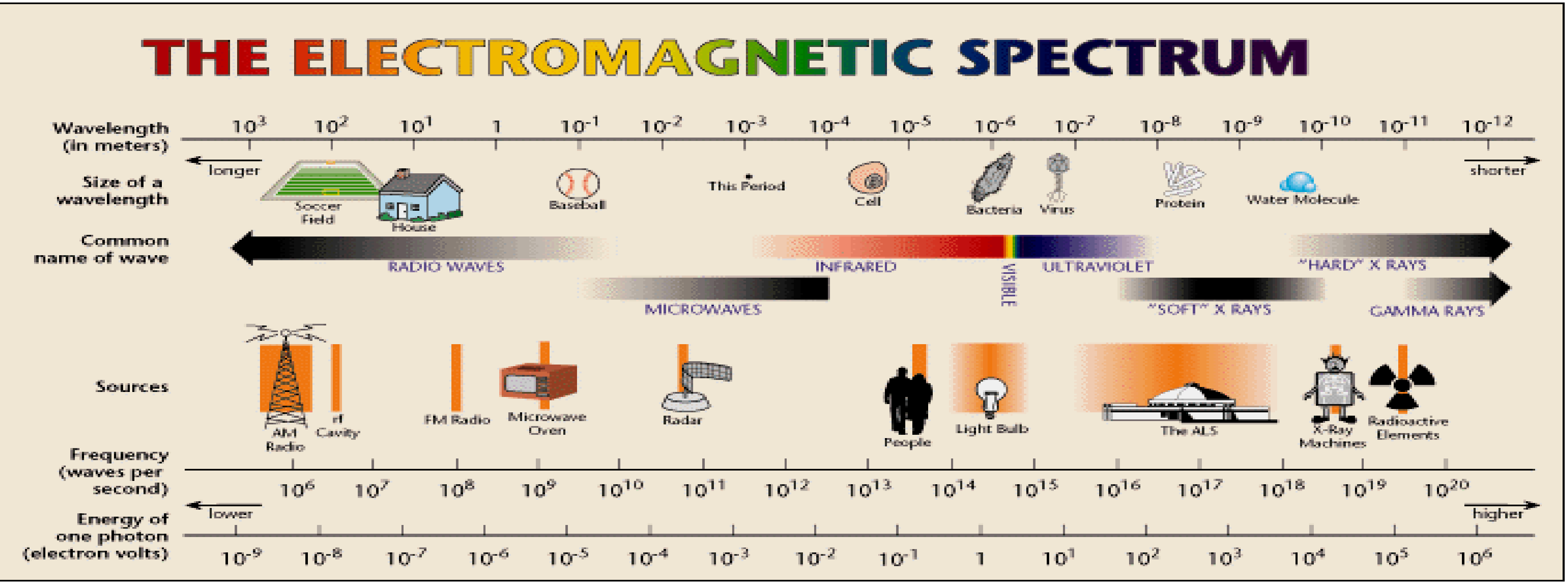
Está relacionado con la intensidad:

$$I \equiv \langle S \rangle = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0} = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} = \frac{c B_0^2}{2\mu_0}$$

- La intensidad (I) es el valor promedio de la magnitud de S.

Las ondas EM tienen una diversidad de frecuencias pero una naturaleza común.

La frecuencia (longitud de onda) determina sus características específicas.



Pregunta:

Una onda electromagnética plana se propaga en el espacio .
Su vector de campo eléctrico es **E** = *E*o cos(*kz* – w*t*)**x**ˆ.
Su vector campo magnético es:

1. $\mathbf{B} = E_{\mathrm{o}} \cos(kz - \omega t)\hat{\mathbf{y}}$
2. $\mathbf{B} = E_{\mathrm{o}} \cos(ky - \omega t)\hat{\mathbf{z}}$
3. $\mathbf{B} = E_{\mathrm{o}} \cos(ky - \omega t)\hat{\mathbf{x}}$
4. $\mathbf{B} = E_{\mathrm{o}} \cos(kz - \omega t)\hat{\mathbf{z}}$

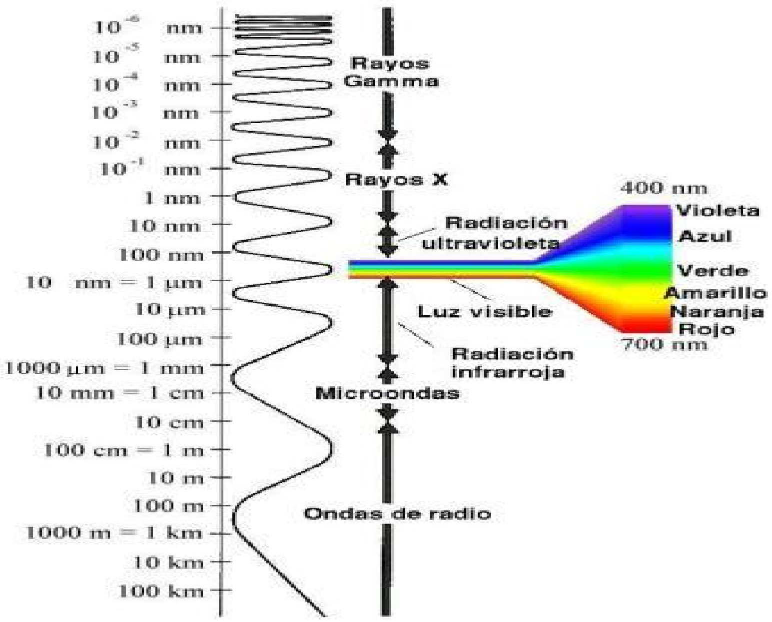
Qué pasa Cuando la Onda Viaja en un Material

- Todavía se cumple $f\,\lambda = v_{propagacion}$.
- La frecuencia es la misma que cuando viaja en un vacío.
- La velocidad de la onda es menor que en el vacío.
- Obviamente, la longitud de onda también es menor.

$$n = \frac{c}{v}$$

LA LUZ

Estudiaremos los fenómenos relacionados con las ondas de la región del espectro cuyas longitudes de onda o frecuencias corresponden a lo que llamamos “el visible”.



400 nm-700 nm

Luz

Emitida en todas direcciones

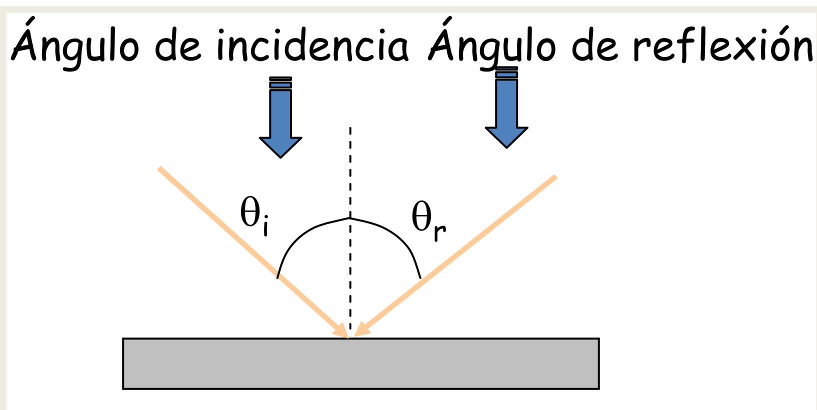
Propagación rectilínea

Aproximación: Rayos (válida cuando λ~ dimensión del obstáculo)

Óptica geométrica usa la noción de rayo luminoso (dirección de propagación)

Reflexión

- Rayo Incidente, es aquel que llega a la superficie de separación de dos medios.
- Rayo Reflejado, es aquel que "sale" de la superficie.
- Ángulo de Incidencia, el ángulo que se forma entre el incidente y la normal.
- Ángulo de Reflexión, el ángulo formado por la normal y el rayo reflejado.
- Normal, es la perpendicular a la superficie de separación de los medios trazados.



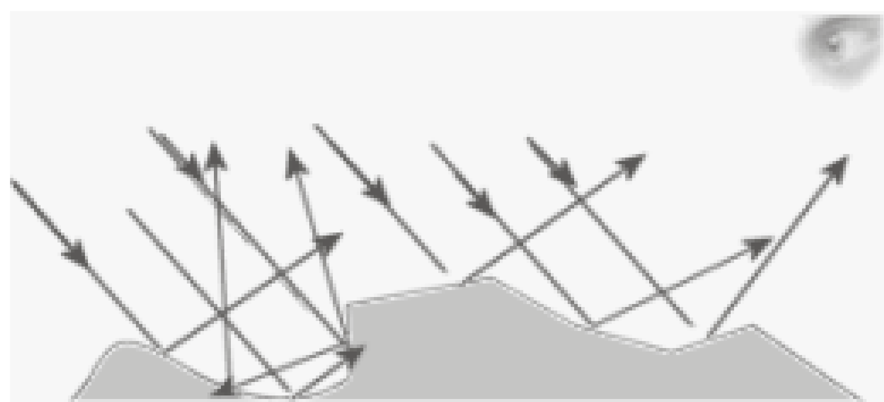
$$\theta_i = \theta_r$$

Ley de reflexión

Rayos incidente y reflejado y normal son coplanares

Trayectoria de la luz reversible

Reflexión difusa: origen en las superficies rugosas.

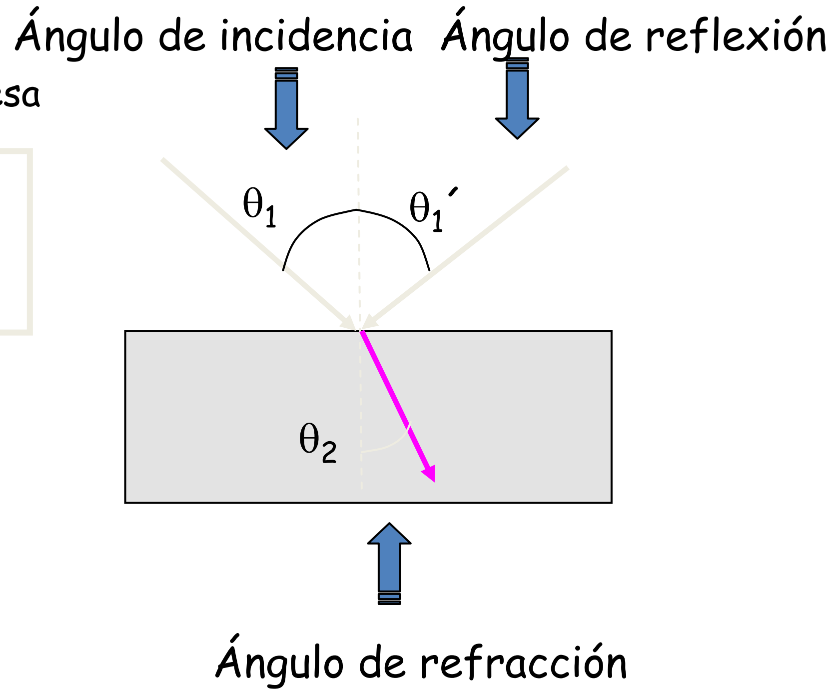


Refracción

- Rayo Incidente, es aquel que llega a la superficie de separación de dos medios.
- Rayo Refractado, el rayo que pasa al otro medio.
- Ángulo de Incidencia, el ángulo que se forma entre el incidente y la normal.
- Ángulo de Refracción, el ángulo formado por la normal y el rayo refractado.

Rayos incidente y refractado y normal son coplanares

Ángulo de refracción = depende de los materiales que atraviesa



Ley de Snell $\qquad n_1 sen\,\theta_1 = n_2 sen\,\theta_2$

n= índice de refracción

$$n = \frac{\text{módulo de v vacío}}{\text{módulo de v material}} = \frac{c}{v}$$

A partir de la teoría ondulatoria $\quad \dfrac{sen\,\theta_2}{sen\,\theta_1} = \dfrac{v_2}{v_1}$

$$v_1 > v_2 \Rightarrow \theta_2 < \theta_1$$

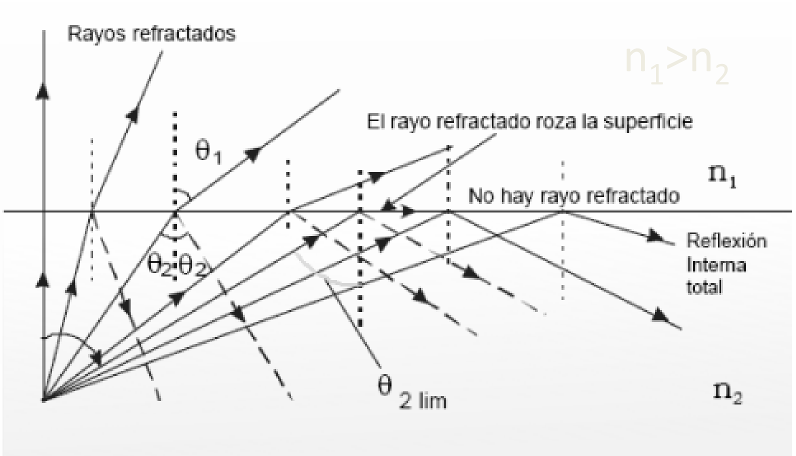
$$v_1 < v_2 \Rightarrow \theta_2 > \theta_1$$

Frecuencia no varia al cambiar de medio $\quad \dfrac{n_1}{n_2} = \dfrac{v_2}{v_1} = \dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}$

REFLEXIÓN TOTAL INTERNA

a) Cuando el rayo va de un medio más refringente hacia otro menos refringente.

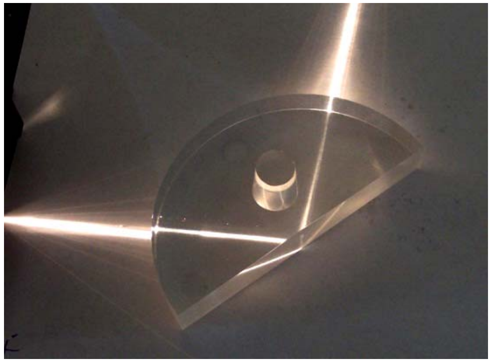
b) Cuando el ángulo de incidencia sea mayor que el del límite.



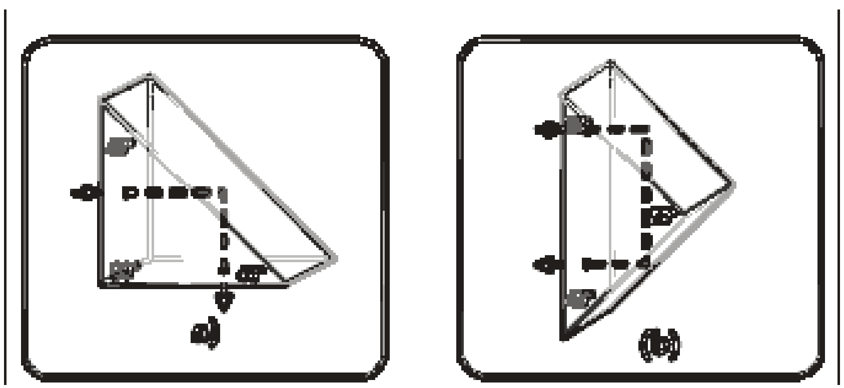
$n_1 > n_2$

$\theta_i = \theta_{critico}$, $\theta_2 = 90°$

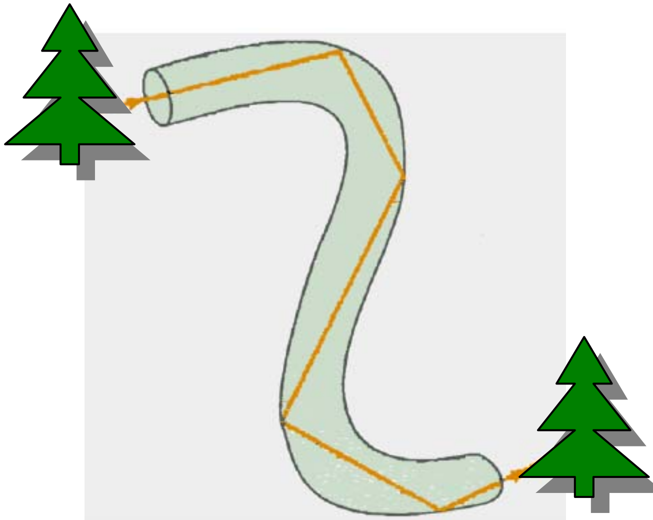
$$sen\,\theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$



Espejismo



$\Theta_{critico}$(vidrio) =41.8°

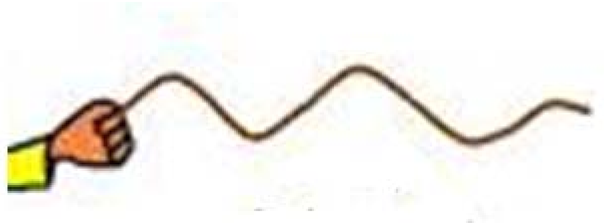


Principio de funcionamiento de las fibras ópticas

Diapositiva M. Taylor

Polarización

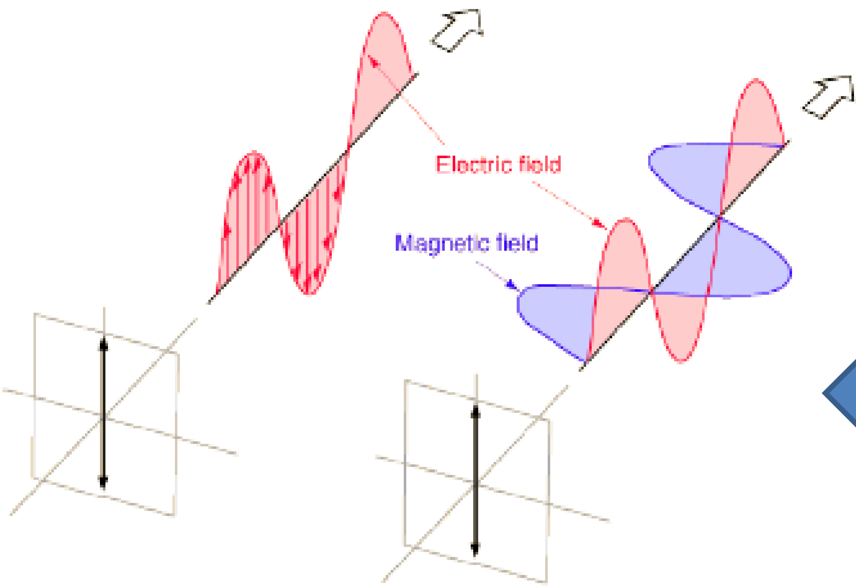
Onda en una cuerda:



Si la cuerda pone a oscilar en dirección vertical (las partículas vibran en la dirección vertical) se dice que la cuerda tiene polarización lineal y el vector polarización apunta en la dirección de vibración.

Una onda electromagnética está formada por la propagación de un campo eléctrico y otro magnético que varían con el tiempo en planos mutuamente perpendiculares y normales también a la dirección de propagación. Si ambos vectores mantienen su dirección fija, se dice que la onda está linealmente polarizada y se toma como dirección de polarización la dirección del campo eléctrico

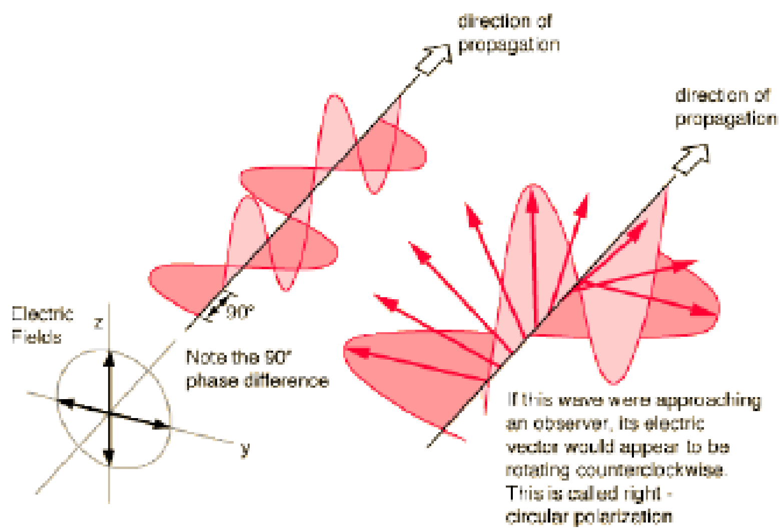
Polarización Lineal



E y **B** mantienen su dirección fija

dirección de polarización:
dirección del campo eléctrico

Polarización circular



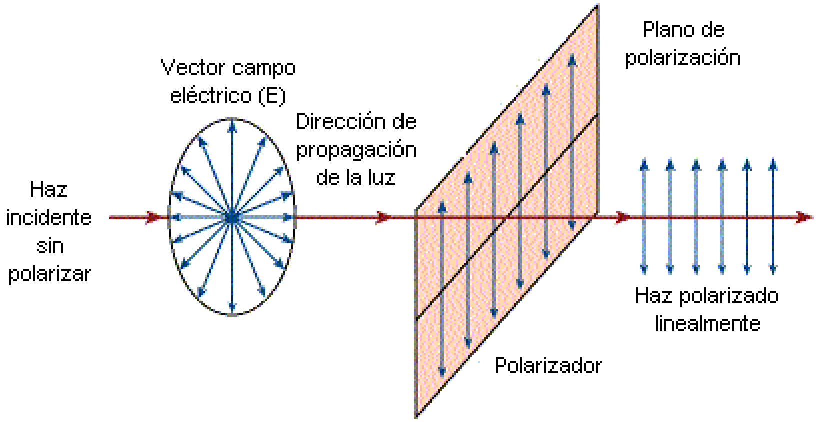
El vector campo eléctrico va rotando en el plano (**B** también, porque siempre es perpendicular a **E**)

La **luz natural no está polarizada**, es una mezcla de ondas linealmente polarizadas en todas las direcciones transversales posibles.

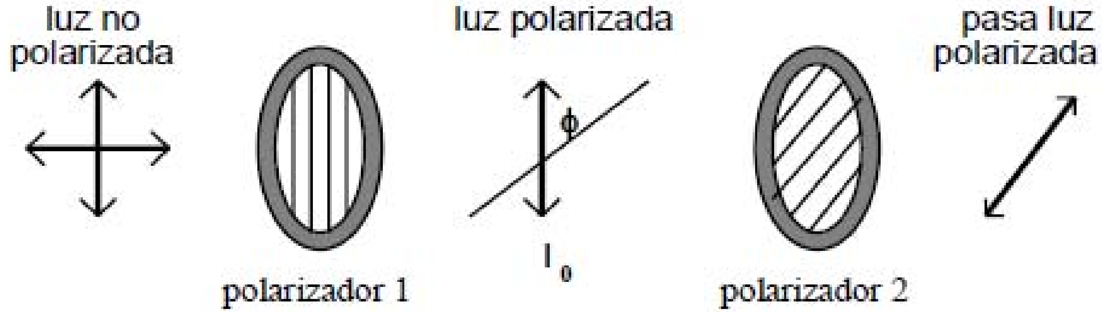
POLARIZADORES

Son instrumentos que toman como entrada luz natural y la transforman en luz polarizada

Polaroid (polarización por absorción): largas cadenas de hidrocarburos alineadas en forma paralela. Se absorbe la componente del campo eléctrico paralelo a las cadenas y pasa la componente perpendicular. La dirección perpendicular a las cadenas se llama eje de trasmisión.



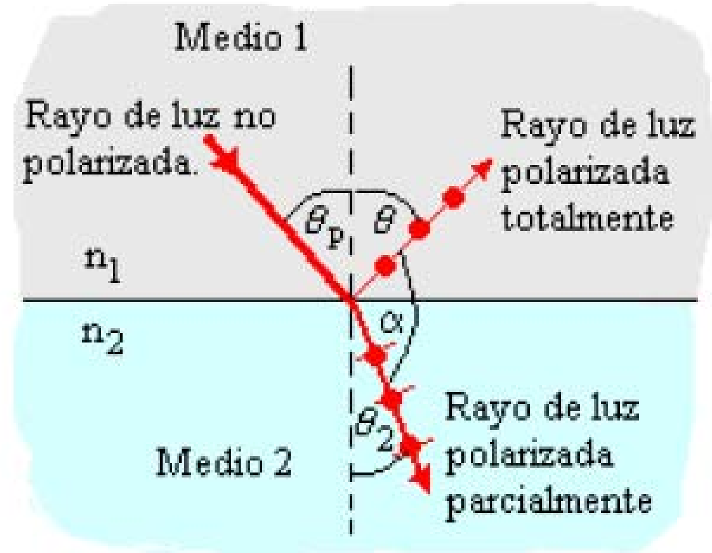
Polarizadores orientados con sus ejes formando un ángulo ϕ



E_0 campo polarizado inicialmente $$E = E_0 \cos\phi$$

La intensidad de la luz transmitida $$\boxed{I = I_0 \cos^2\phi}$$ **Ley de Malus**

Polarización por reflexión



En los casos en que el rayo reflejado y el refractado tengan direcciones perpendiculares entre sí, la luz reflejada se polariza en su totalidad en la dirección perpendicular al plano de incidencia.
Teniendo en cuenta la ley de Snell se obtiene que:

$$n_1 sen\,\theta_p = n_2 sen(\frac{\pi}{2} - \theta_p)$$

De lo que se deduce la **Ley de Brewster**

$$\boxed{tg\,\theta_p = \frac{n_2}{n_1}}$$