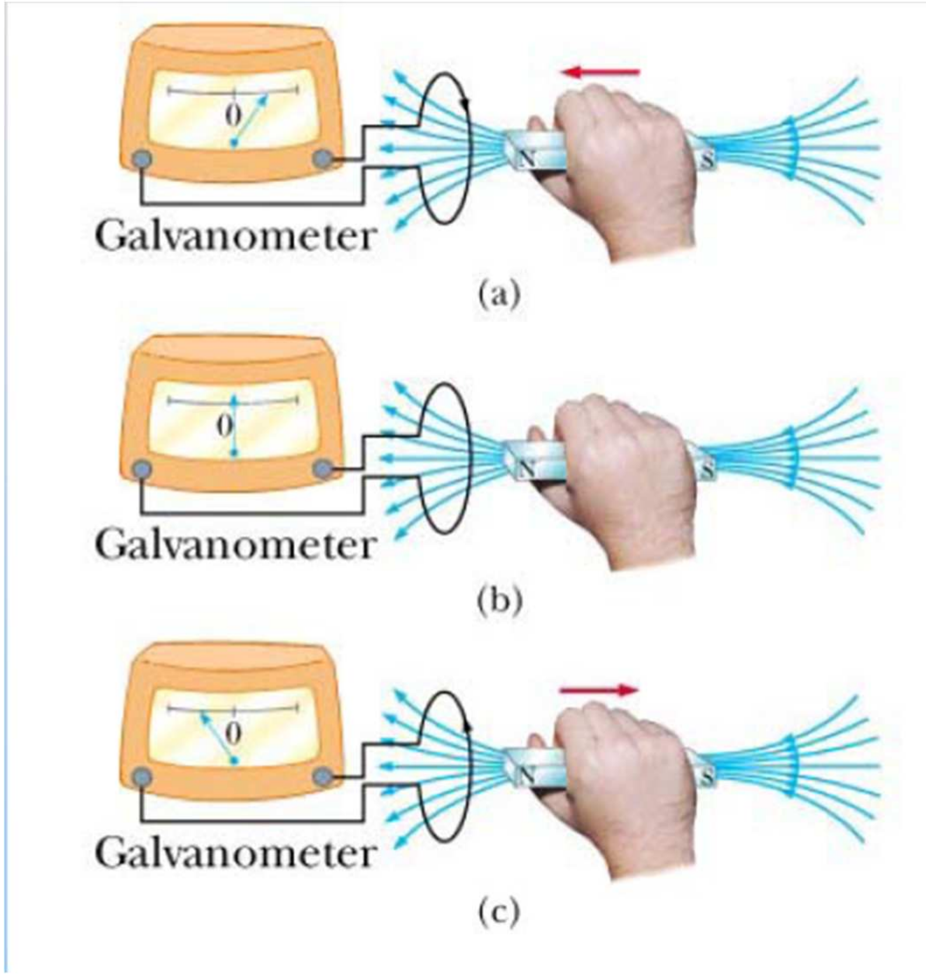
Física II- Curso de Verano 2014

Clase 4

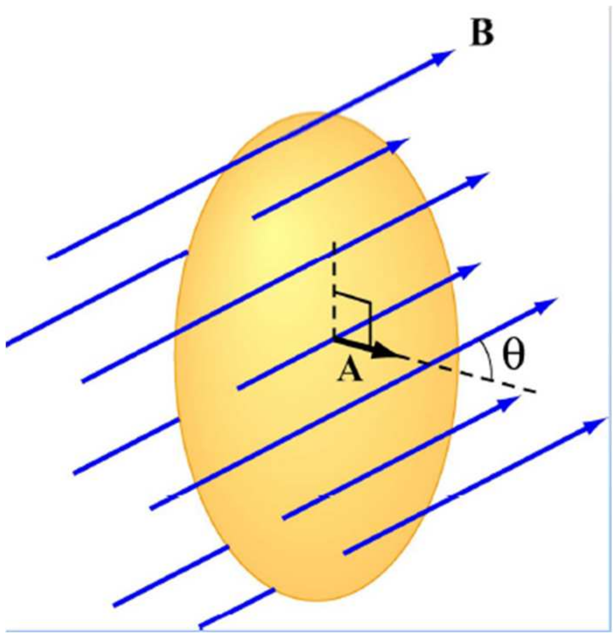
LEY DE FARADAY
(inducción electromagnética)



Se induce una corriente en la espira cuando el campo magnético cambia.

Un flujo de campo magnético (Φ_B) cambiante induce una fuerza electromotriz (FEM ε).

Φ_B ??? Análogo al flujo de campo eléctrico



Si **B** es uniforme en toda la superficie

$$\Phi_B = \vec{\mathbf{B}} \cdot \vec{\mathbf{A}} = BA\cos\theta$$

Si **B** no es uniforme:

$$\Phi_B = \iint_S \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$$

Unidad Φ_B

$$1\ \mathrm{Wb} = 1\ \mathrm{T} \cdot \mathrm{m}^2$$

Weber

FEM (ε) ??

En similar a la que se obtiene con una fuente de tensión, genera una corriente eléctrica

$$\mathcal{E} = \oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

Un flujo magnético variable en el tiempo induce una una fuerza electromotriz . La fem inducida es proporcional al valor negativo del cambio del flujo magnético.

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Este campo **NO ES CONSERVATIVO**

$$\mathcal{E} = \oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

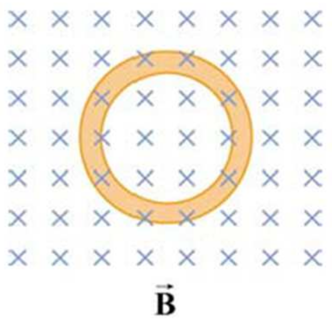
Circulación de campo eléctrico en un **camino cerrado**

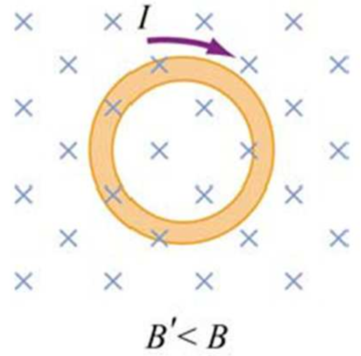
$$\Phi_B = \iint_S \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$$

Flujo de campo eléctrico a través de la superficie delimitada por el **camino cerrado**

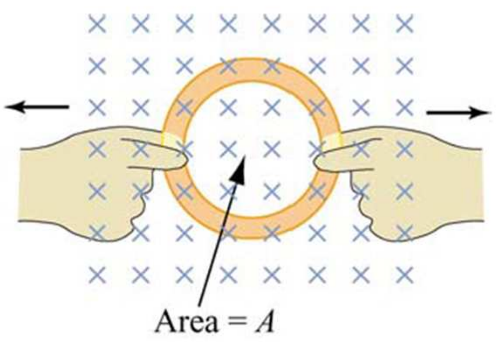
La fem puede inducirse por:

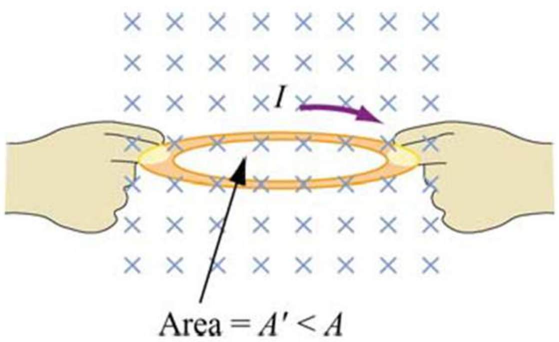
i) Cambio en la magnitud del campo magnético:



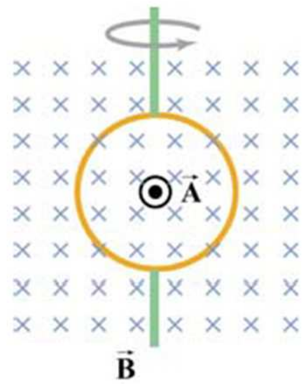


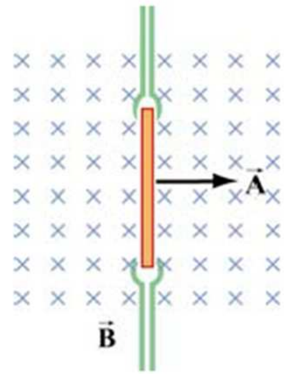
ii) Cambio en la magnitud del área:





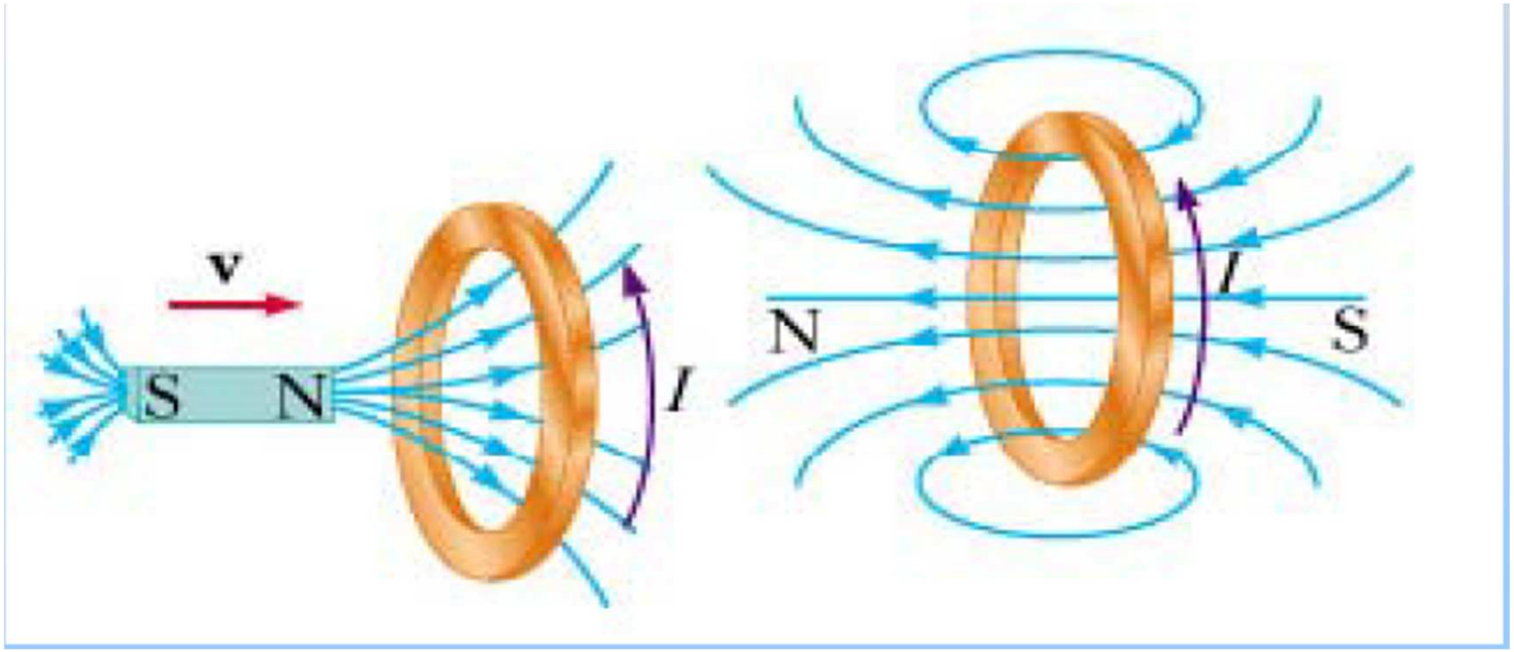
iii) Cambio en el ángulo entre el campo y el vector que representa al área:





El aporte de Lenz:

La fuerza electromotriz inducida se opone al cambio del flujo magnético.



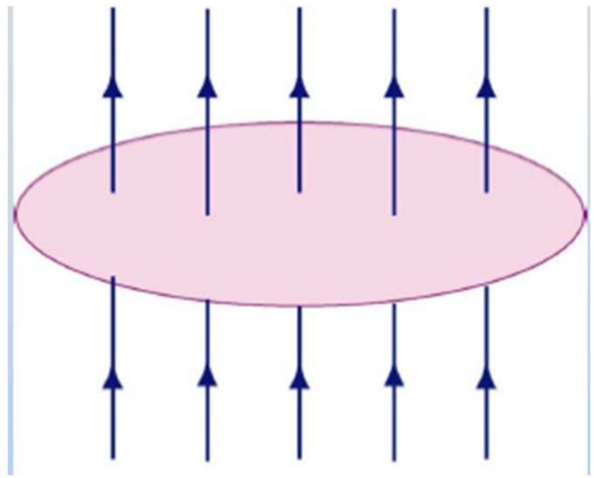
Ley de Faraday - Lenz

$$\boxed{\varepsilon = \oint \vec{E}.d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\iint \vec{B}.d\vec{A}}$$

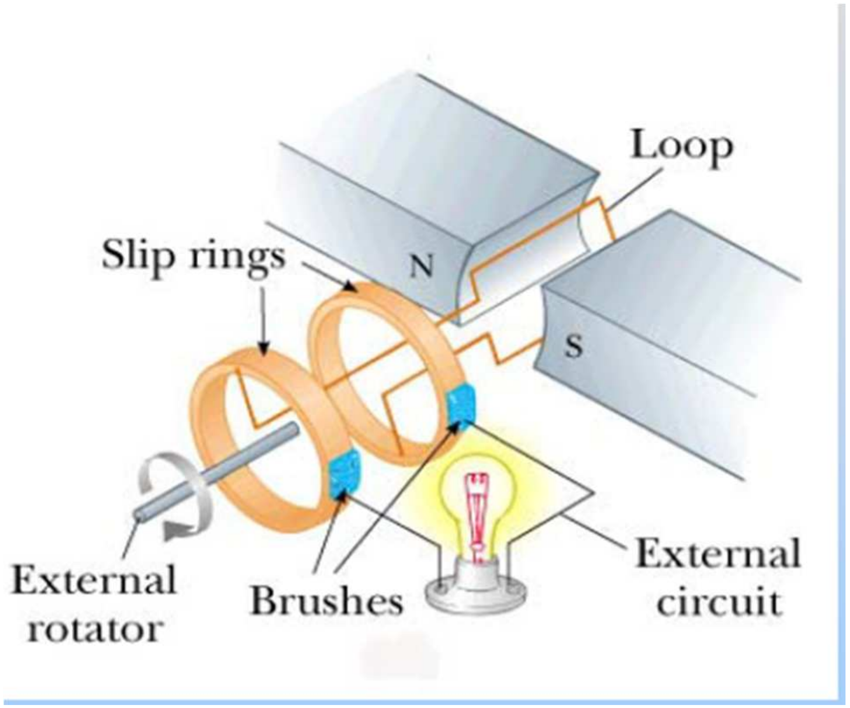
PC 1- El campo magnético que atraviesa una espira conductora apunta hacia arriba y su magnitud está aumentando con el tiempo. La corriente inducida en la espira tiene sentido:

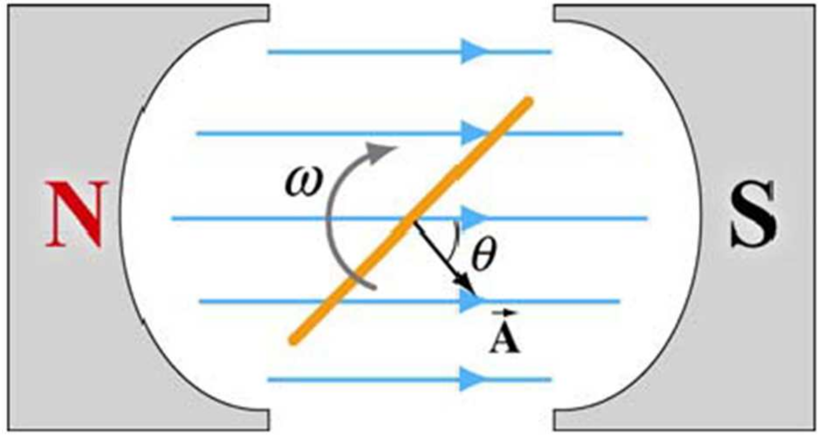
1) Horario

2) Antihorario



Aplicación: Generadores



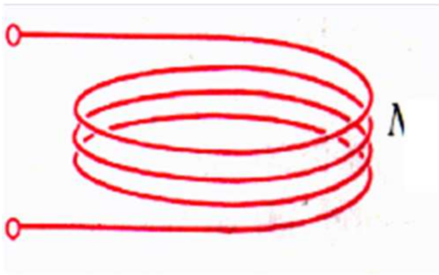


$$\Phi_B = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = BA\cos\theta = BA\cos\omega t$$

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = -BA\omega\sin\omega t$$

$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{NBA\omega}{R}\sin\omega t$$

AUTOINDUCTANCIA (L)



Si por un arrollamiento (bobina) circula una corriente I, se genera un campo magnético proporcional a I, por lo tanto el flujo de campo magnético será proporcional a I.

$$\Phi_B \equiv LI$$

Si la corriente varía con el tiempo, Φ_B varía en el tiempo y se generará una fem que se opone a ese cambio:

$$\boxed{\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}}$$

$$\boxed{\varepsilon = -L\frac{dI}{dt}}$$

L: autoinductancia

Cálculo de la autoinductancia para un solenoide (N vueltas, longitud L y radio R)

$$\boxed{L = \frac{\Phi_{B,self}^{total}}{I}}$$

Unit: Henry

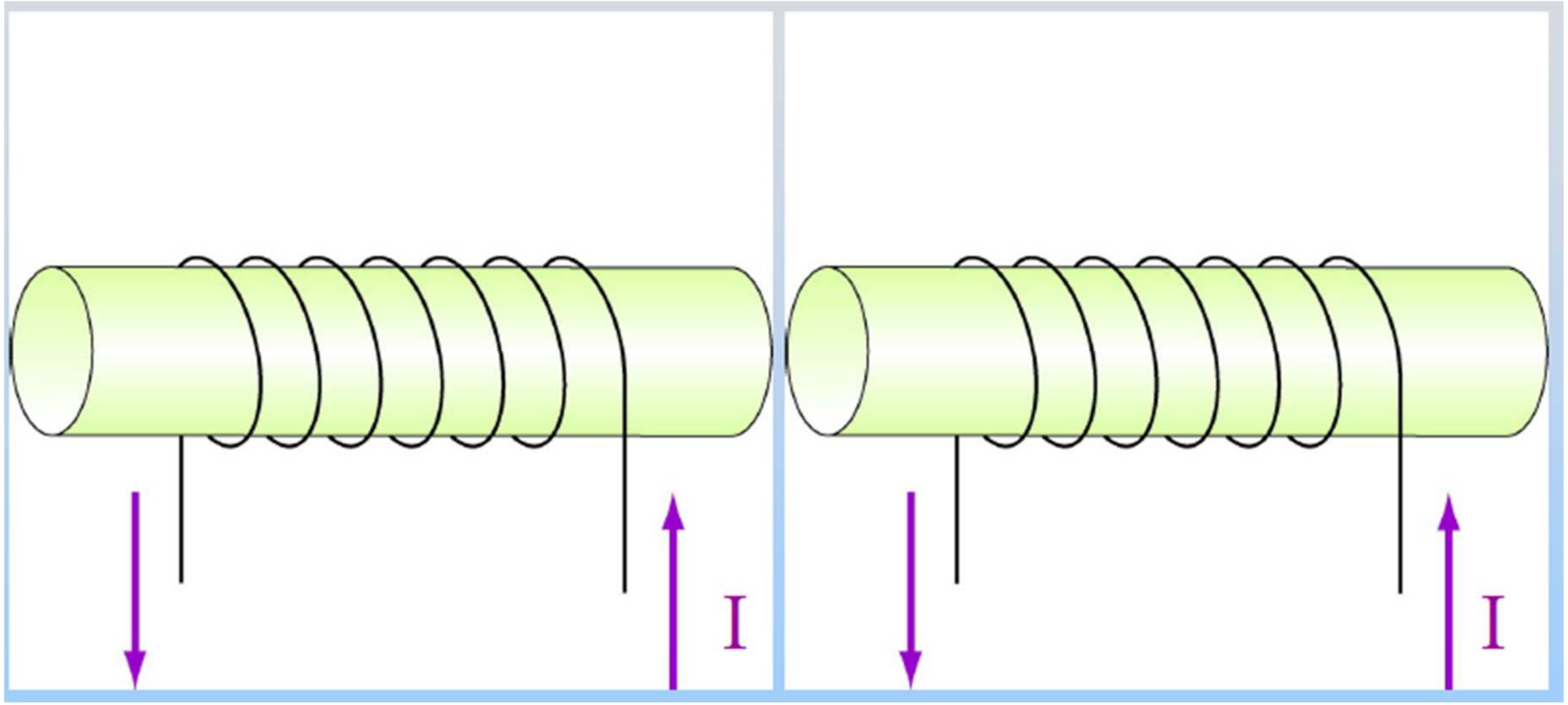
$$1\ \mathrm{H} = 1\ \frac{\mathrm{V}\cdot\mathrm{s}}{\mathrm{A}}$$

$$B = \mu_0 n I$$

$$\Phi_{B,turn} = \iint \vec{\mathbf{B}}\cdot d\vec{\mathbf{A}} = BA = \mu_0 n I \pi R^2$$

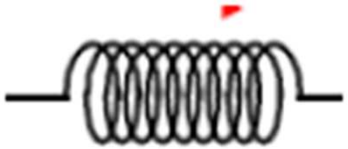
$$L = \frac{N\Phi_{B,turn}}{I} = N\mu_0 n\pi R^2 = \mu_0 n^2 \pi R^2 l$$

$$\varepsilon = - L\frac{dI}{dt}$$



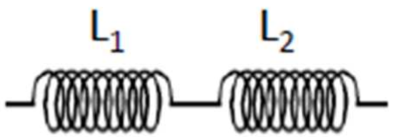
$$\frac{dI}{dt} > 0,\ \varepsilon_L < 0$$

$$\frac{dI}{dt} < 0,\ \varepsilon_L > 0$$



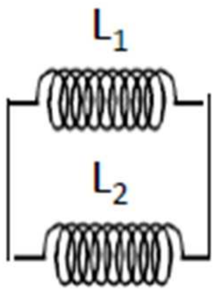
Símbolo que representa un inductor

Inductores conectados en serie



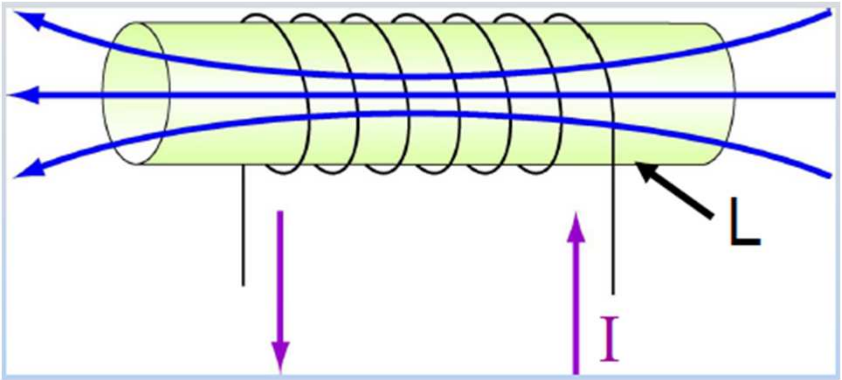
$$Leq = L_1 + L_2$$

Inductores conectados en paralelo



$$\frac{1}{Leq} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

Energía acumulada en un inductor



$$\mathcal{E} = -\, L\frac{dI}{dt}$$

$$dW = Pdt = \mathcal{E}I\,dt = L\frac{dI}{dt}I\,dt = LI\,dI$$

$$W = \int dW = \int_{I=0}^{I} LI\,dI = \tfrac{1}{2}L\,I^2$$

$$\boxed{U_L = \tfrac{1}{2}L\,I^2}$$

Ejemplo: solenoide

$$B = \mu_0 n I$$

$$L = \mu_o n^2 \pi R^2 l$$

$$U_B = \tfrac{1}{2} L I^2 = \tfrac{1}{2}\left(\mu_o n^2 \pi R^2 l\right) I^2$$

$$U_B = \left(\frac{B^2}{2\mu_o}\right) \pi R^2 l$$

$$\boxed{u_B = \frac{B^2}{2\mu_o}}$$

Densidad de energía magnética

Volumen del solenoide

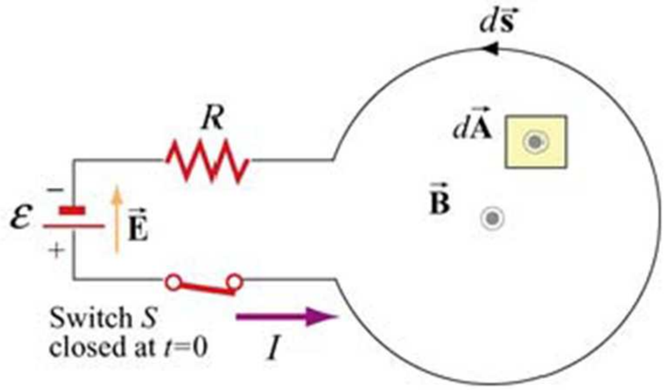
$$\boxed{u_B = \frac{B^2}{2\mu_o}}$$

Densidad de energía magnética

$$u_E = \frac{\varepsilon_o E^2}{2}$$

Densidad de energía eléctrica

CIRCUITOS RL (transitorios)



$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = -\frac{d}{dt}\iint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$$

Si la corriente fuera constante:

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = -\varepsilon + IR \quad = 0$$

Ley de Kirchoff que conocíamos

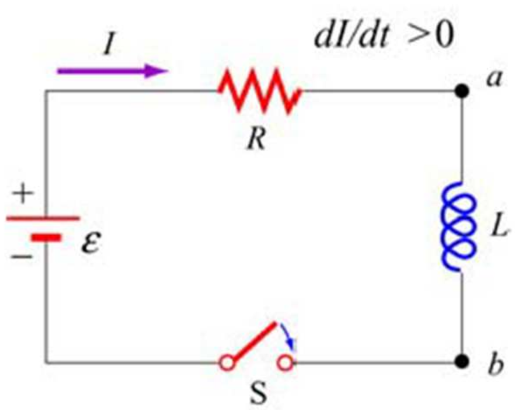
Si la corriente varía con el tiempo:

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = -\varepsilon + IR = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

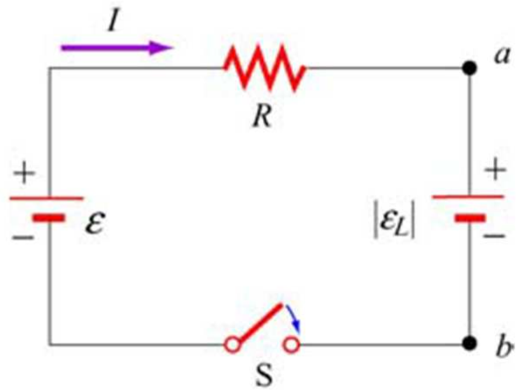
$$\Delta V = \varepsilon - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$

Ley de Kirchoff modificada

Corriente creciente (dI/dt >0)



En t=0 se cierra la llave

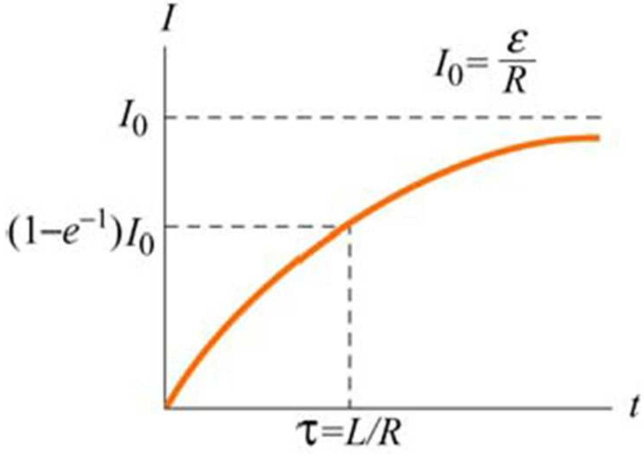


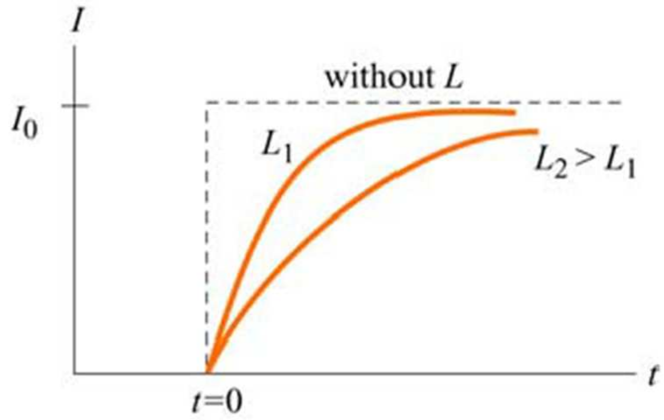
Circuito equivalente

$$\varepsilon - IR - |\varepsilon_L| = \varepsilon - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$

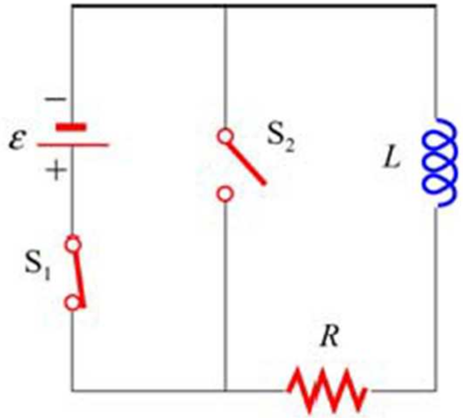
$$\frac{dI}{I-\varepsilon / R} = -\frac{dt}{L / R}$$

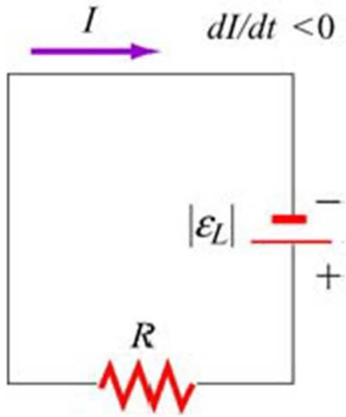
$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad \tau = \frac{L}{R} \qquad |\varepsilon_L| = \left| -L\frac{dI}{dt} \right| = \varepsilon e^{-t/\tau}$$





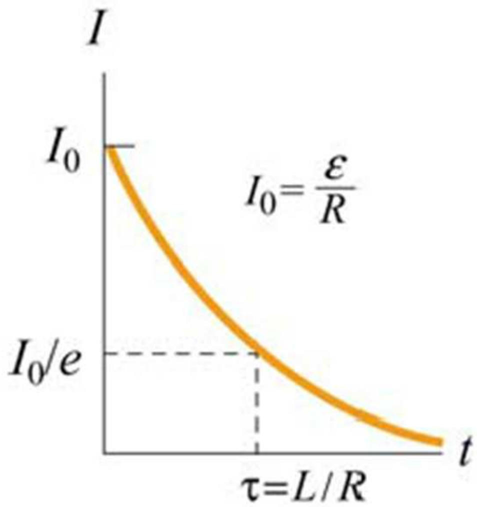
Corriente decreciente (dI/dt <0)





$$|\varepsilon_L| - IR = -L\frac{dI}{dt} - IR = 0$$

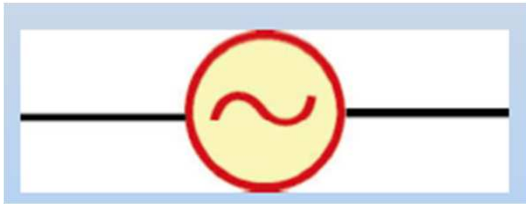
$$\frac{dI}{I} = -\frac{dt}{L/R} \qquad I(t) = \frac{\varepsilon}{R}e^{-t/\tau}$$



Circuitos RLC corriente alterna

DC Corriente Directa: corriente continua (baterías)
AC Corriente alterna: corriente oscilante (generada por un generador como el que vimos recién)

Fuente de tensión sinusoidal:

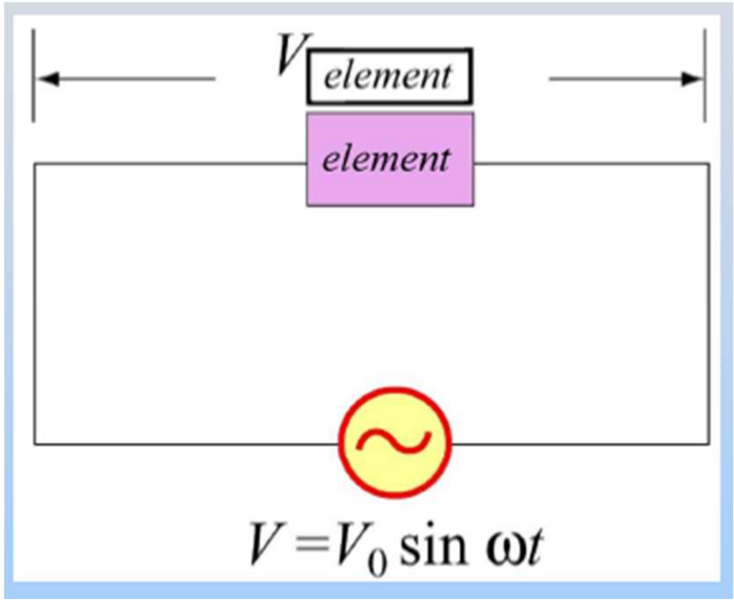


$V(t) = V0 \sin\omega t$

$\omega = 2\pi f$ frecuencia angular

V_0 = amplitud

Circuit con un solo elemento



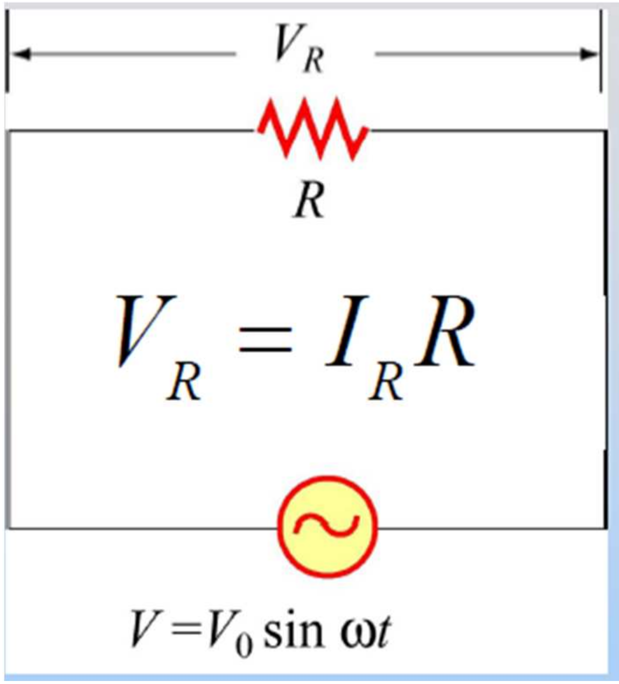
$$V_{\boxed{element}} = V$$

$$= V_0 \sin \omega t$$

$$I(t) = I_0 \sin(\omega t - \phi)$$

¿ Cuánto vale I_0 y cuánto vale ϕ ?

Si el elemento es **un resistor o resistencia**…

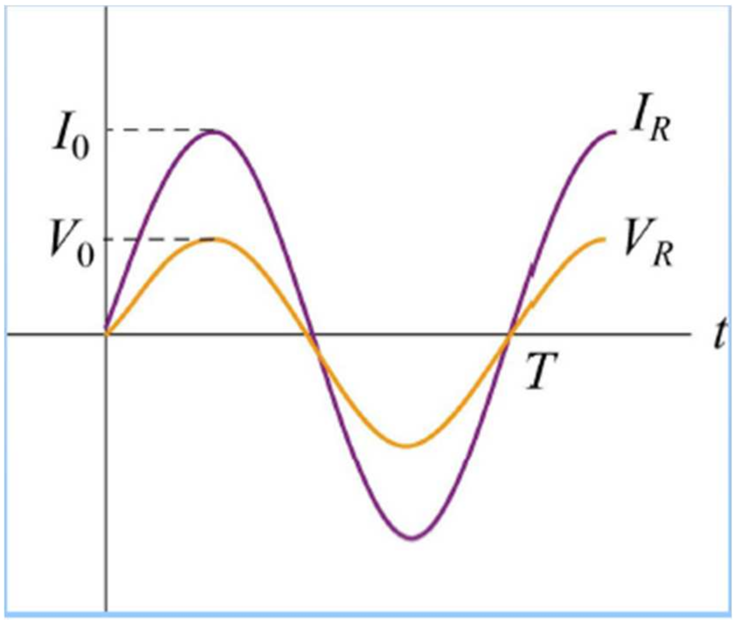


$$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{V_0}{R} \sin \omega t$$

$$I_0 = \frac{V_0}{R}$$

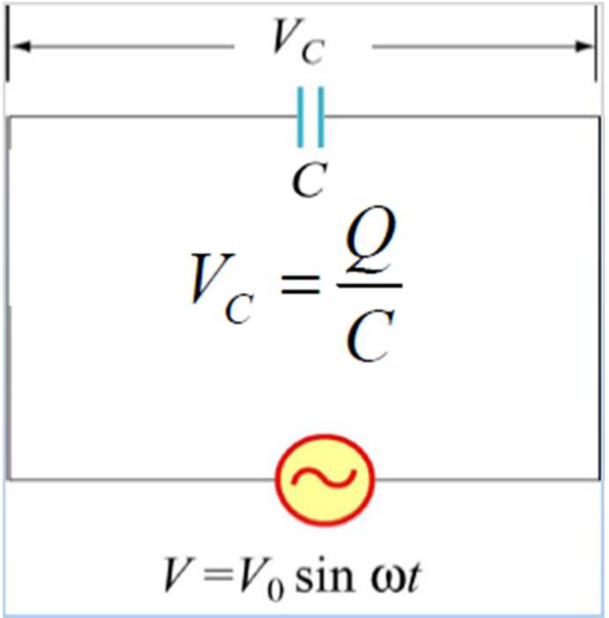
$$\varphi = 0$$

$$= I_0 \sin \left(\omega t - 0 \right)$$



I_R y V_R están en fase

Si el elemento es **un capacitor**…



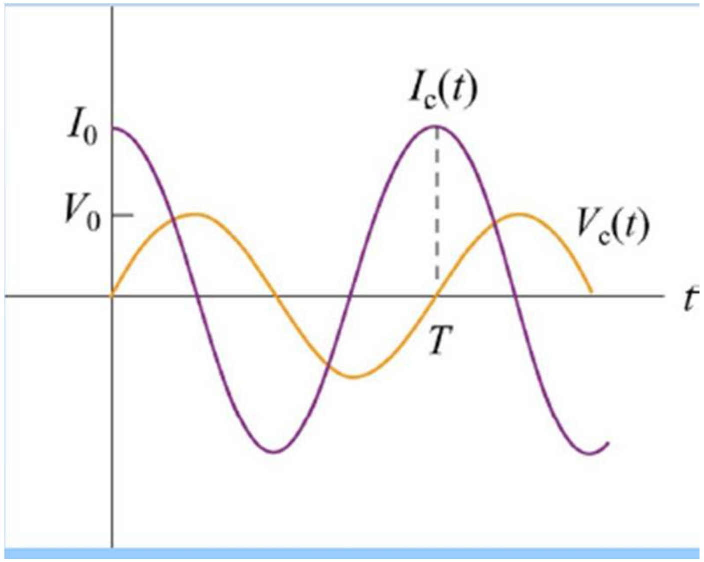
$$I_C(t) = \frac{dQ}{dt}$$

$$Q(t) = CV_C = CV_0 \sin \omega t$$

$$= \omega C V_0 \cos \omega t$$

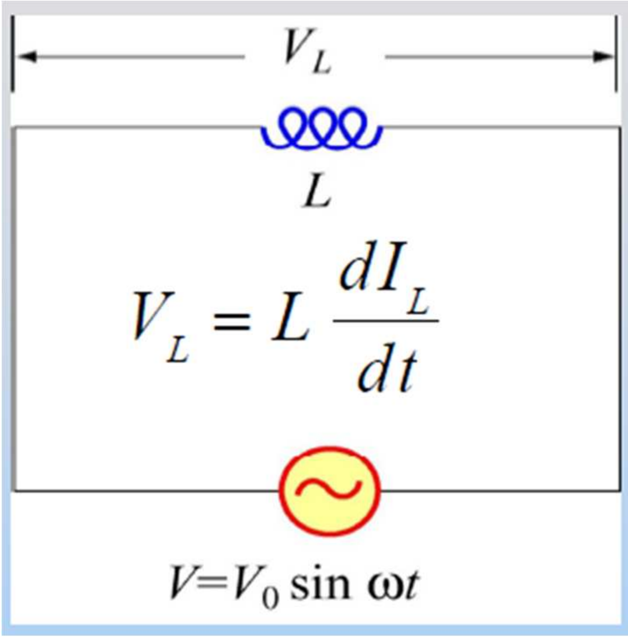
$$= I_0 \sin(\omega t - \pi / 2)$$

$$\boxed{\begin{aligned} I_0 &= \omega C V_0 \\ \phi &= -\pi / 2 \end{aligned}}$$



I_C va adelantado con respecto a V_C en $\pi/2$

Si el elemento es **un inductor**…



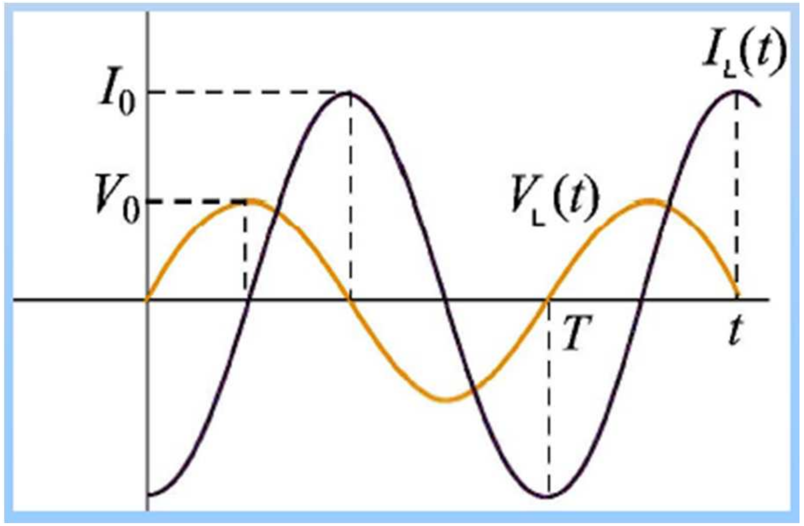
$$\frac{dI_L}{dt} = \frac{V_L}{L} = \frac{V_0}{L} \sin \omega t$$

$$I_L(t) = \frac{V_0}{L} \int \sin \omega t \; dt$$

$$= -\frac{V_0}{\omega L} \cos \omega t$$

$$\boxed{\begin{aligned} I_0 &= \frac{V_0}{\omega L} \\ \phi &= \pi / 2 \end{aligned}}$$

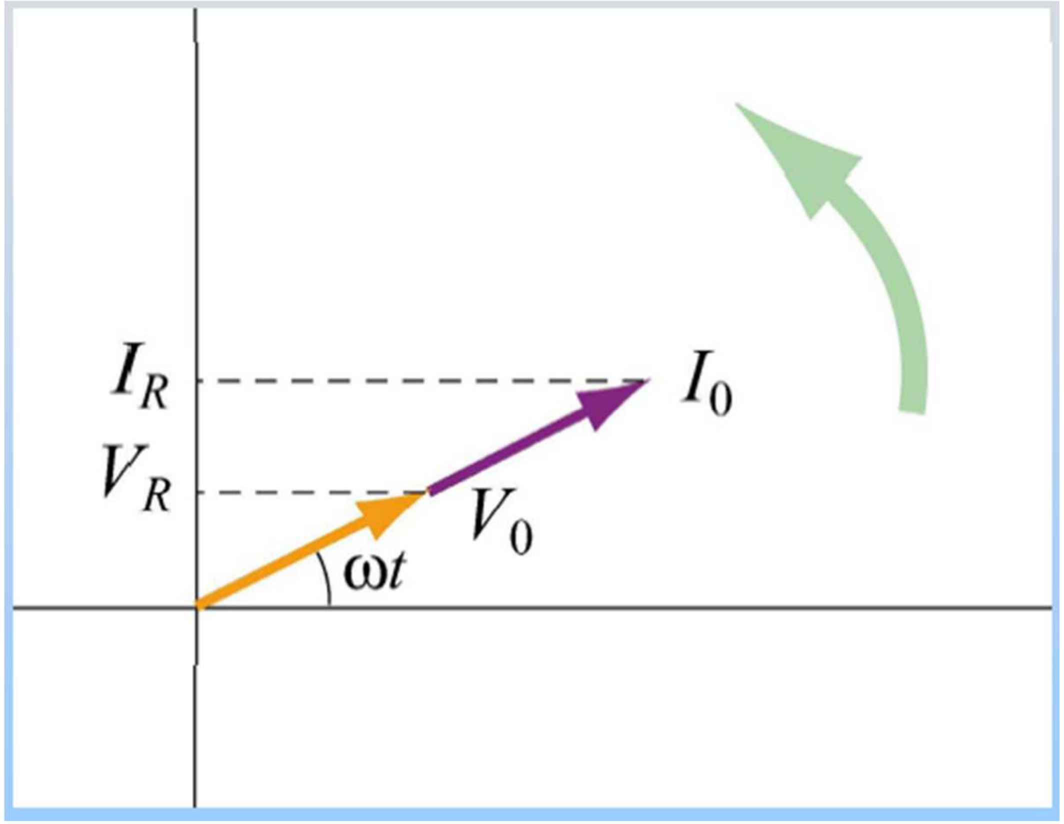
I_L va atrasado con respecto a V_L en $\pi/2$



Element	I_0	Current vs. Voltage	Resistance Reactance
Resistor	$\frac{V_{0R}}{R}$	En fase	$R = R$
Capacitor	$\omega C V_{0C}$	Adelanta	$X_C = \frac{1}{\omega C}$
Inductor	$\frac{V_{0L}}{\omega L}$	Atrasa	$X_L = \omega L$

Aunque las dedujimos para un solo elemento estas relaciones valen siempre

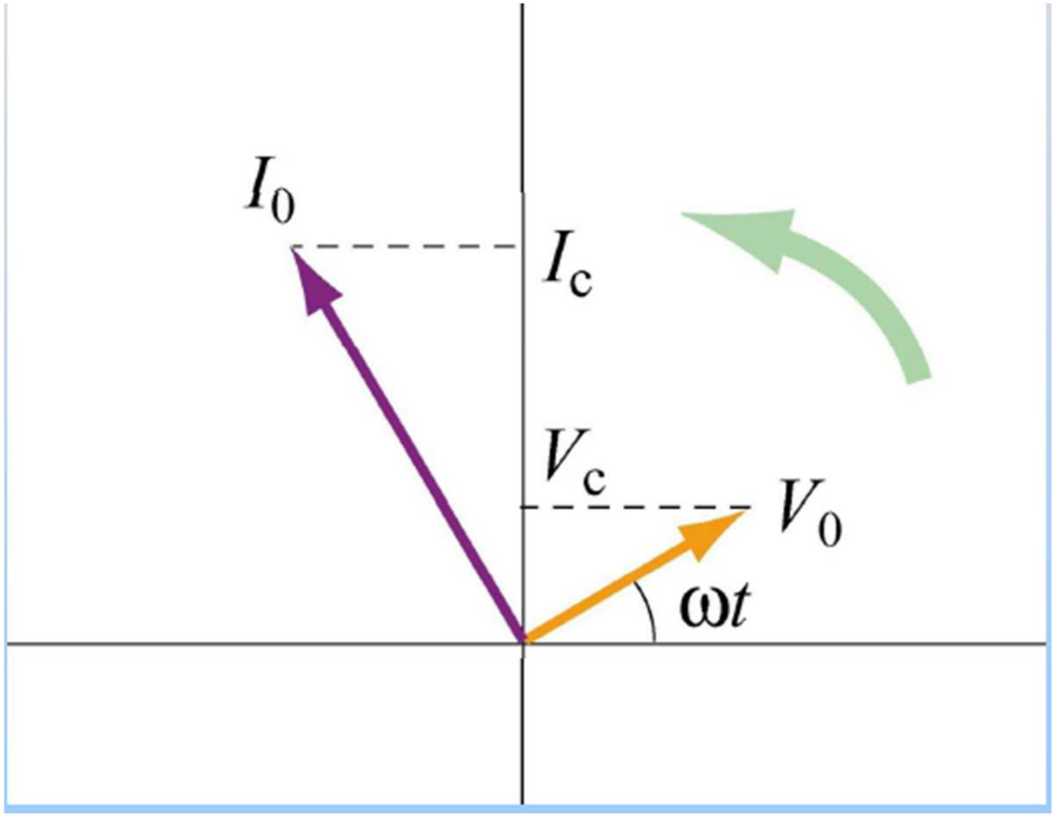
DIAGRAMAS DE FASORES: RESISTENCIA



$$V_0 = I_0 R$$
$$\phi = 0$$

I_R y V_R están en fase

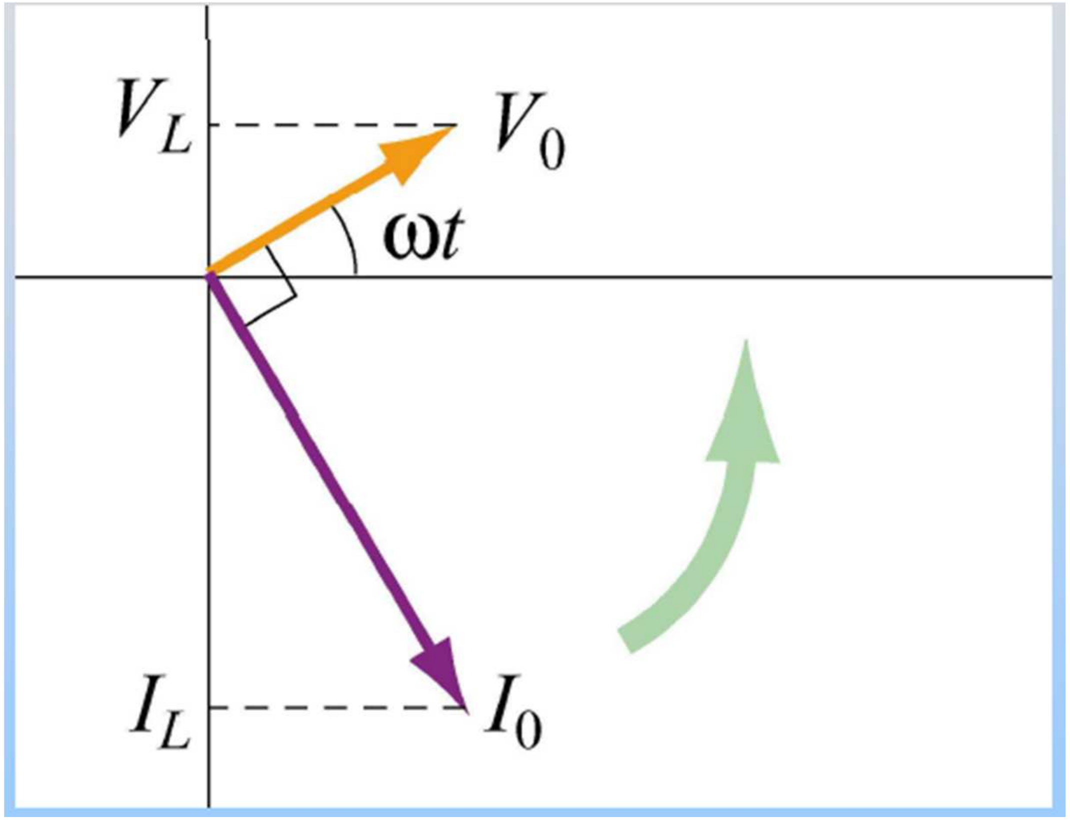
DIAGRAMAS DE FASORES: CAPACITOR



$$V_0 = I_0 X_C$$
$$= I_0 \frac{1}{\omega C}$$
$$\phi = -\pi / 2$$

I_C va adelantado con respecto a V_C en $\pi/2$

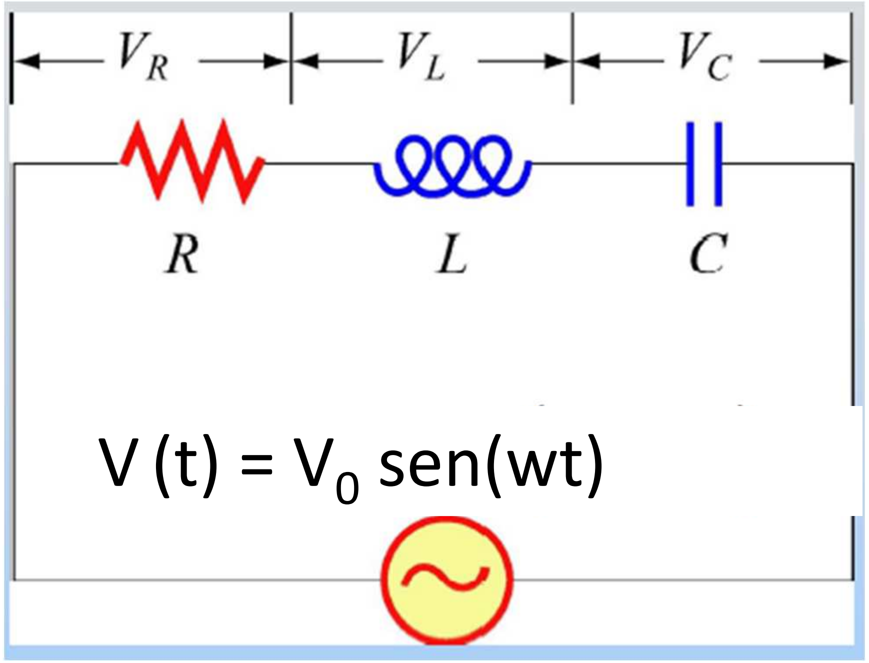
DIAGRAMAS DE FASORES: INDUCTOR



$$V_0 = I_0 X_L$$
$$= I_0 \omega L$$
$$\phi = \pi / 2$$

I_L va atrasado con respecto a V_L en $\pi/2$

CIRCUITO RLC



$V(t) = V_0$ sen(wt)

$$V_R = V_{R0}\sin\left(\omega t\right)$$

$$V_L = V_{L0}\sin\left(\omega t + \pi/2\right)$$

$$V_C = V_{C0}\sin\left(\omega t - \pi/2\right)$$

$$V(t) - V_R(t) - V_L(t) - V_C(t) = V(t) - IR - L\frac{dI}{dt} - \frac{Q}{C} = 0$$

$$L\frac{dI}{dt} + IR + \frac{Q}{C} = V_0 \sin\omega t \qquad \boxed{L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = V_0\sin\omega t}$$

SOLUCIÓN: $$Q(t) = Q_0 \cos(\omega t - \phi)$$

$$Q_0 = \frac{V_0 / L}{\sqrt{(R\omega / L)^2 + (\omega^2 - 1/LC)^2}} = \frac{V_0}{\omega\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$$

$$= \frac{V_0}{\omega\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

$$\tan\phi = \frac{1}{R}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$I(t) = +\frac{dQ}{dt} = I_0 \sin(\omega t - \phi)$$

$$I(t) = \frac{V_0}{Z}\sin(\omega t - \phi)$$

$$\boxed{I_0 = \frac{V_{0S}}{Z}}$$

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

Impedance

$$\boxed{\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right)}$$

3

$$I(t) = \frac{V_0}{Z}\sin(\omega t - \phi)$$

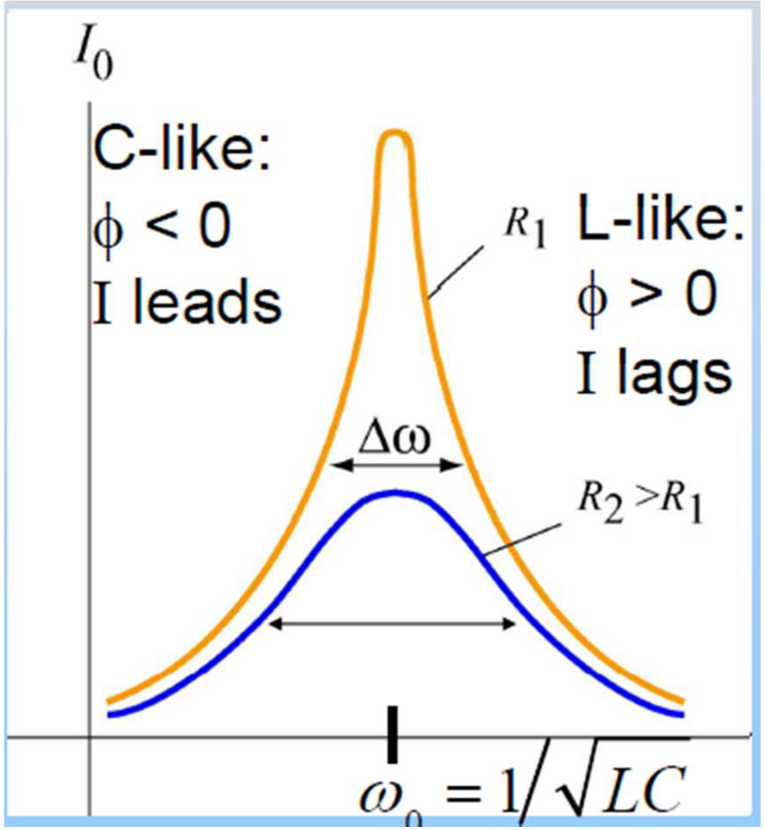
RESONANCIA

$$I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \; ; \quad X_L = \omega L, \quad X_C = \frac{1}{\omega C}$$

A bajas frecuencia domina C
A altas frecuencias domina L
Cuando $X_C = X_L$ se tiene resonancia e I_0 tiene su máximo valor

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

$$I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \; ; \quad X_L = \omega L, \quad X_C = \frac{1}{\omega C}$$



$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right)$$