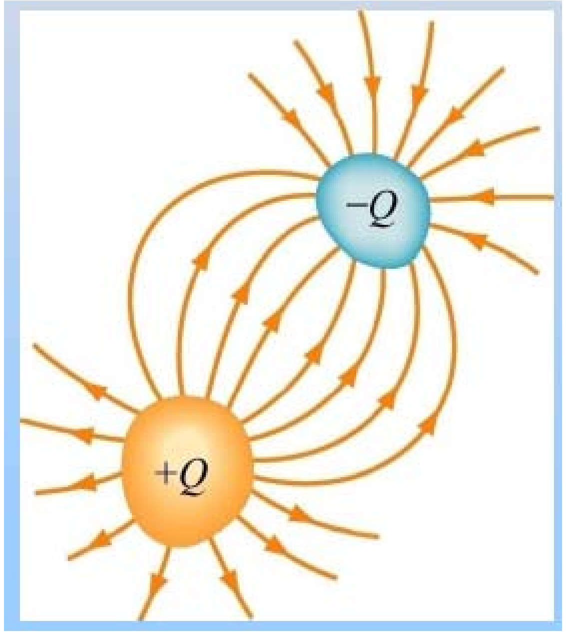
Clase 2

Curso de verano Física II 2014

Capacitores

Capacitor: 2 conductores aislados
Cargas iguales y opuestas +Q y –Q
Almacena carga



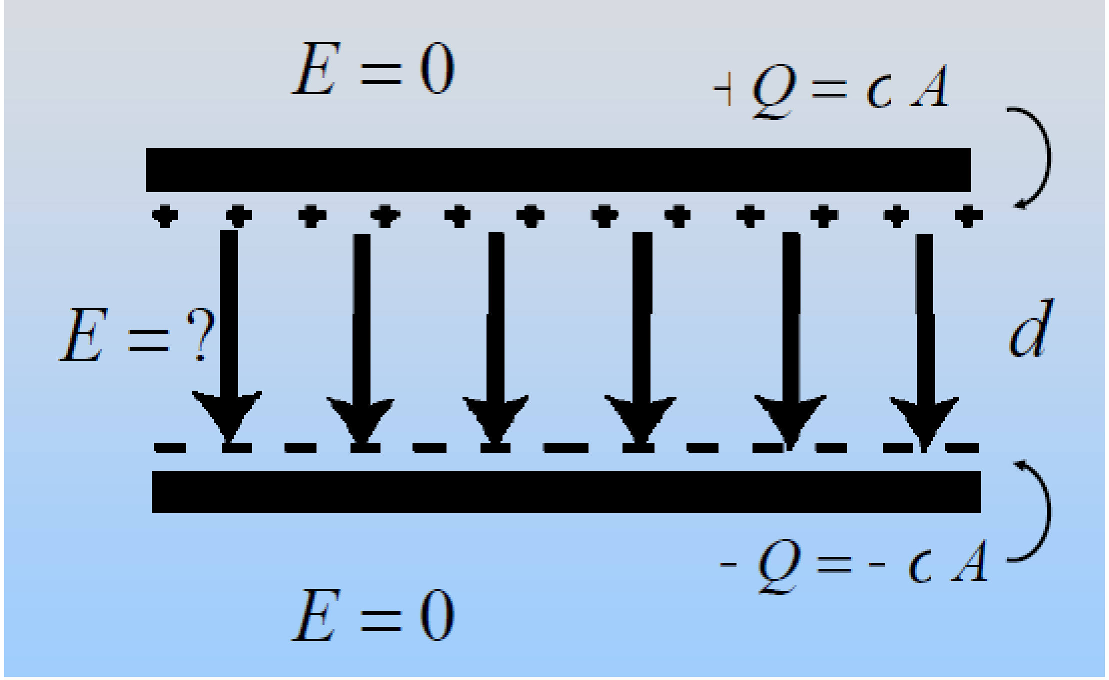
Sí ΔV es la diferencia de potencial entre ellos, la capacitancia C:

$$\boxed{C = \frac{Q}{|\Delta V|}}$$

Unidades: Coulomb/ V ó Faraday (F)

C es siempre positiva

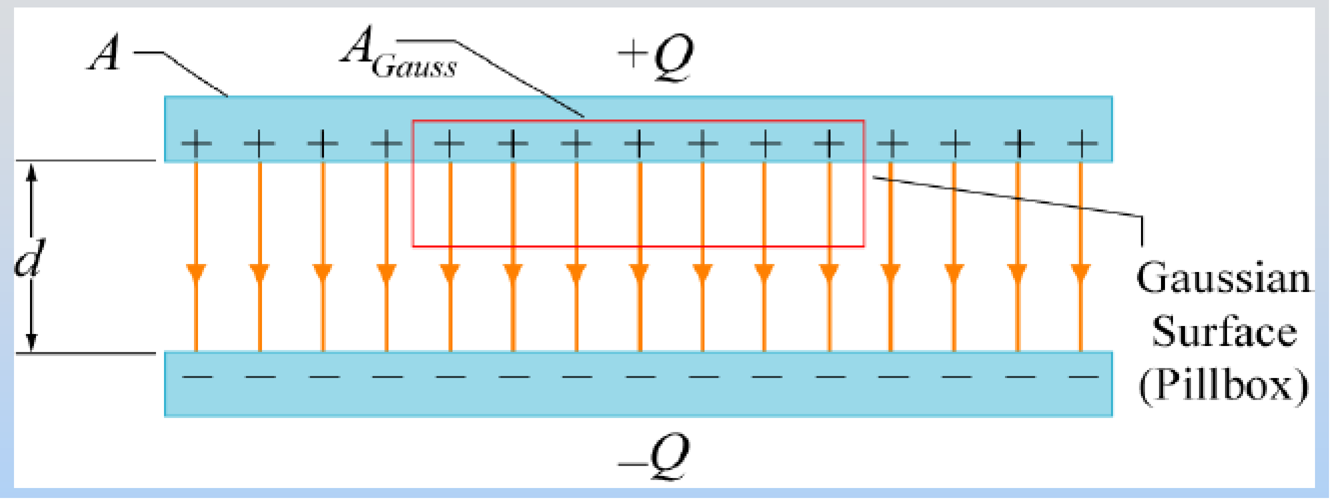
Capacitor de placas paralelas



$$C = \frac{Q}{|\Delta V|}$$

Para calcular C, primero hay que determinar ΔV entre las placas y para eso primero hay que calcular $\vec{E}$

Calculo de $\vec{E}$ (utilizando ley de Gauss)

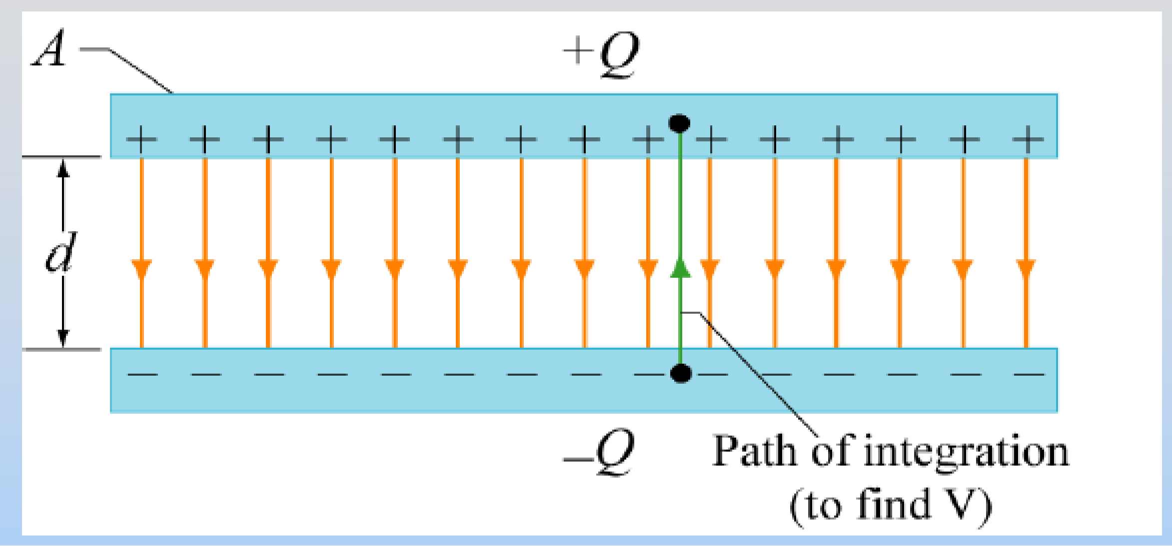


$$\oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$E\left(A_{Gauss}\right) = \frac{\sigma A_{Gauss}}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{A.\varepsilon_0}}$$

Cálculo de ΔV



$$\Delta V = -\int_{bottom}^{top} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{S}} = Ed = \frac{Q}{A\varepsilon_0} d$$

$$\boxed{C = \frac{Q}{|\Delta V|} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}}$$

Depende sólo de factores geométricos

Resolver ejercicios 1, 2 y 3

El resultado del ejercicio 3 es:

$$C = \frac{Q}{|\Delta V|} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\left(a^{-1} - b^{-1}\right)}$$

Capacitancia de un capacitor de placas esférica de radios a (interior) y b (exterior)

Energía acumulada en un capacitor

Si el capacitor está inicialmente descargado, puedo trasladar dq de una placa a la otra de manera que una queda con +dq y la otra con –dq. No necesito hacer trabajo (porque el campo eléctrico era cero). Pero una vez que las placas están cargadas, tengo un campo eléctrico no nulo y necesito hacer trabajo para tener +Q en una carga y –Q en la otra.

$$dW = dq\,\Delta V = dq\,\frac{q}{C} = \frac{1}{C}\,q\,dq$$

$$W = \int dW = \frac{1}{C}\int_0^Q q\,dq$$

$$\boxed{= \frac{1}{C}\frac{Q^2}{2}}$$

$$\boxed{U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}Q\left|\Delta V\right| = \frac{1}{2}C\left|\Delta V\right|^2}$$

La energía está acumulada en el campo eléctrico

Para un capacitor de placas paralelas:

$$C = \frac{\varepsilon_o A}{d}$$

$$V = Ed$$

$$U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_o A}{d} \left(Ed \right)^2 = \frac{\varepsilon_o E^2}{2} \times (Ad) = u_E \times (volume)$$

$$\boxed{u_E = E \text{ field energy density} = \frac{\varepsilon_o E^2}{2}}$$

CT 1- **Un capacitor de placas paralelas cargado tiene sus placas separadas una distancia d. Suponga que las placas se apartan a una distacia D>d. La energía potencial electrostática almacenada en el capacitor es:**

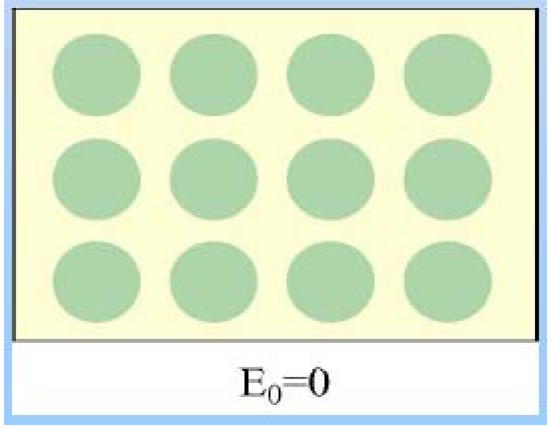
1. **mayor que**
2. **la misma que**
3. **menor que**

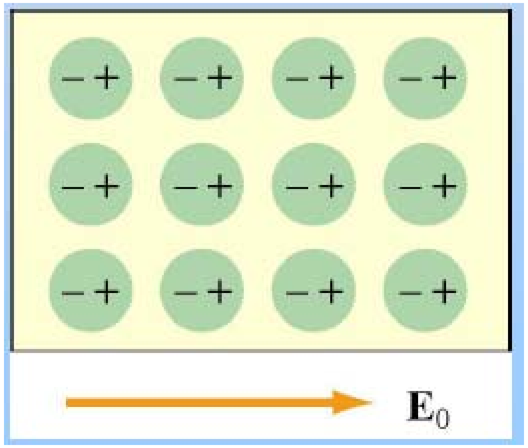
Cuando las placas estaban mas cerca.

Capacitores con dieléctricos

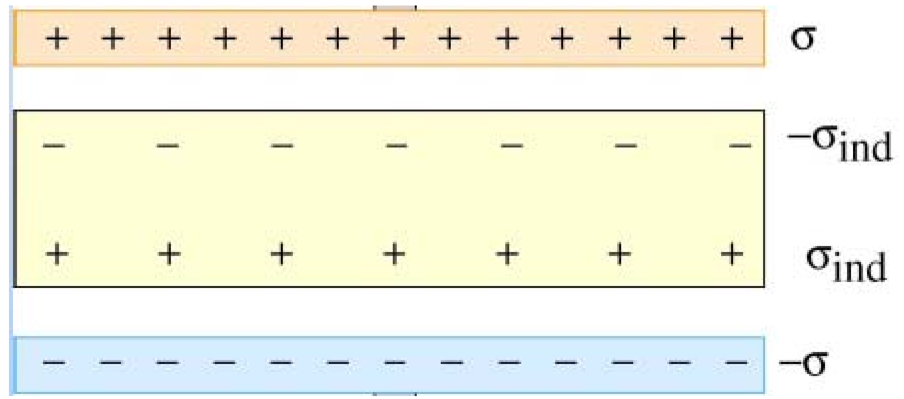
¿Qué ocurre si entre las placas del capacitor (aislado, no conectado a una batería) ubico un material dieléctrico?

Dieléctrico: es un material no conductor o aislante. En presencia de un campo eléctrico se polarizan.





dieléctrico



Decrece el campo eléctrico (por la polarización del dieléctrico) → decrece ΔV → aumenta C!!!

$$E = \frac{E_0}{\kappa}$$

Constante dieléctrica

Constantes dieléctricas	
Vacío	1
Papel	3.7
Vidrio Pirex	5.6
Agua	80

Luego de insertar el dieléctrico:

$$E = \frac{E_0}{\kappa}$$

$$V = \frac{V_0}{\kappa}$$

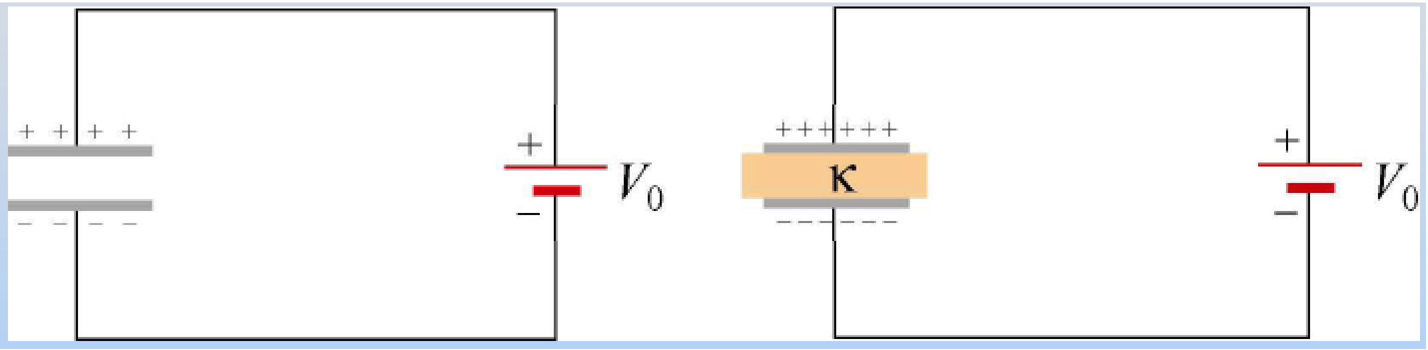
$$\boxed{C = \frac{Q}{V} = \frac{Q_0}{V_0 / \kappa} = \kappa \frac{Q_0}{V_0} = \kappa C_0}$$

CT 2- Se ubica un dieléctrico entre las placas de un capacitor. El sistema se carga y luego se retira el dieléctrico. La energía potencial electrostática almacenada en el capacitor es:

1. **mayor que**
2. **la misma que**
3. **menor que**

Si hubiéramos dejado el dieléctrico entre las placas.

¿Que pasa si cuando coloco el dieléctrico el capacitor está conectado a una batería?



La diferencia de potencial permanece constante: V_0 entonces, las placas tienen que incorporar más carga para mantener constante V_0

$$Q = CV = \kappa C_0 V_0$$

$$Q = \kappa Q_0$$

Ley de Gauss modificada para el caso de un medio dieléctrico:

$$\oiint_S \kappa \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{q_{\text{free,in}}}{\varepsilon_0}$$

CT 3- **Un capacitor de placas paralelas está conectado a una batería que mantiene una diferencia de potencial constante entre sus placas V. Mientras la bateria está conectada, se coloca una placa de vidrio que ocupa todo el lugar entre las placas. La energía almacenada**

1. **aumenta**
2. **disminuye**
3. **no cambia**

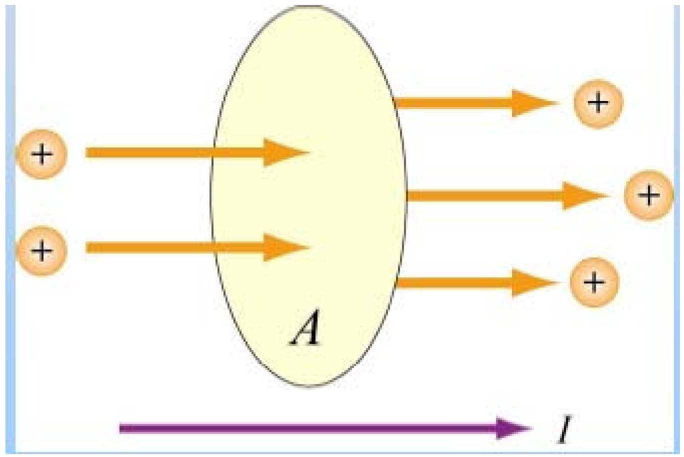
Corriente eléctrica (flujo de cargas)

La corriente promedio, I_{pro} es la cantidad de carga ΔQ que fluye por una sección transversal A en un tiempo Δt

$$I_{pro} = \frac{\Delta Q}{A \Delta t}$$

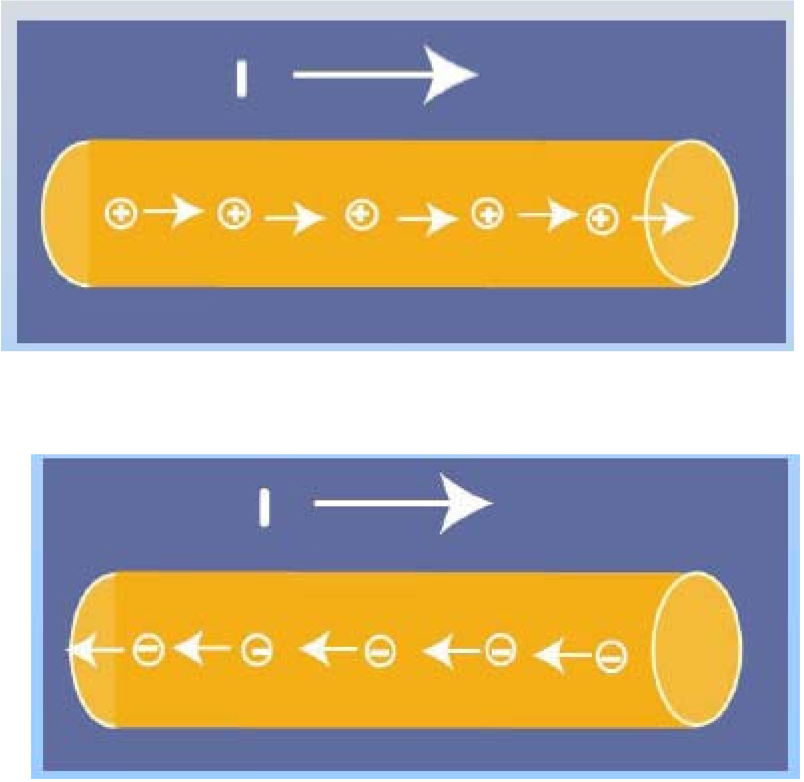
La corriente instantánea I

$$\boxed{I = \frac{dQ}{dt}}$$



Unidades: Coulomb/segundo = Ampere (A)

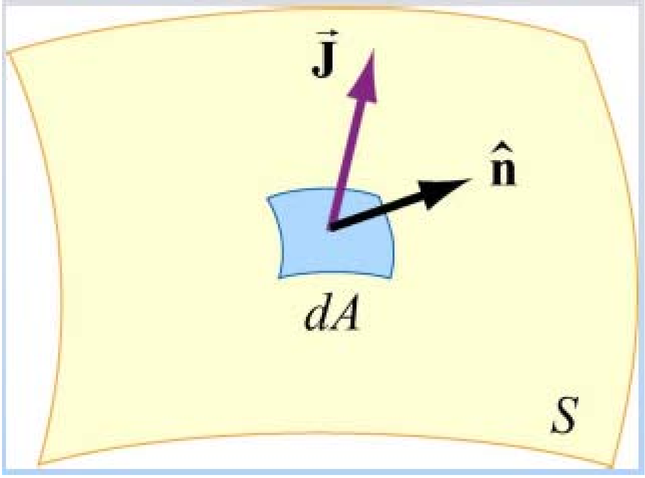
La dirección de la corriente es la dirección en que fluyen las cargas positivas



Densidad de corriente J

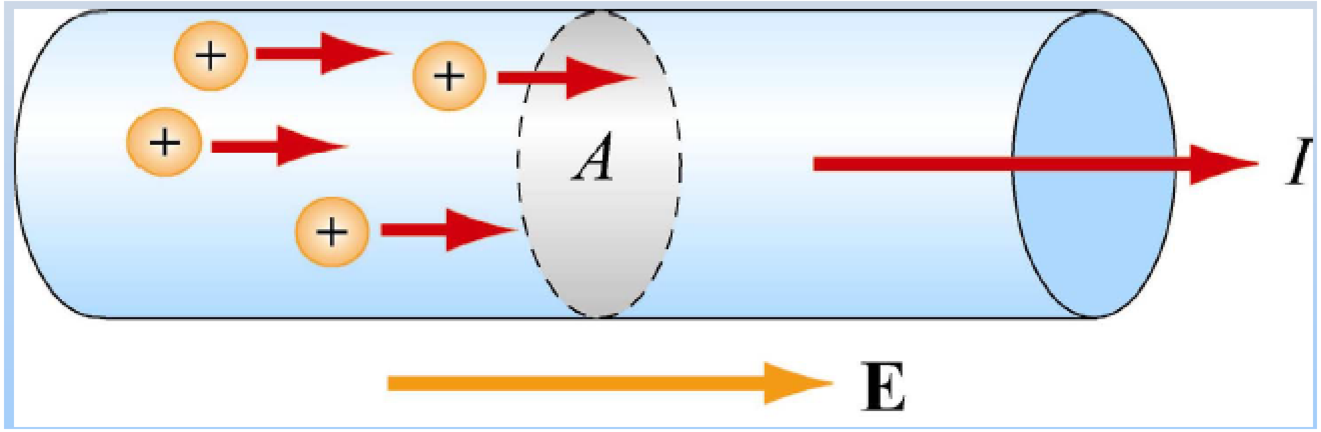
J: current/unit area

$$\boxed{\vec{\mathbf{J}} \equiv \frac{I}{A}\hat{\mathbf{I}}}$$



$$\boxed{I = \int_S \vec{\mathbf{J}} \cdot \hat{\mathbf{n}}\, dA = \int_S \vec{\mathbf{J}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}}$$

¿Cómo se origina la corriente? Ubicando un conductor en un campo eléctrico.



Cuando la corriente está fluyendo, el campo eléctrico dentro NO es cero, el conductor NO es una superficie equipotencial

$$\vec{\mathbf{J}} = -ne\vec{\mathbf{v}}_d = -ne\left(-\frac{e\vec{\mathbf{E}}}{m_e}\tau \right) = \frac{ne^2\tau}{m_e}\vec{\mathbf{E}}$$

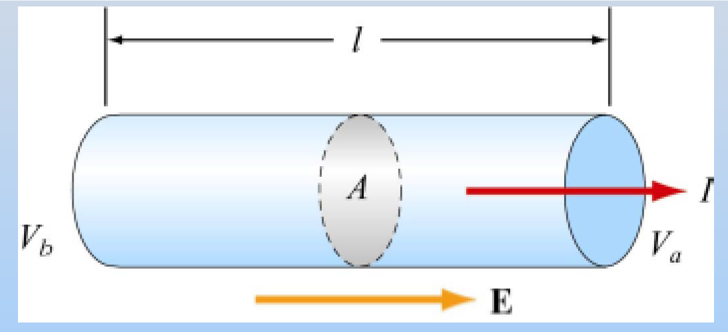
Ver deducción del libro

En muchos materiales J y E son proporcionales:

$$\vec{\mathbf{J}} = \sigma\vec{\mathbf{E}}$$ Ley de Ohm microscópica.

σ es la conductividad del material

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m_e}$$



$$\Delta V = V_b - V_a = \int_a^b \overrightarrow{E}.\, d\vec{S} = E.l$$

$$J = \sigma E = \sigma\left(\frac{\Delta V}{l}\right)$$

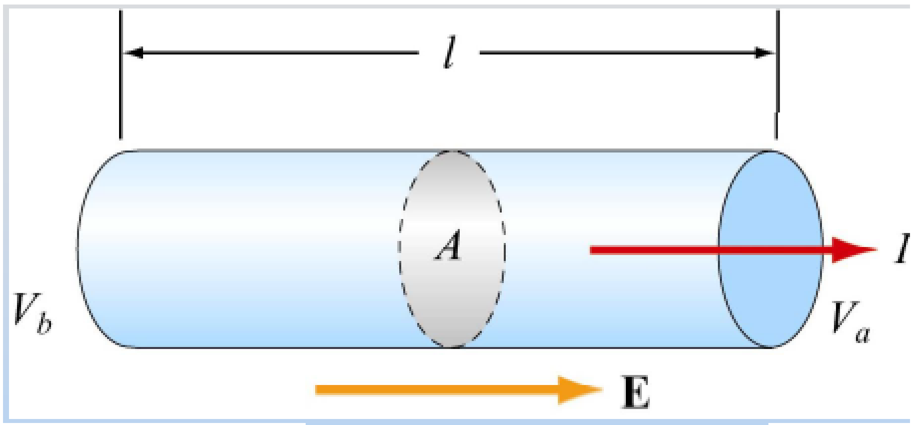
$$\Delta V = \frac{l}{\sigma} J = \left(\frac{l}{\sigma A}\right) I = RI$$

$$R = \frac{\Delta V}{I} = \frac{l}{\sigma A}$$

$$\boxed{\Delta V = IR}$$

Ley de Ohm

Ley de Ohm



$$\boxed{\Delta V = IR}$$

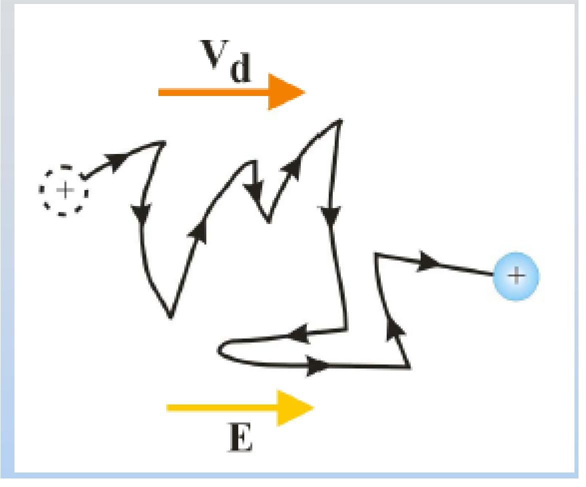
$$\boxed{R = \frac{\rho l}{A}}$$

$$\rho = \frac{1}{\sigma};$$

ρ: **resistividad**

Unidades de R: Ohms (Ω) = Volt / Ampere

Conductividad y resistividad



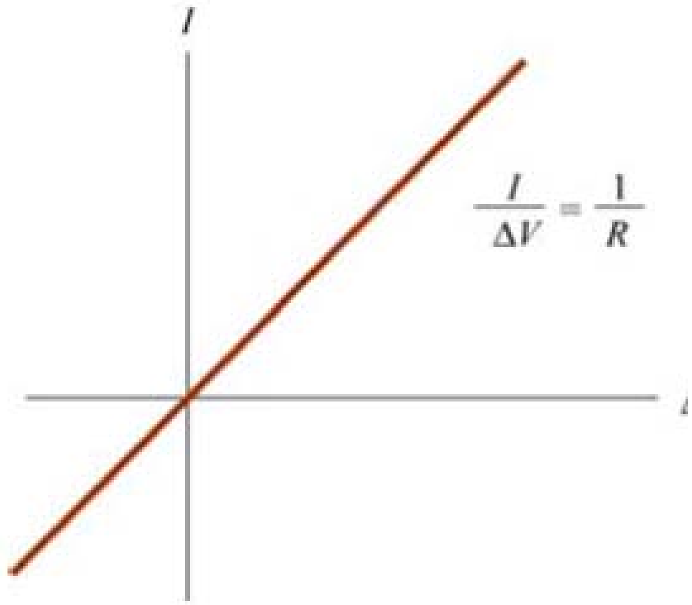
La habilidad de la carga para fluir depende de la densidad de carga y del número de choque con los iones fijos.

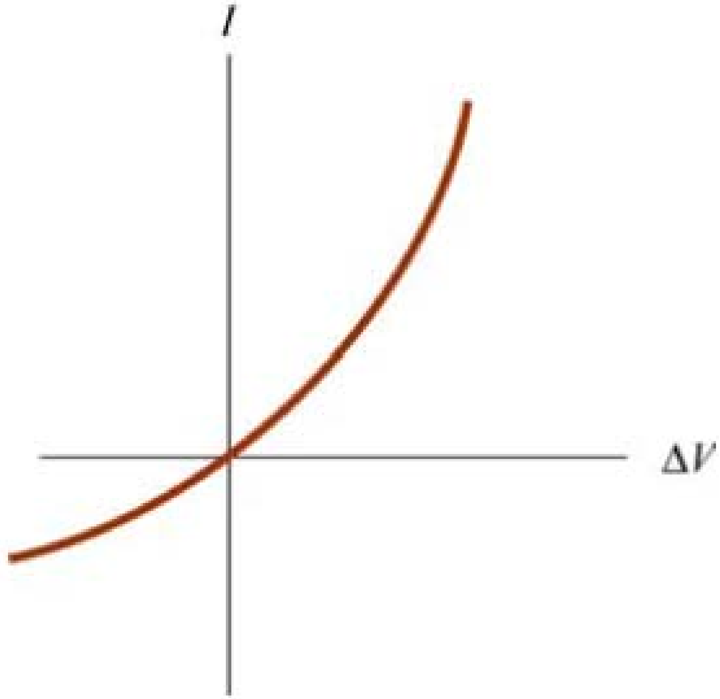
Dos magnitudes que caracterizan esto son:

σ: resistividad

ρ: conductividad

Ambas magnitudes dependen de propiedades microscópicas del material.



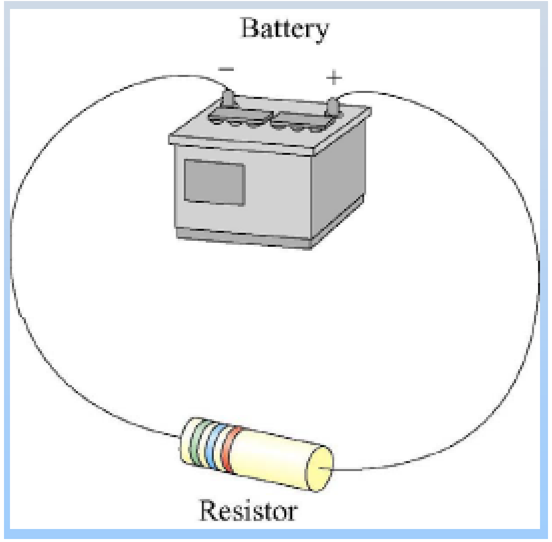


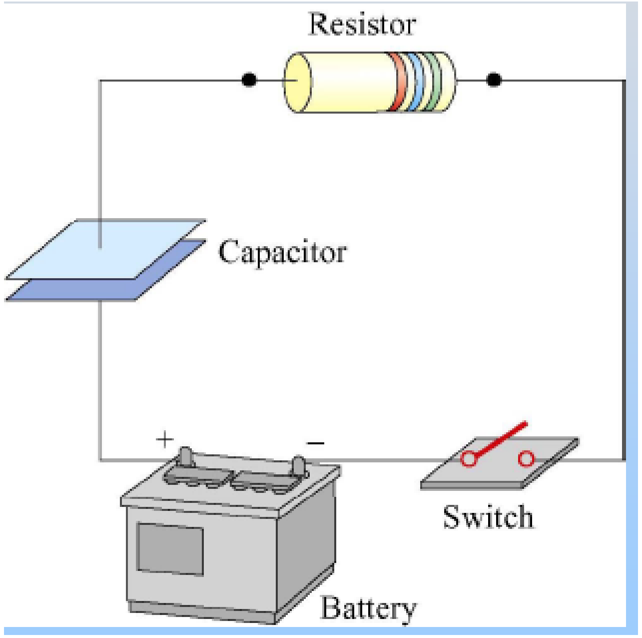
Materiales Ohmicos

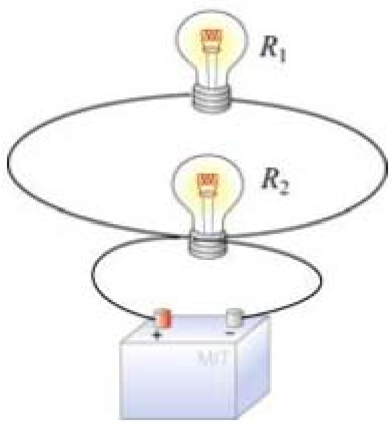
Materiales No Ohmicos

Circuitos eléctricos

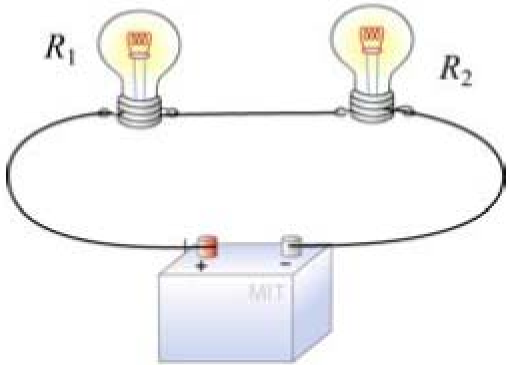
Ejemplos de circuitos eléctricos





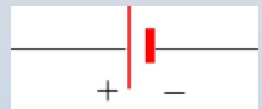
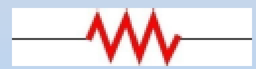
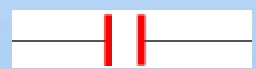


CONEXIÓN PARALELO



CONEXIÓN SERIE

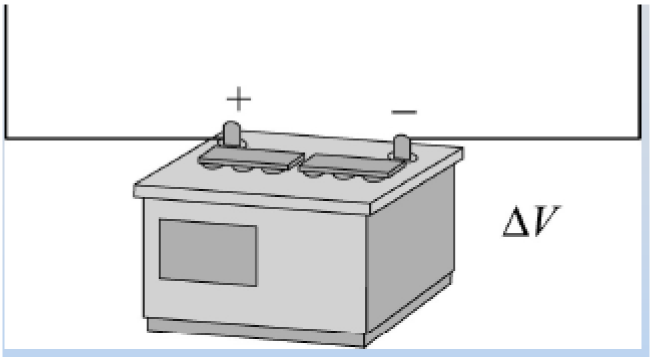
Símbolos de los elementos de un circuito

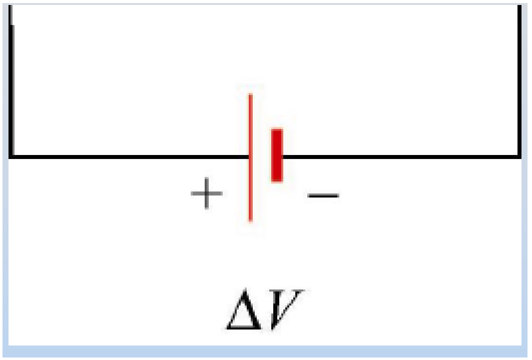
Fuente de tensión	
RESISTOR	
CAPACITOR	
INTERRUPTOR	

Fuente de tensión provee la energía electromotriz

$$\varepsilon \equiv \frac{dW}{dq}$$

ε : fuerza electromotriz





Fuente de tensión mantiene una diferencia de potencial constante entre los terminales. Provee la energía electromotriz

$$\varepsilon \equiv \frac{dW}{dq}$$

ε : fuerza electromotriz

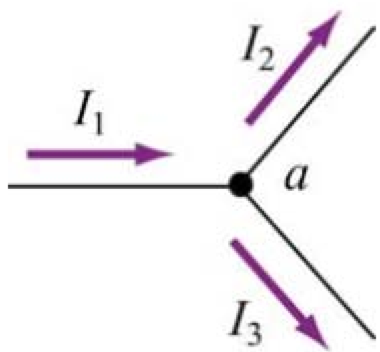
ε es el trabajo por unidad de carga que se debe hacer para trasladar una carga en la dirección de alto potencial.

Leyes de Kirchhoff

1. Si en un punto (nodo) convergen varias corrientes, la suma de las corrientes que llegan al nodo será igual a la suma de corrientes que salen del nodo.

$$\sum I_{entran} = \sum I_{salen}$$

Por ejemplo:



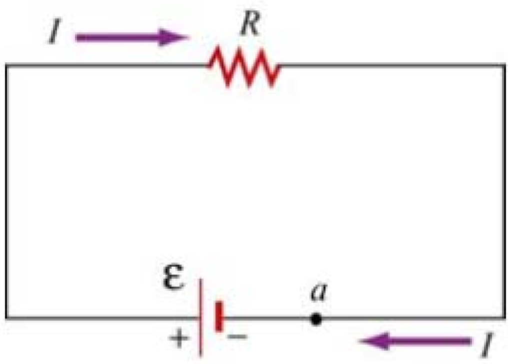
$$I_1 = I_2 + I_3$$

El fundamento es la conservación de la carga eléctrica.

2. La suma de las caídas de potencial ΔV sobre los elementos de un circuito a lo largo de un circuito cerrado es cero.

$$\sum \Delta V = 0$$

Por ejemplo:



$$\varepsilon - IR = 0$$

Fundamento: la fuerza eléctrica es conservativa y el trabajo en en un camino cerrado es cero:

$$W = -q \oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = 0$$

POTENCIA

Potencia entregada por la batería: $$\boxed{P = I^2 R = \frac{(\Delta V)^2}{R}}$$

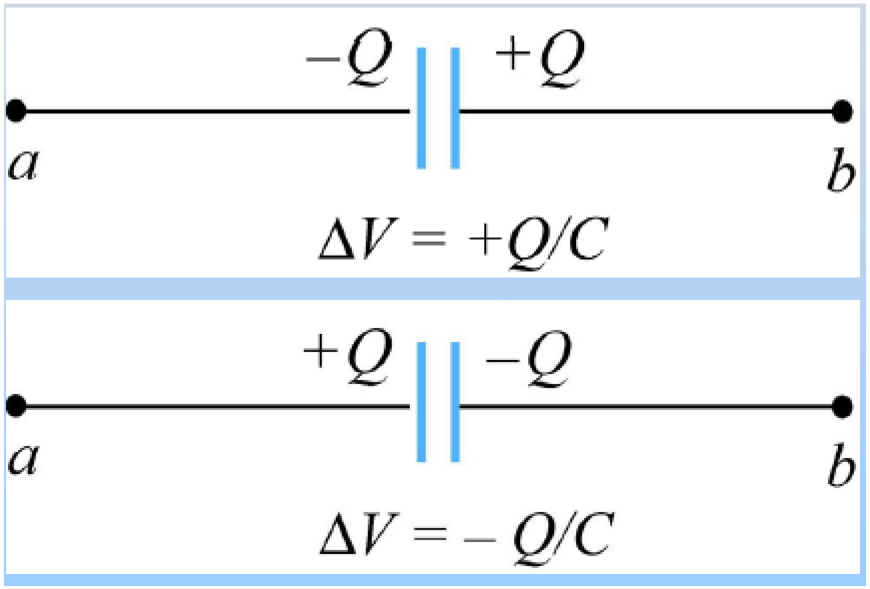
Potencia liberada en resistor: $$P = I\Delta V = I^2 R = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

RESISTENCIA EQUIVALENTE

Resistencias en serie: $$R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots = \sum_{i=1}^{N} R_i$$

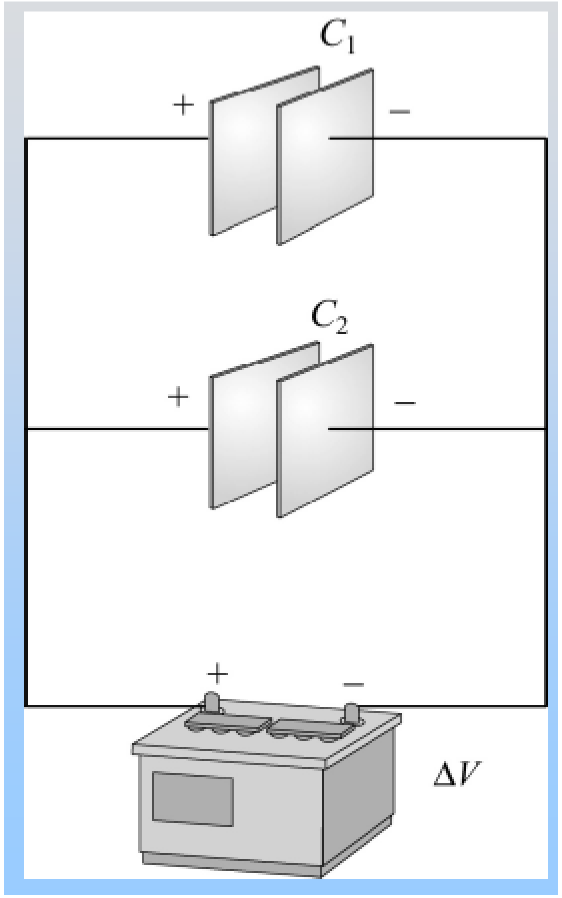
Resistencias en paralelo: $$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

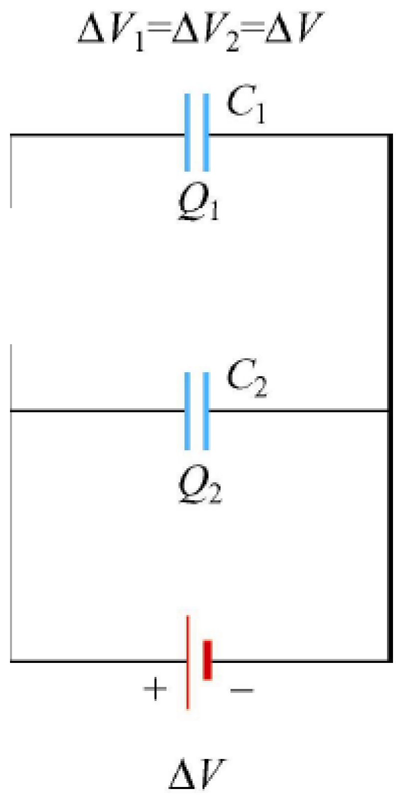
CIRCUITOS CON CAPACITORES



$$\Delta V = V_b - V_a$$

Capacitores en paralelo





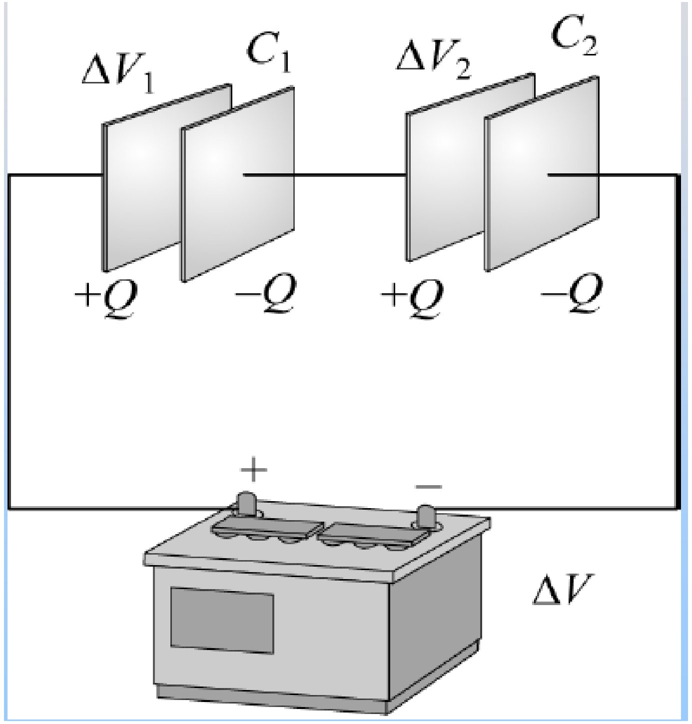
Mismo potencial

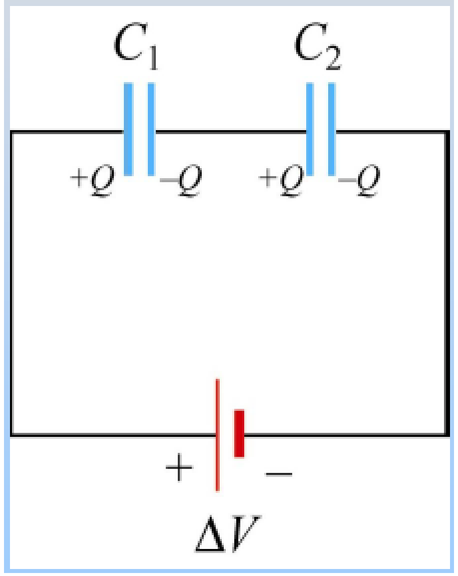
$$C_1 = \frac{Q_1}{\Delta V}, \quad C_2 = \frac{Q_2}{\Delta V}$$

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 = C_1 \Delta V + C_2 \Delta V \\ &= \left(C_1 + C_2\right)\Delta V \end{aligned}$$

$$\boxed{C_{eq} = \frac{Q}{\Delta V} = C_1 + C_2}$$

Capacitores en serie





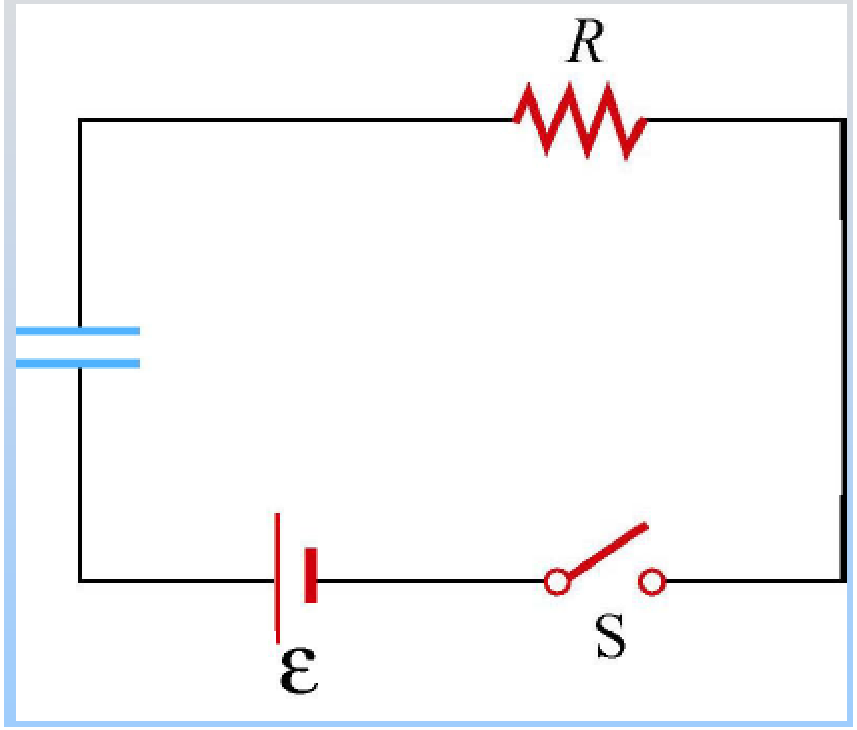
$$\Delta V_1 = \frac{Q}{C_1}, \quad \Delta V_2 = \frac{Q}{C_2}$$

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

$$\Delta V = \frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

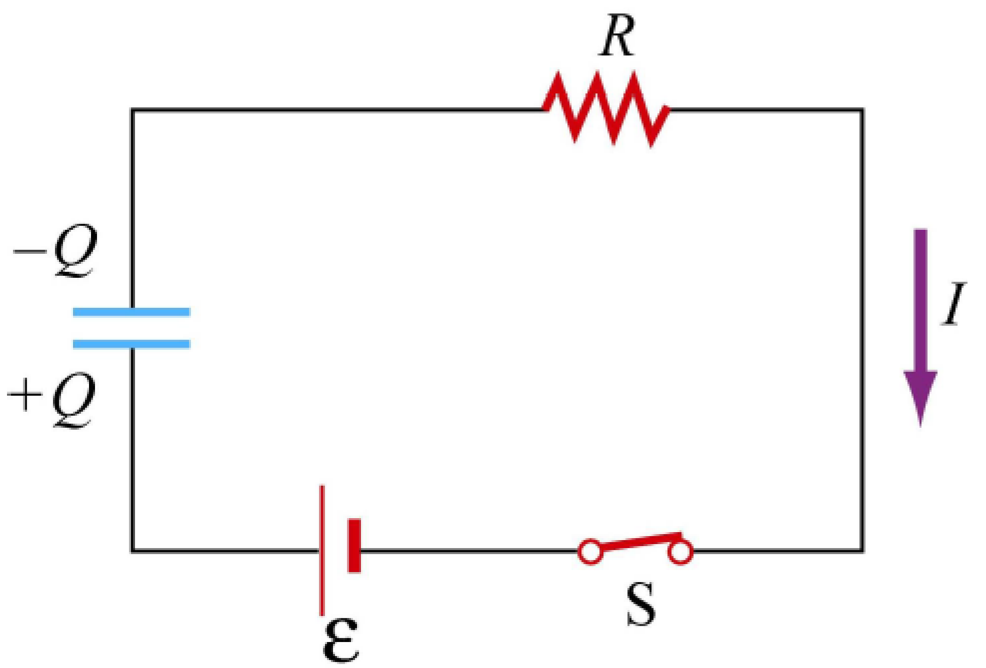
$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

Circuitos RC



¿Qué pasa cuando se cierra la llave?

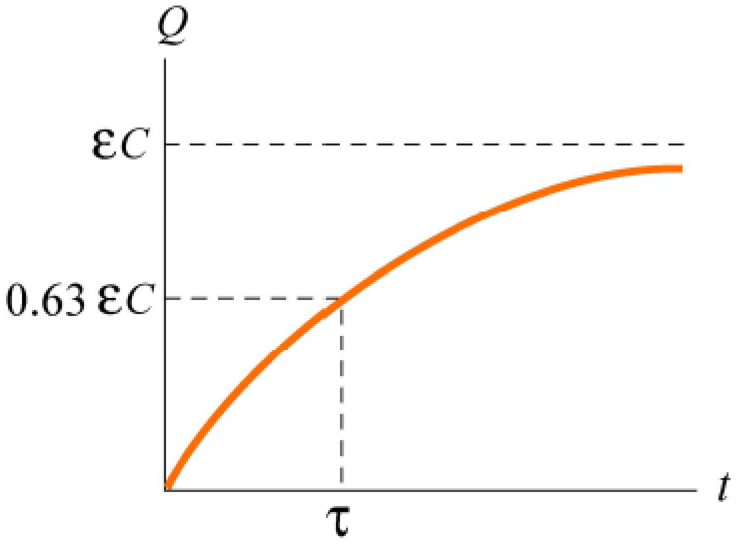
El capacitor empieza a cargarse.



$$\sum_i \Delta V_i = \varepsilon - \frac{Q}{C} - \frac{dQ}{dt} R = 0$$

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{RC}\left(Q - C\varepsilon\right)$$

$$Q(t) = C\boldsymbol{\mathcal{E}}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

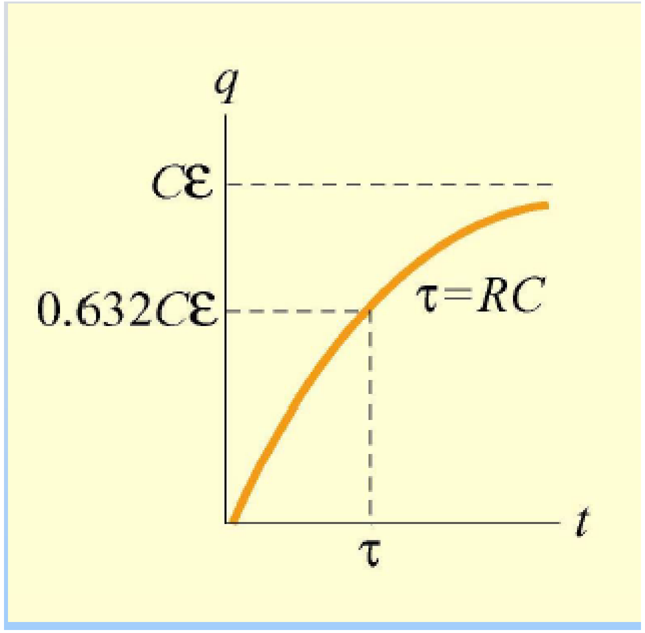


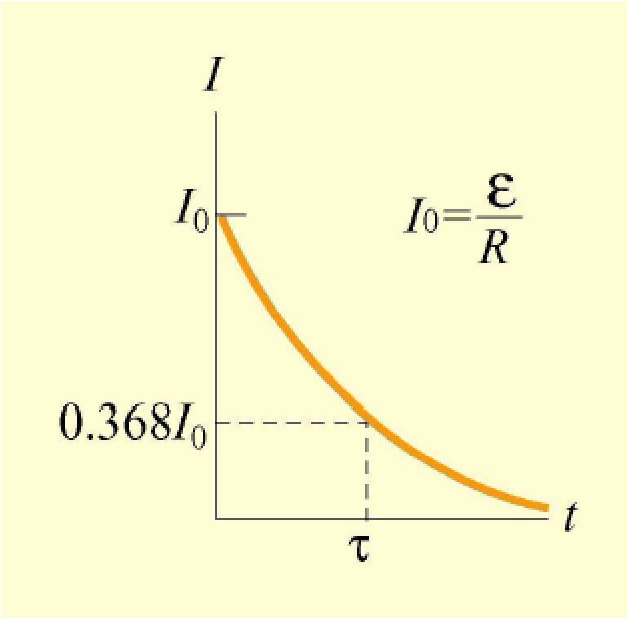
$$Q(t) = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$\tau = RC$

Constante de tiempo

Resolver ecuación diferencial para carga capacitor

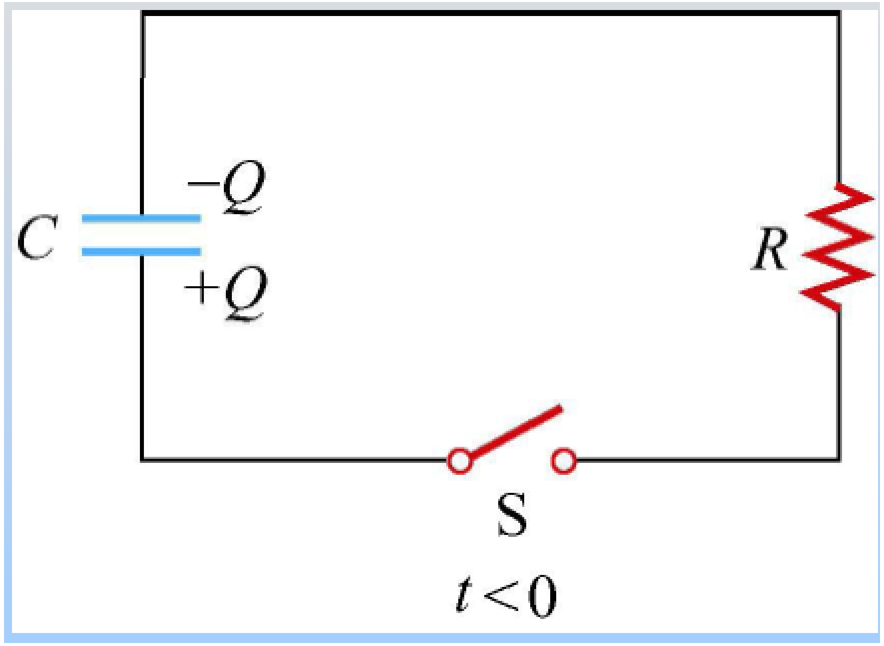




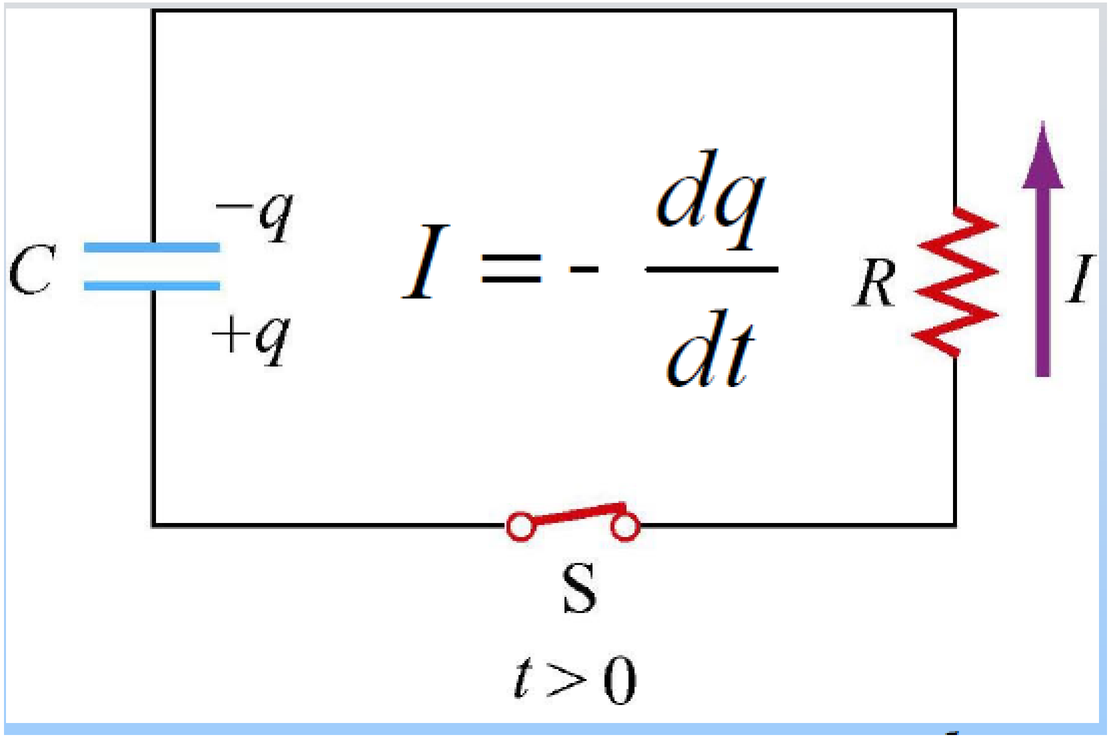
$$Q = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC}$$

Descarga del capacitor



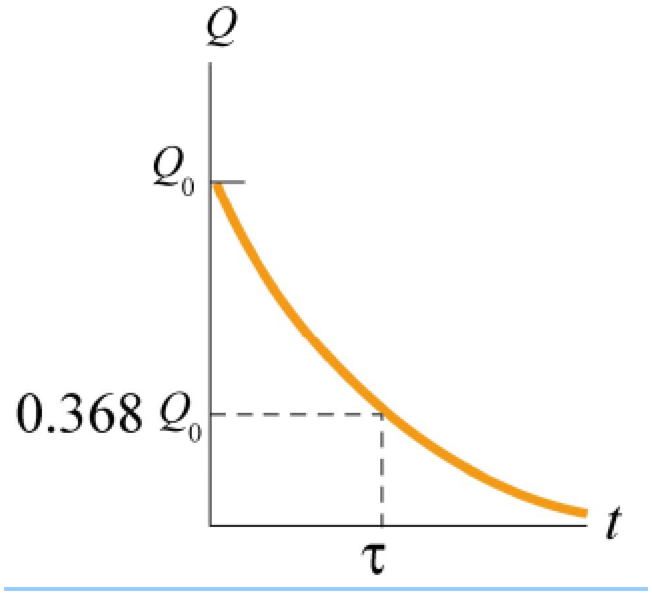
¿Qué pasa cuando se abre la llave?



$$\sum_i \Delta V_i = \frac{q}{C} - IR = 0 \qquad \sum_i \Delta V_i = \frac{q}{C} + \frac{dq}{dt} R = 0$$

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{RC}Q$$

$$Q(t) = Q_o e^{-t/\tau}$$



τ = RC
Constante de tiempo