

# LICENCIATURA EN FISICA MEDICA

## BIOFISICA

### CAPITULO 4

Propiedades Mecánicas  
del Cuerpo Humano.

# BIOFISICA

## CAPITULO 4

### Materiales que Componen el Cuerpo Humano

# CARGA (Stress) - DEFORMACION (Strain)

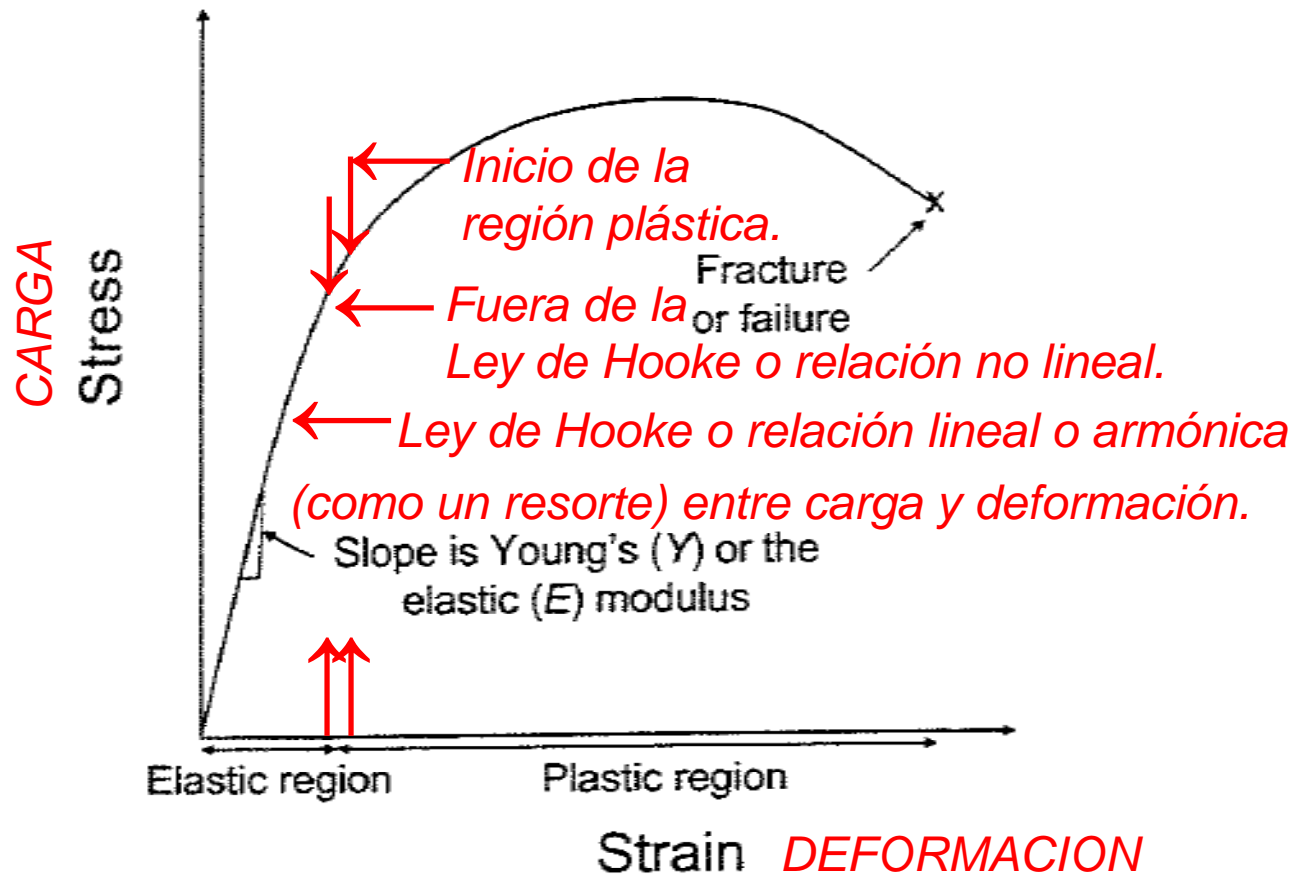
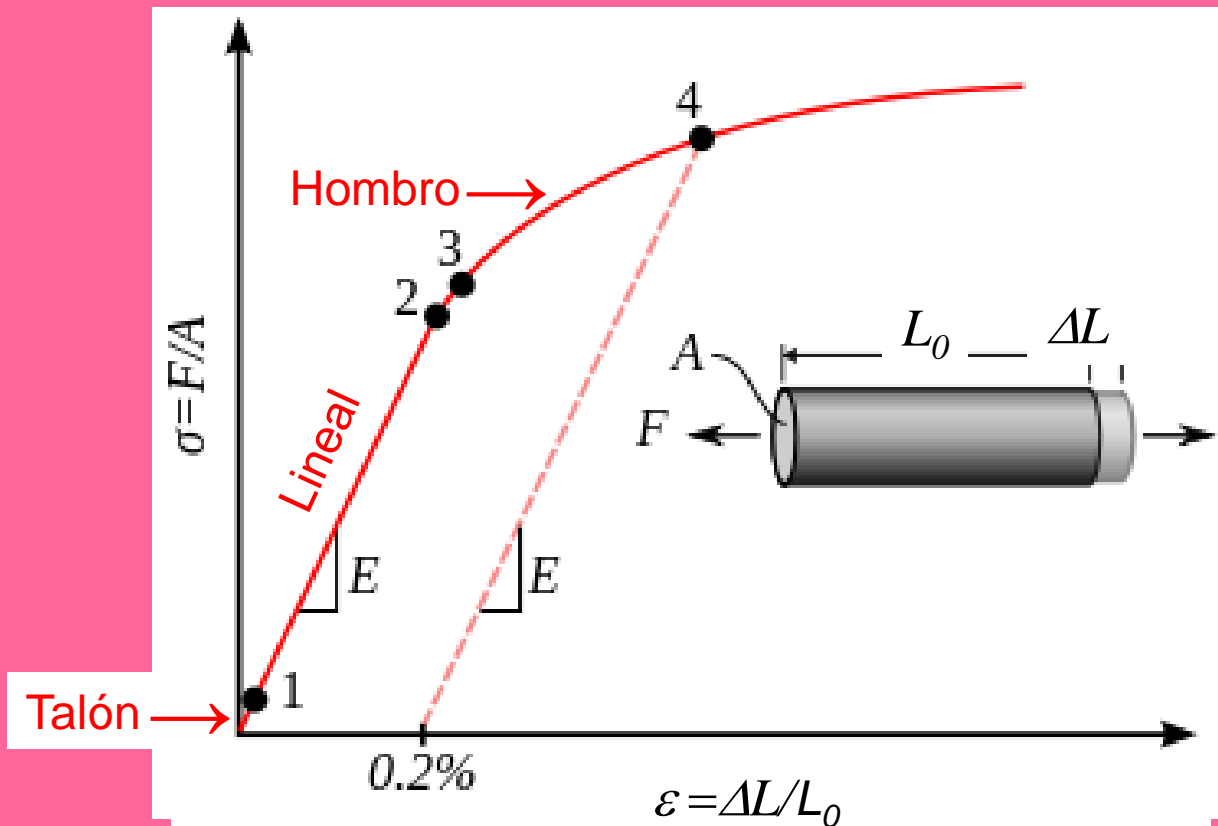


Fig. 4.1. General stress-strain relationship. For more detail, see Fig. 4.15

# CARGA ( $\sigma$ ) - DEFORMACION ( $\varepsilon$ ) EN INGENIERIA



1: Verdadero Límite Elástico Inferior debido al **Strength** o **resilience** de los materiales (Resiliencia o **Fortaleza**). 2: Límite de la Proporcionalidad debido al **Toughness** (**Tenacidad**) de los materiales. 3: Límite Elástico Superior. 4: Final del Límite Elástico e Inicio del Régimen Plástico, usualmente definido en  $\varepsilon = 0,2\%$ , debido a la **Ductility** (**Dúctil** o, por extensión, **Maleable**) que adquiere el material. (Ver Pantalla 45).

Referencia: G. Dieter, *Mechanical Metallurgy*, McGraw-Hill, 1986

# ESTRUCTURA DE LOS COMPONENTES MUSCULOESQUELETALES

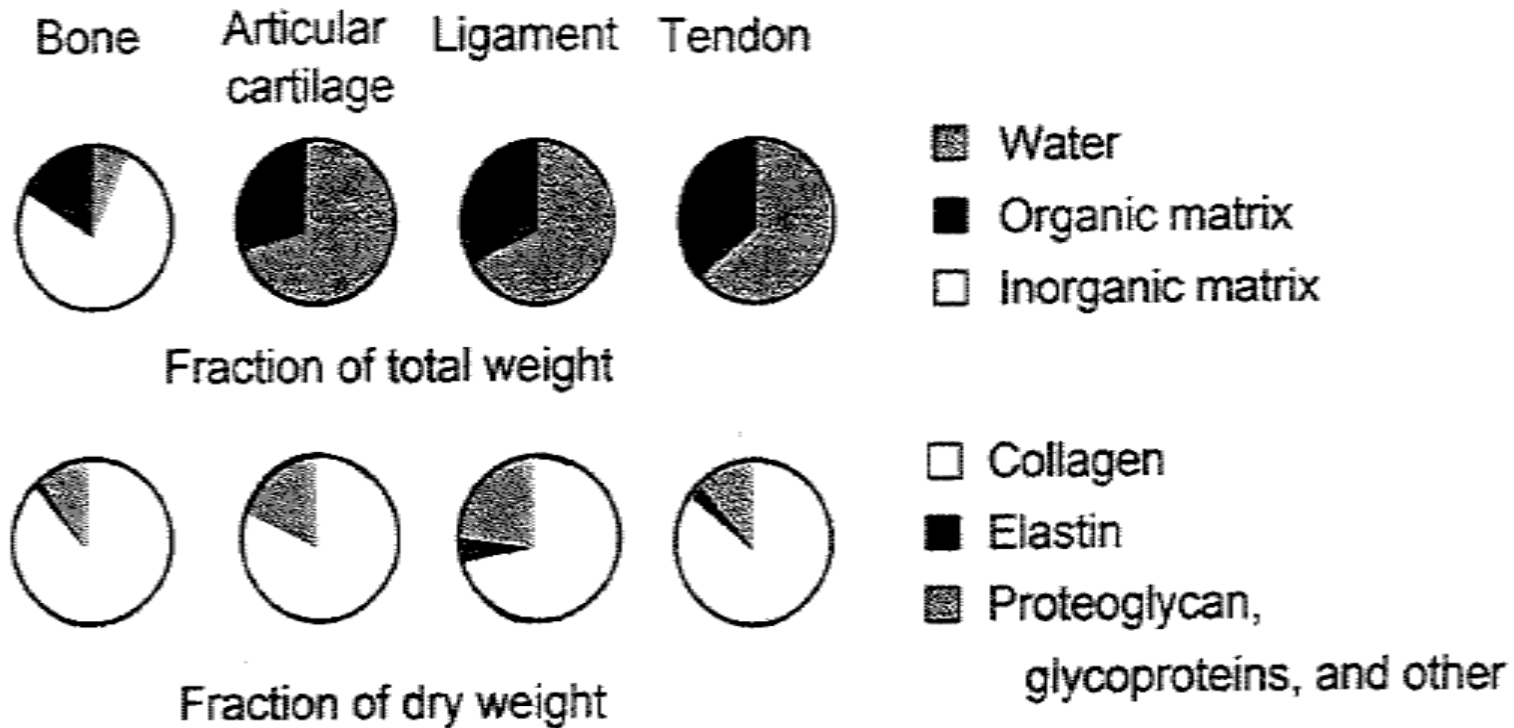
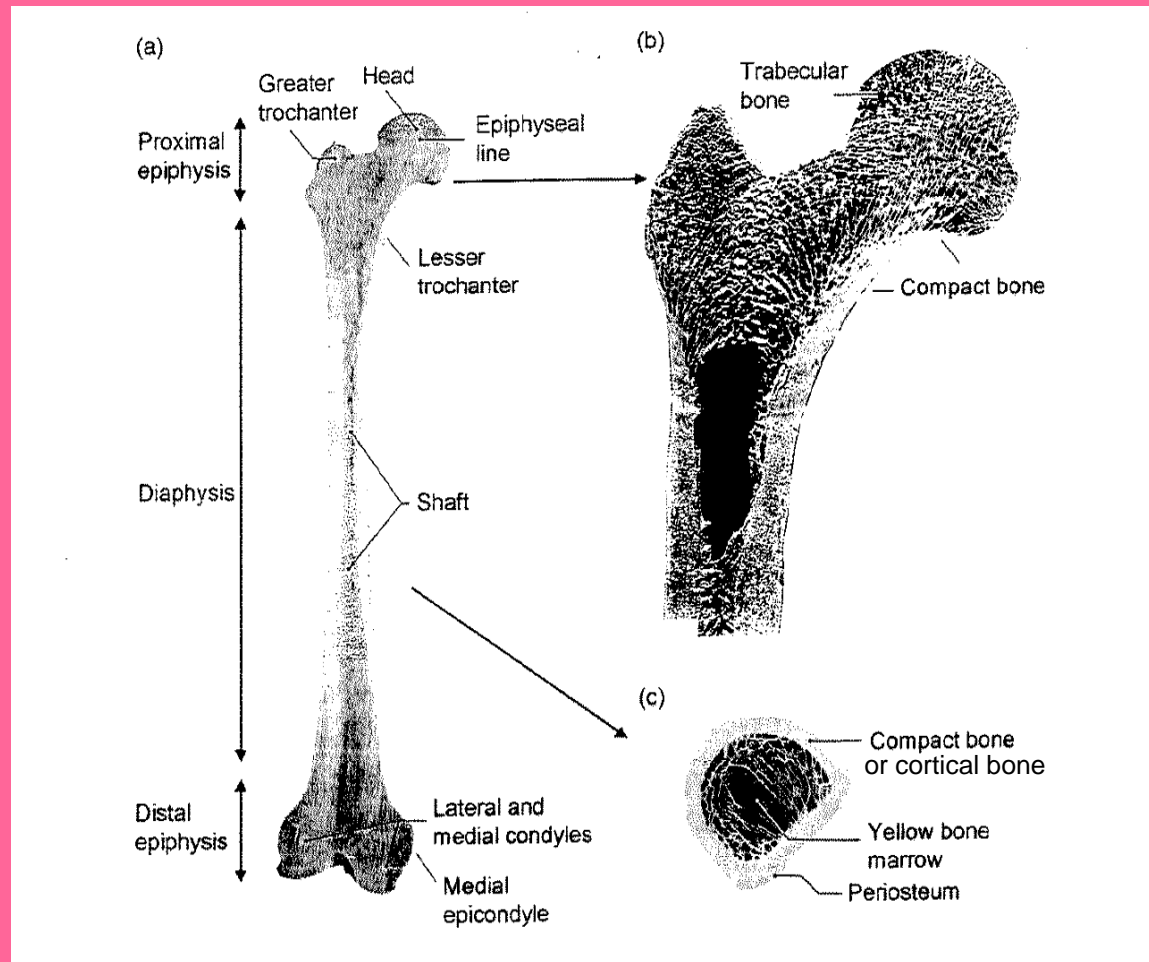


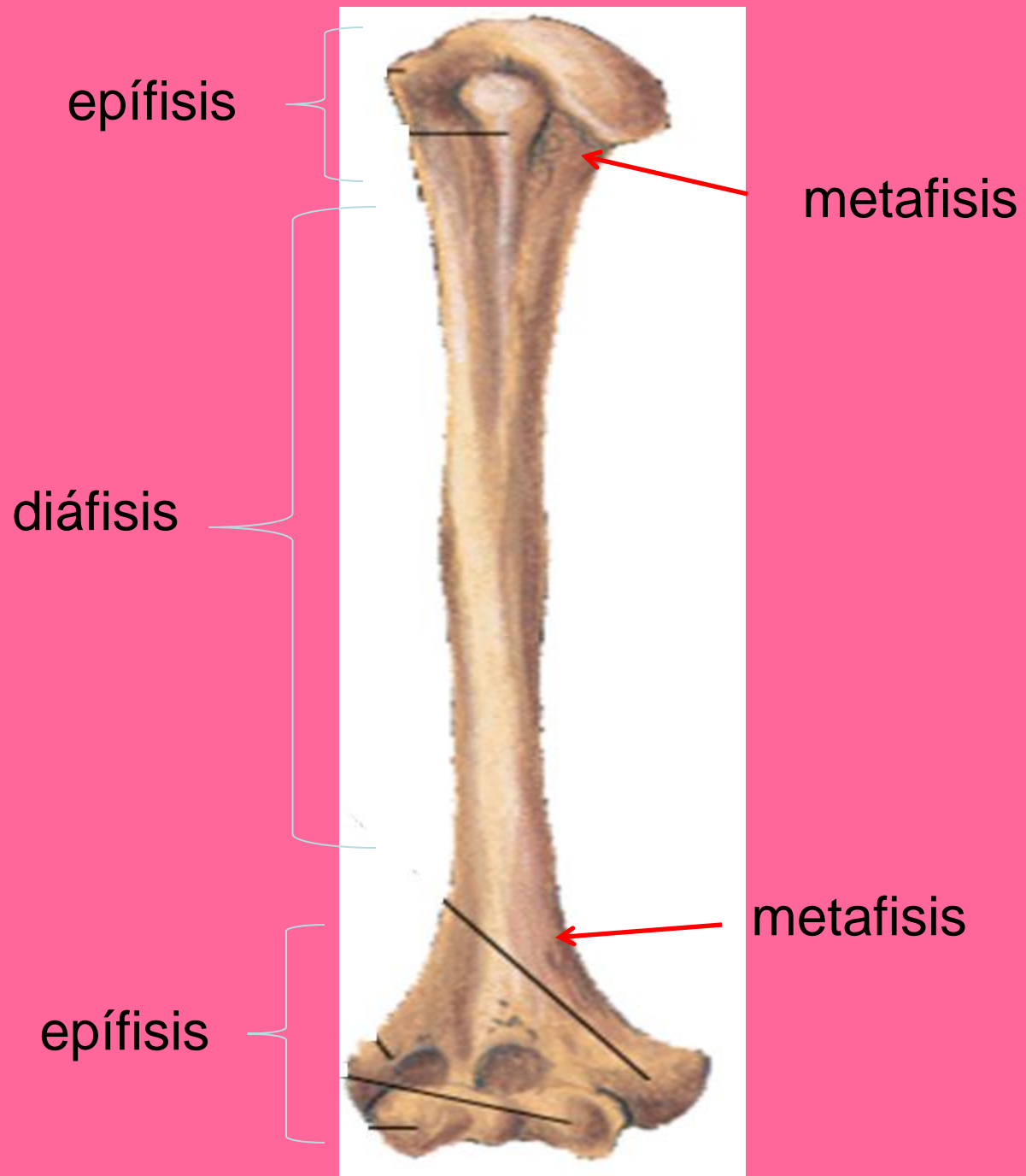
Fig. 4.2. Typical composition of several human musculoskeletal structural components by fractional total and dry weight. (Based on [180])

Propiedades de los materiales:  
 Intensivas: No se suman (Densidad)  
 Extensivas: Se suman (Volumen, masa)

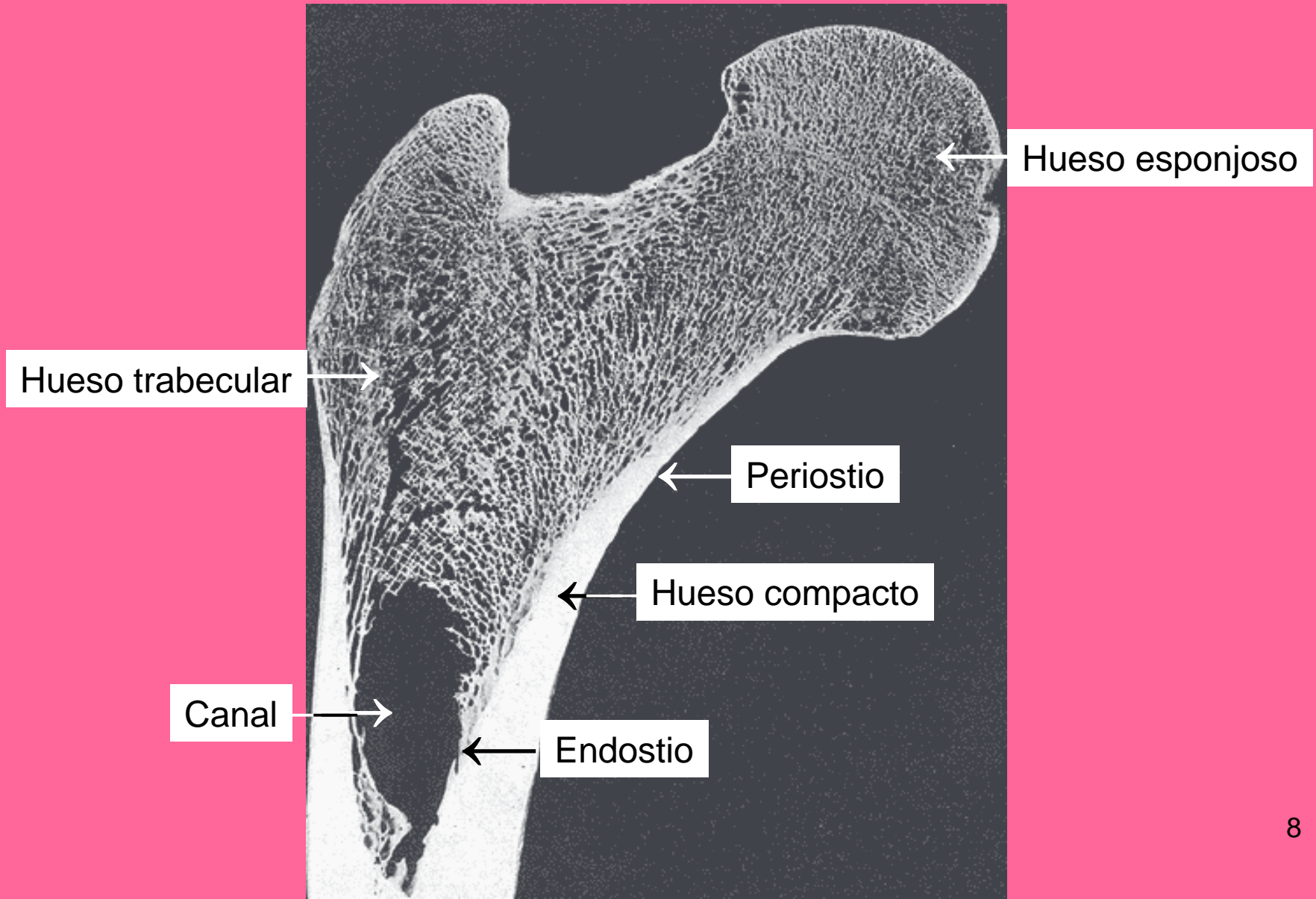
# ESTRUCTURA DE HUESOS LARGOS



**Fig. 4.3.** Structure of a long bone, as exemplified by the femur, with a (a) schematic of the frontal section, (b) photo of the proximal epiphysis, and (c) schematic of the cross-section of the diaphysis. (b) is a photograph of a coronal section of the upper end of the femur of a 31-year-old male. The cut passes through the head, neck, greater trochanter, and part of the shaft, and is off-center between the middle and posterior thirds. The uniform sections are compact bone, while the meshed regions are trabecular bone. (From [233] (for (a), (c)) and [234] (for (b)))

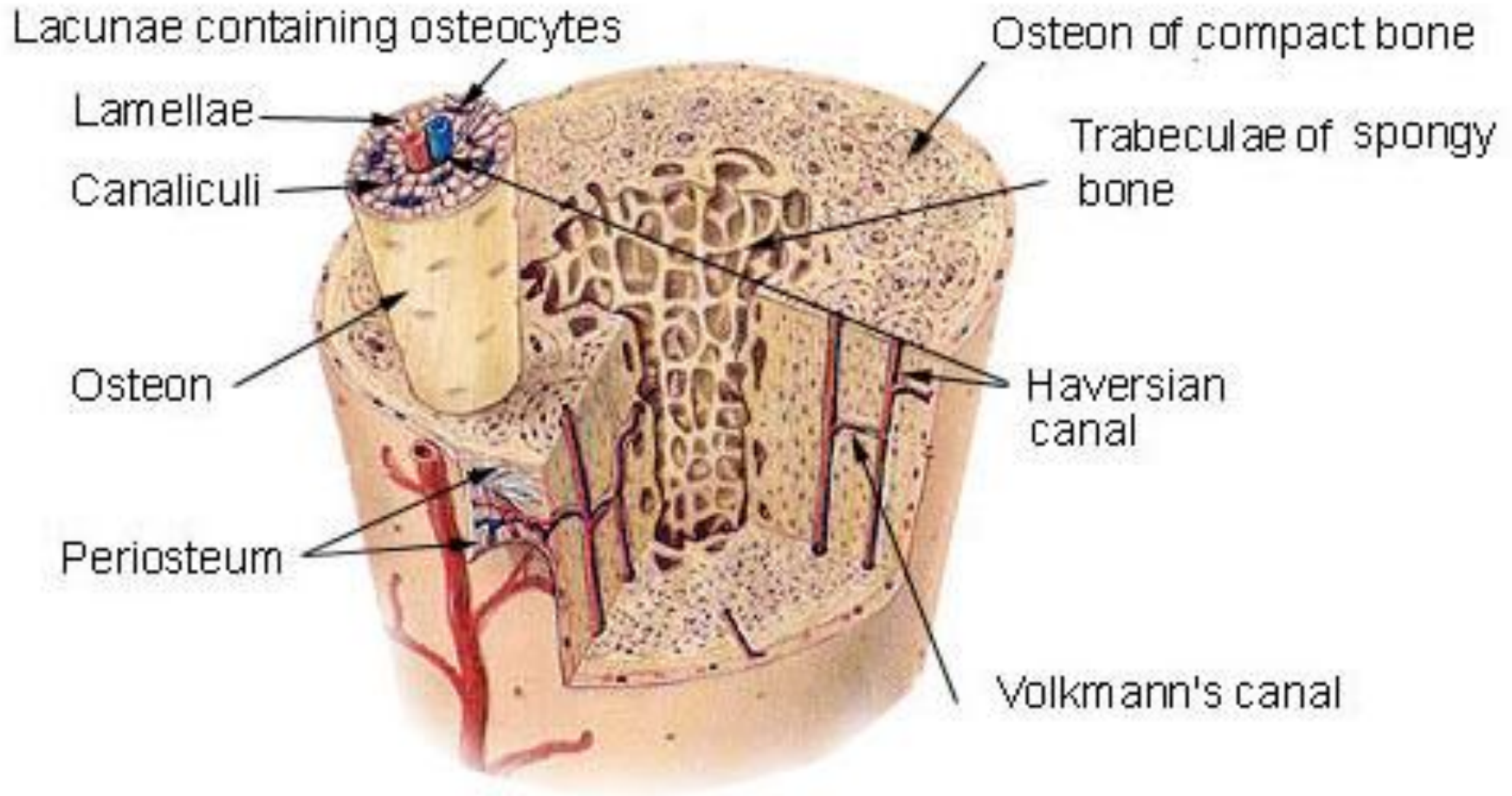


# DETALLE DE LA ESTRUCTURA LOS HUESOS LARGOS I

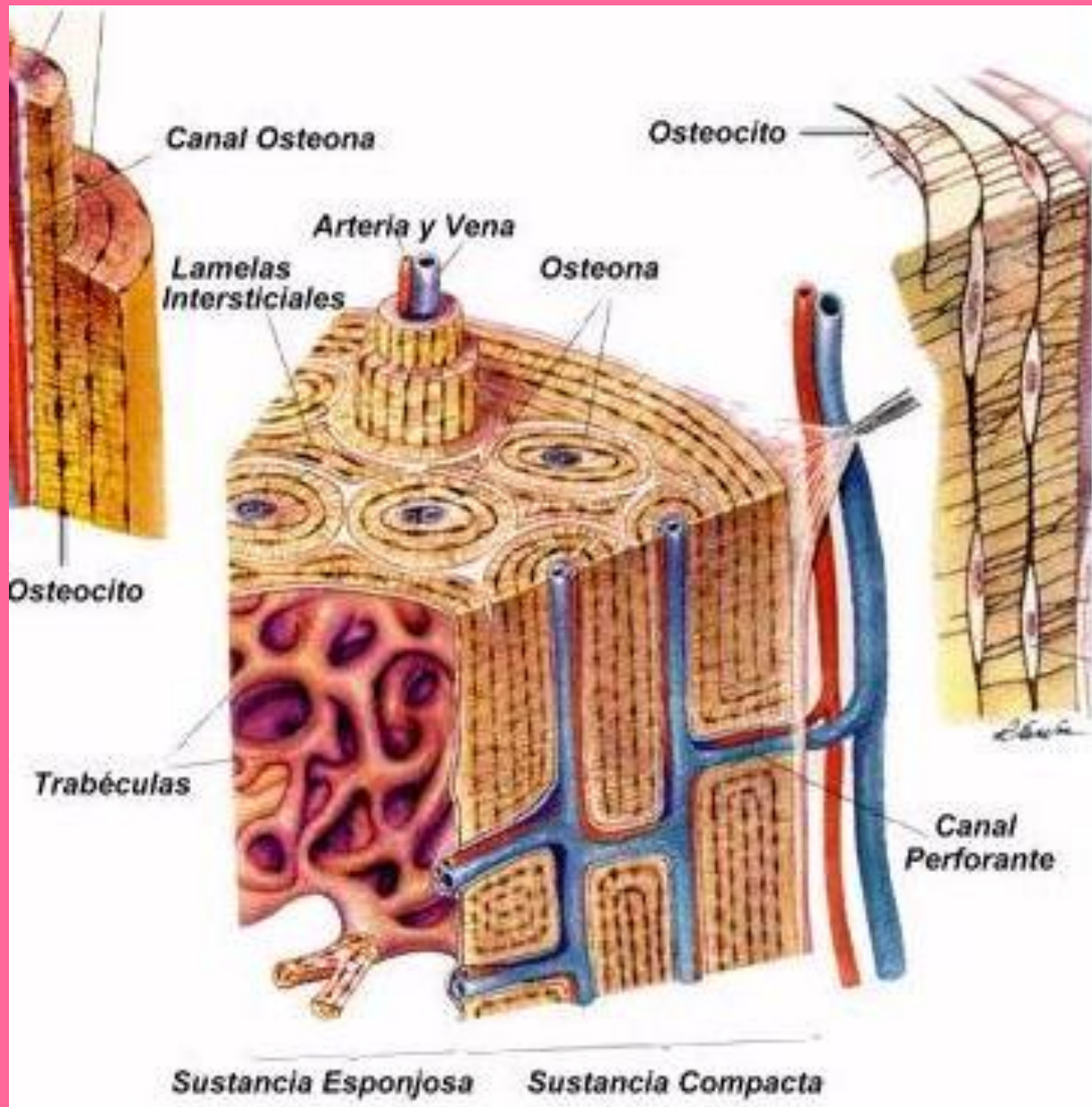




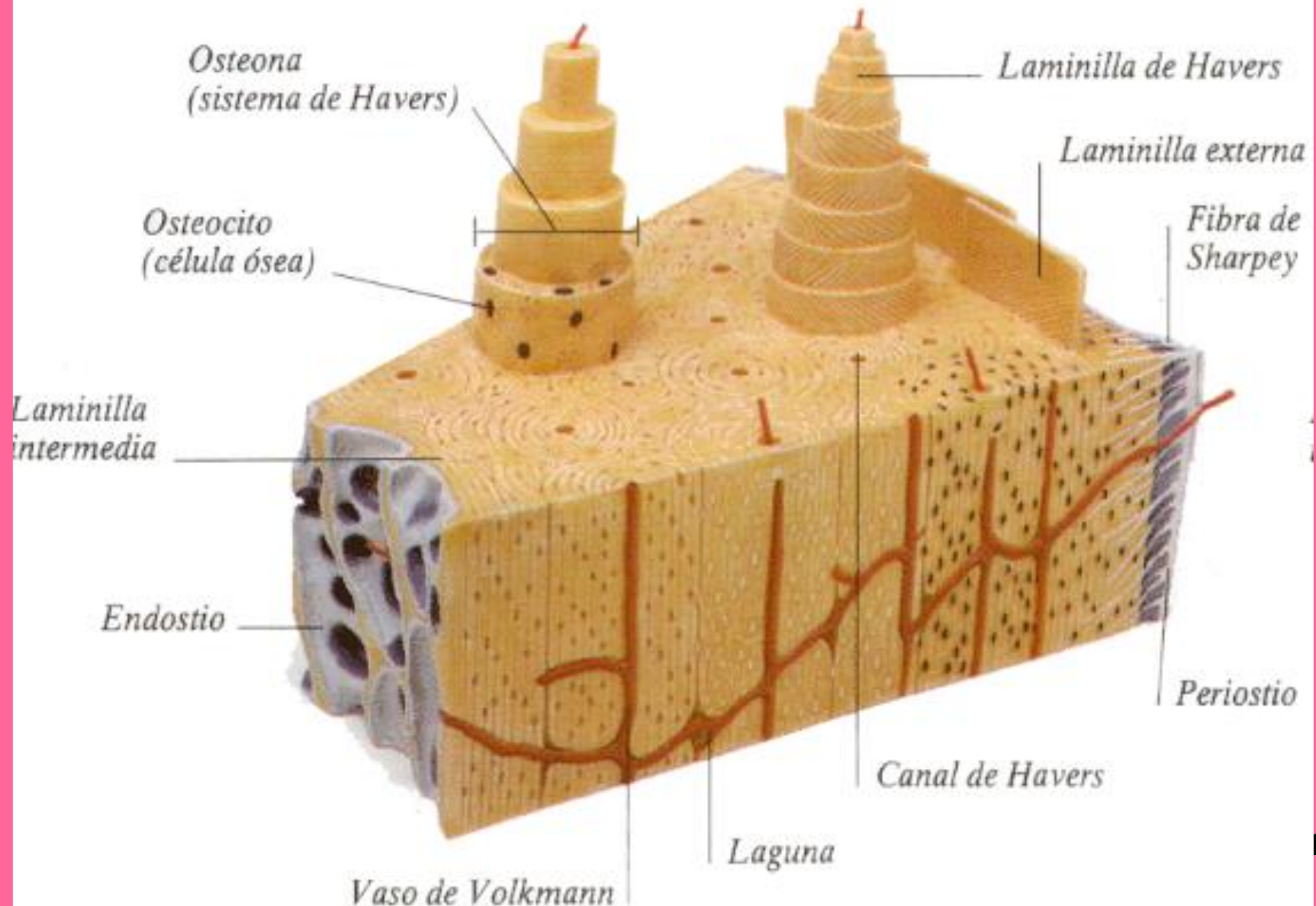
# ESTRUCTURA MICROSCOPICA I



# ESTRUCTURA MICROSCOPICA II

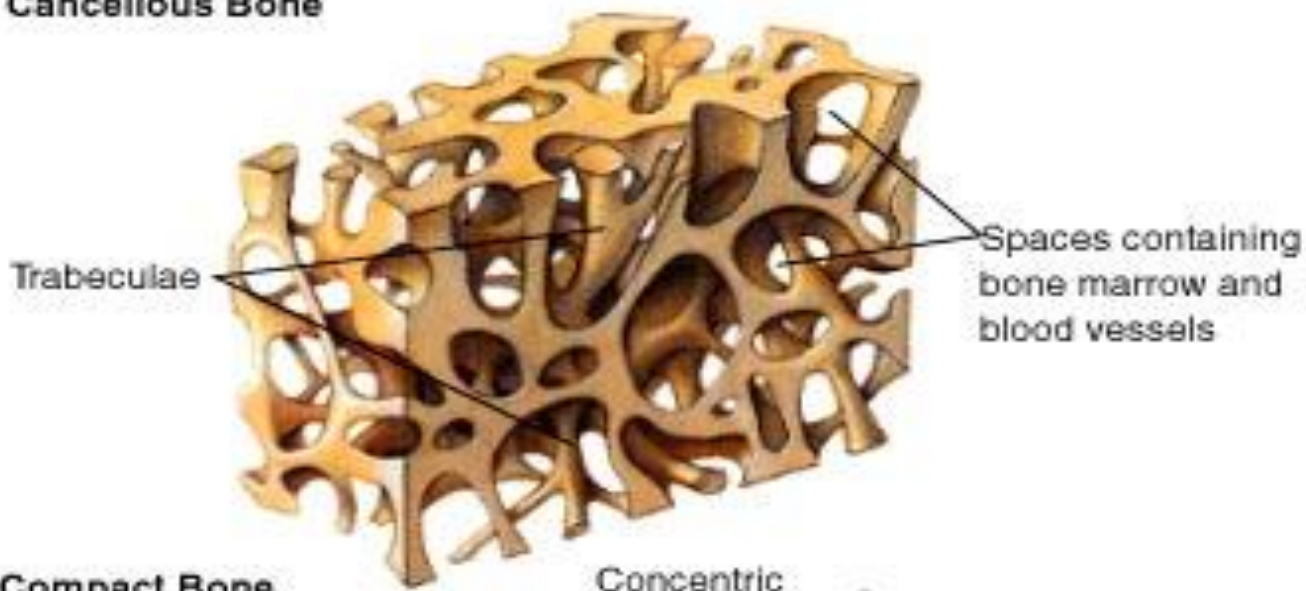


# ESTRUCTURA MICROSCOPICA III

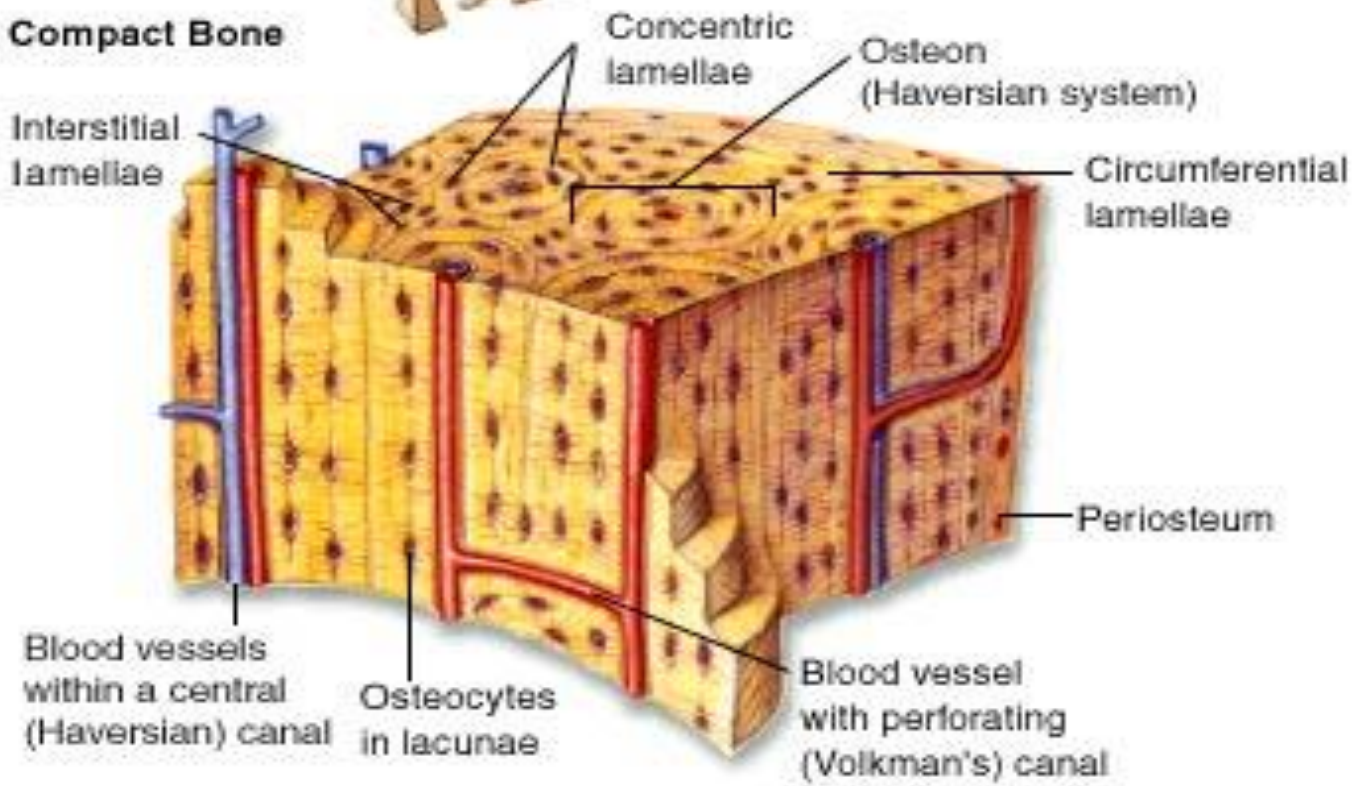




### Cancellous Bone



### Compact Bone



# Deposito del calcio en los huesos:



# ESTRUCTURA DE UN TENDON I

## Ordenamiento Jerárquico

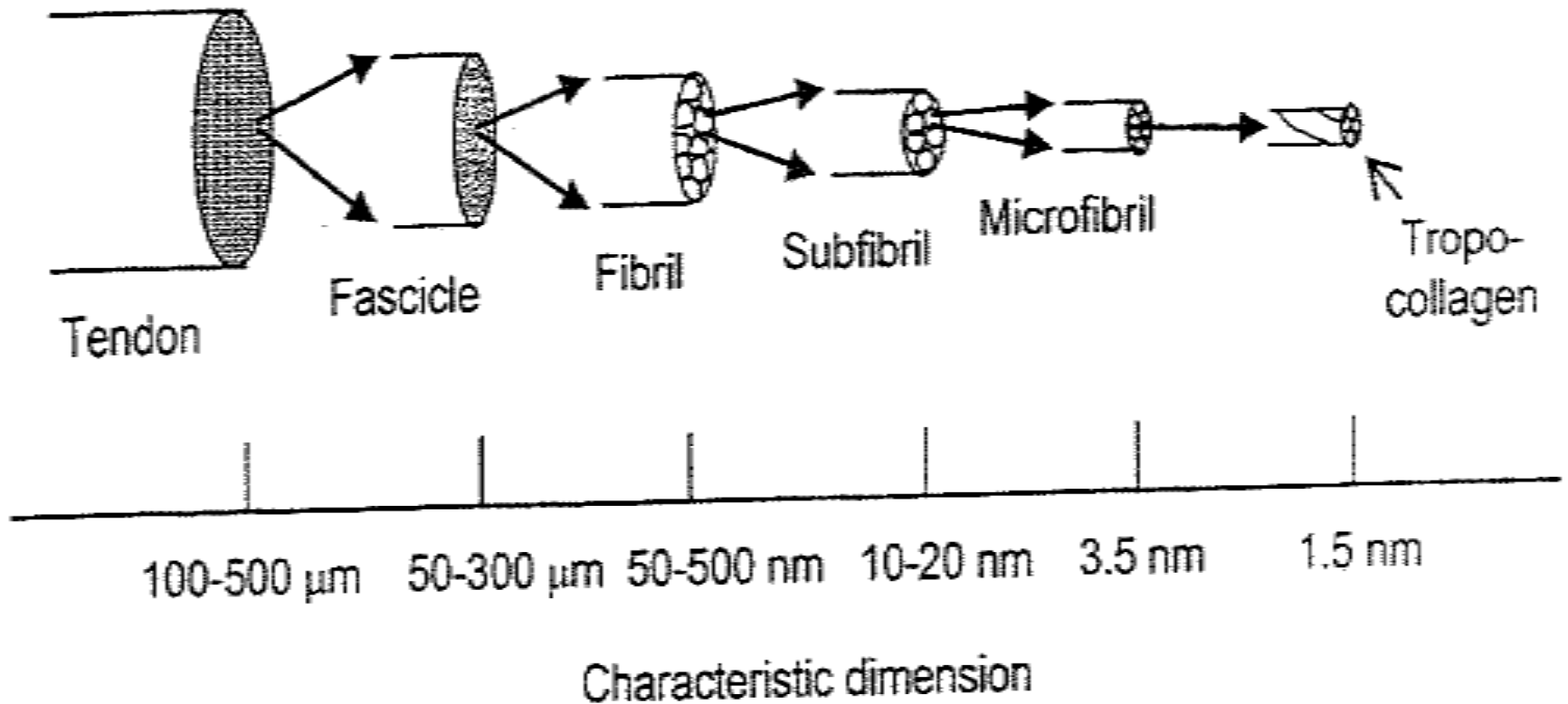
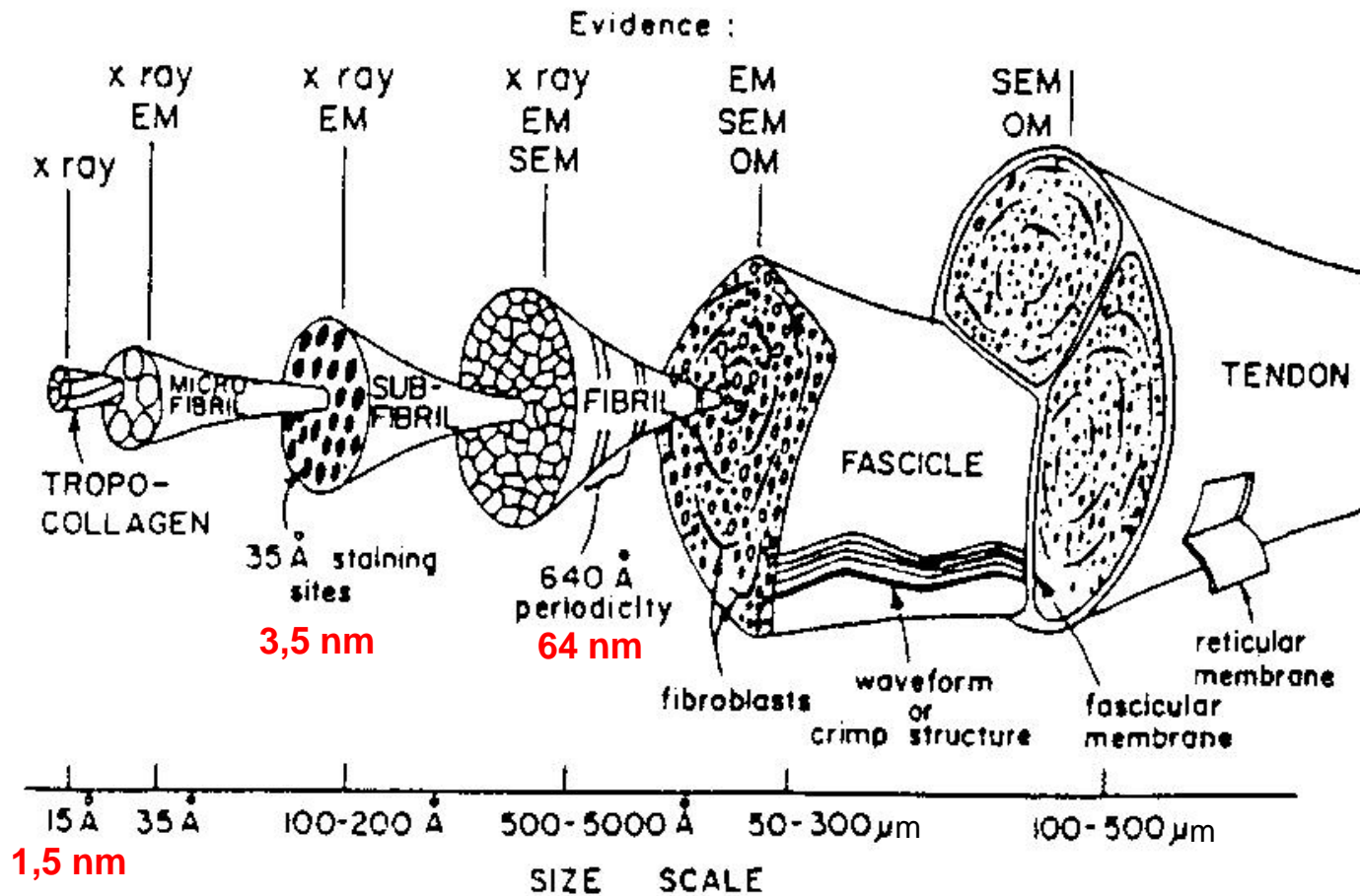


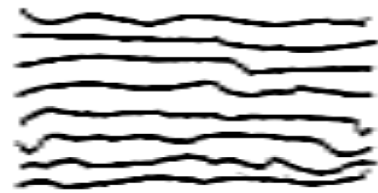
Fig. 4.5. Hierarchical structure of tendons. (Based on [180, 205])

# ESTRUCTURA DE UN TENDON II

## Técnicas de Observación



# COLAGENO NATURAL EN TENDONES Y LIGAMENTOS



(a) Tendon

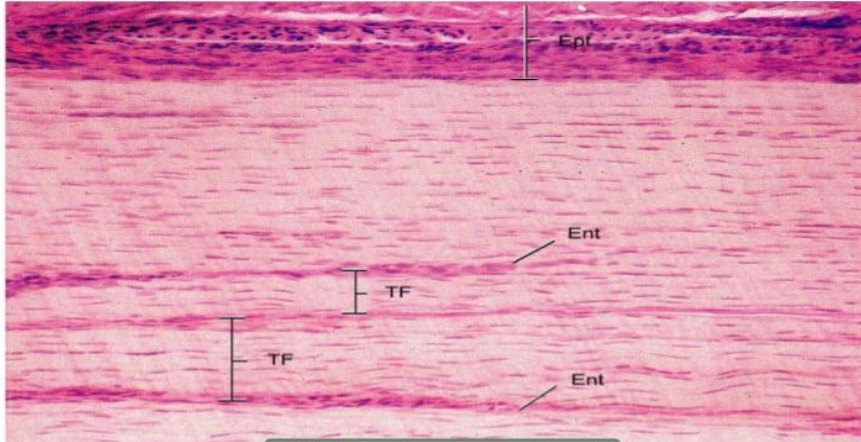


(b) Ligament

Fig. 4.6. Collagen fibers are (a) parallel in a tendon and (b) nearly parallel in a ligament. (Based on [222])

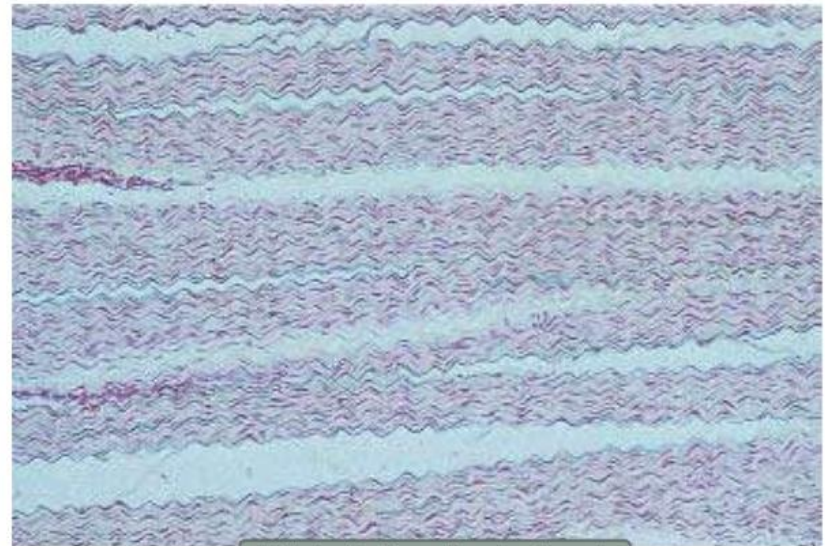


## TENDON

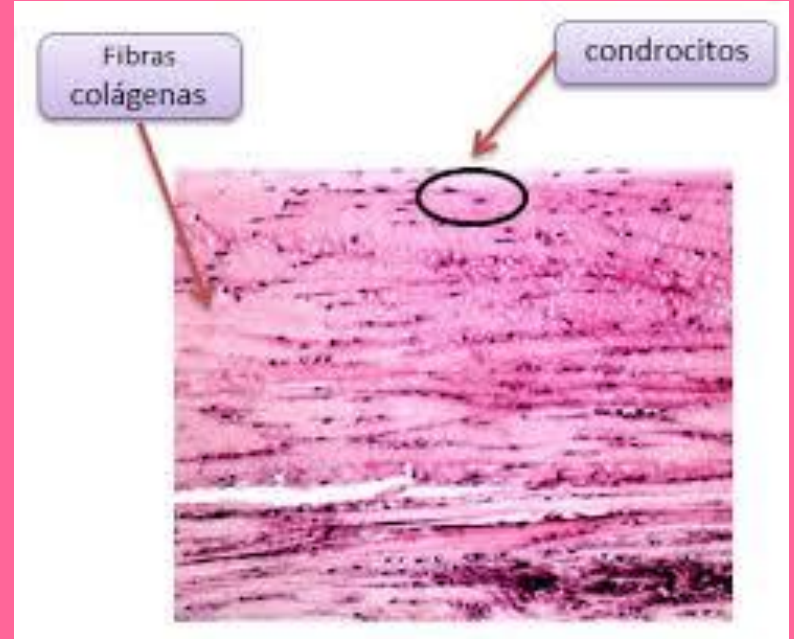


Histología, Ross & cols., 3ra ed.

## LIGAMENTO



Histología, Ross & cols., 3ra ed.



# ESTRUCTURA DEL CARTILAGO ARTICULAR

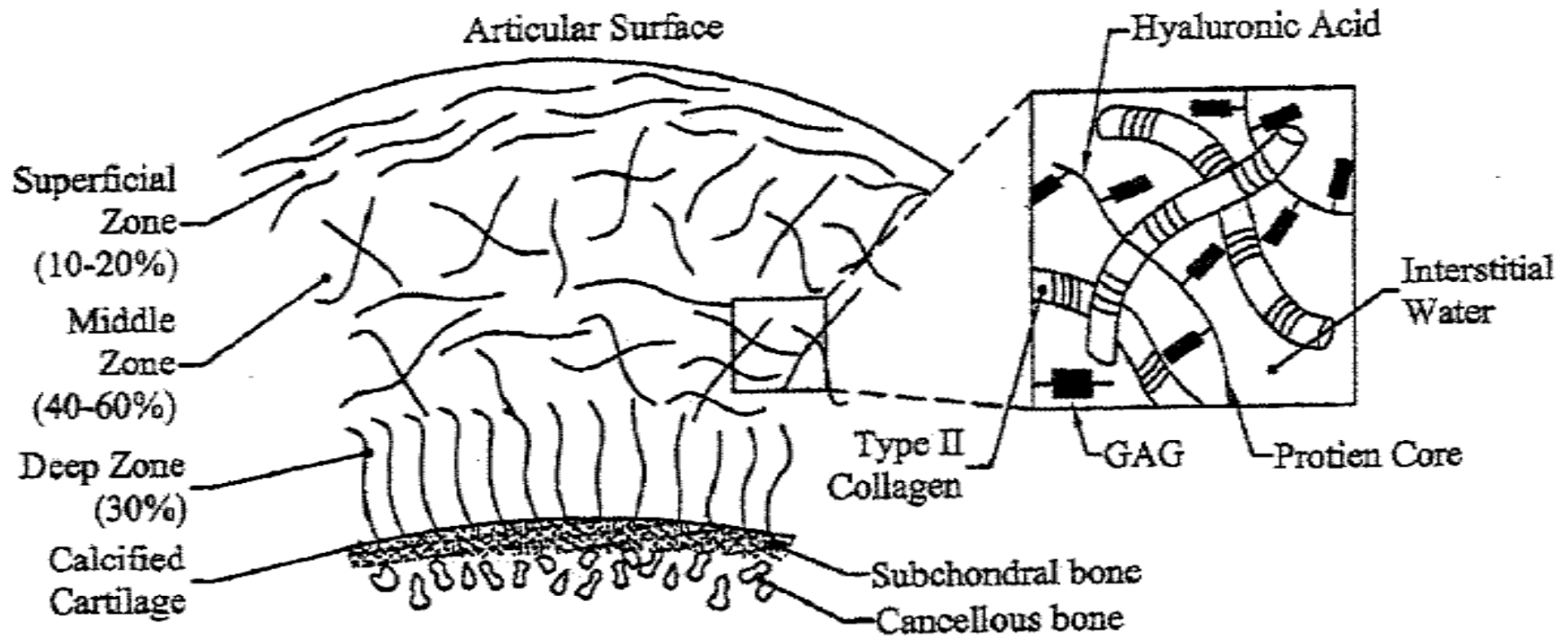


Fig. 4.7. Structure of articular cartilage, showing its inhomogeneity and solid-fluid constitution. The inset shows the local molecular organization of cartilage. (From [203])

# ESTRUCTURA DEL COLAGENO I

El colágeno está compuesto por **tres cadenas** que forman **una triple hélice**. Cada cadena tiene unos 1400 aminoácidos de los cuales uno de cada tres es una glicina. A intervalos regulares se encuentran otros aminoácidos, la prolina y la hidroxiprolina, poco frecuentes en otras proteínas. La presencia de estos aminoácidos particulares permite que las tres cadenas se enrollen una alrededor de la otra formando una fibra muy resistente. Además, entre las cadenas se establecen puentes de hidrógeno que confieren al colágeno una gran estabilidad



# FUNCIONES DEL COLAGENO

Su principal función es brindarle al organismo el almacén o matriz de sustentación en la que toman forma los órganos y tejidos, siendo además responsable por la firmeza, elasticidad e integridad de las estructuras e hidratación del cuerpo; por la transmisión de fuerza en los tendones y ligamentos; por la transmisión de luz en la córnea; por la distribución de fluidos en los vasos sanguíneos y conductos glandulares, etc. La elasticidad y la flexibilidad común en los jóvenes, se debe al alto contenido de colágeno que ellos poseen.

# FIBRAS Y FASCICULOS DE COLAGENO

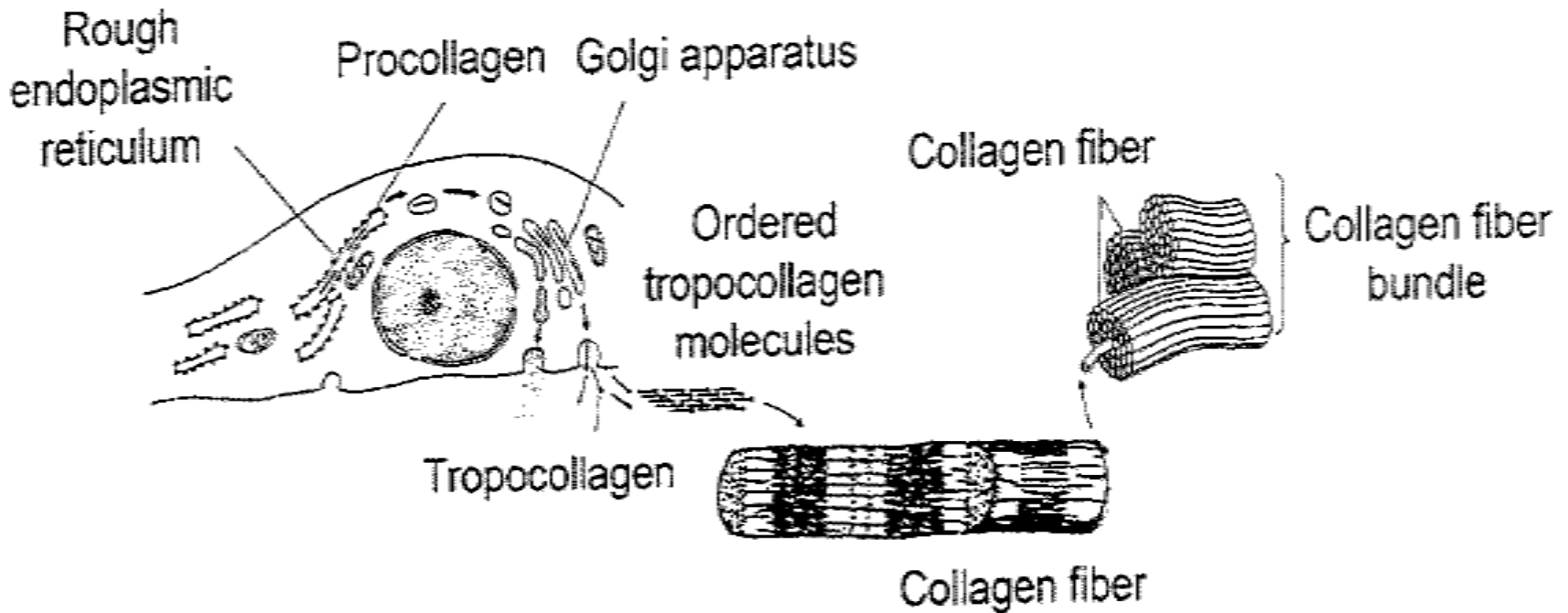
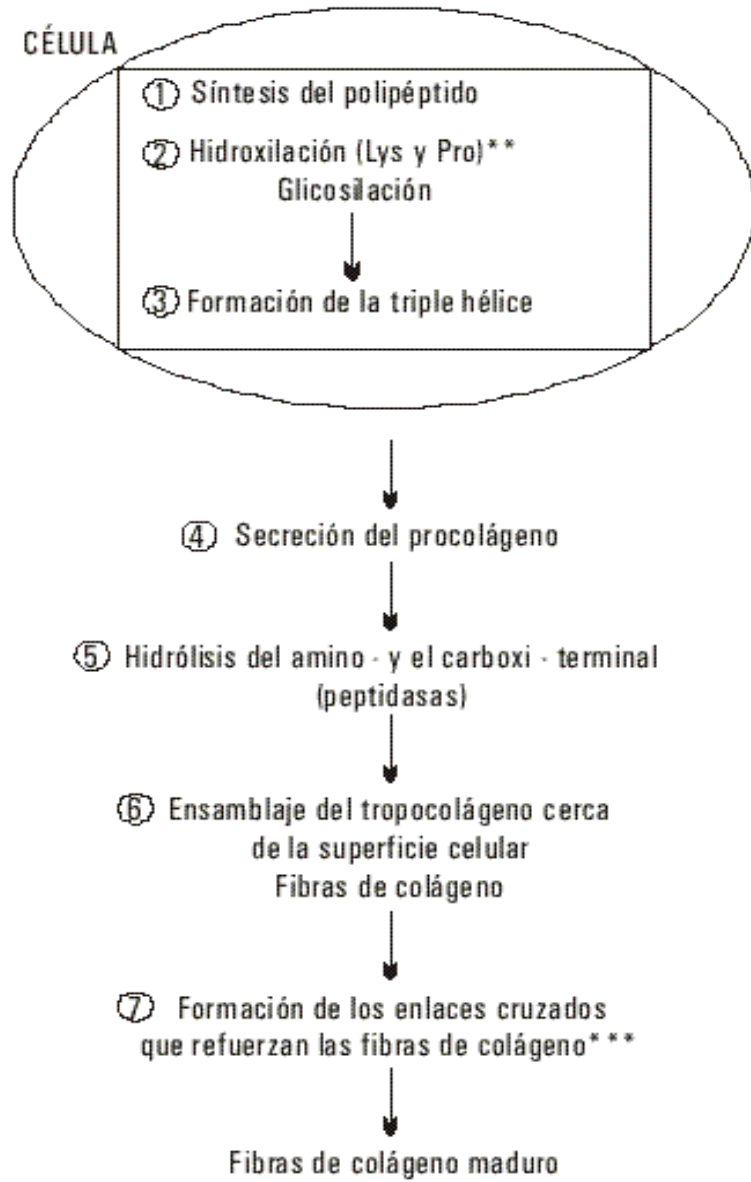
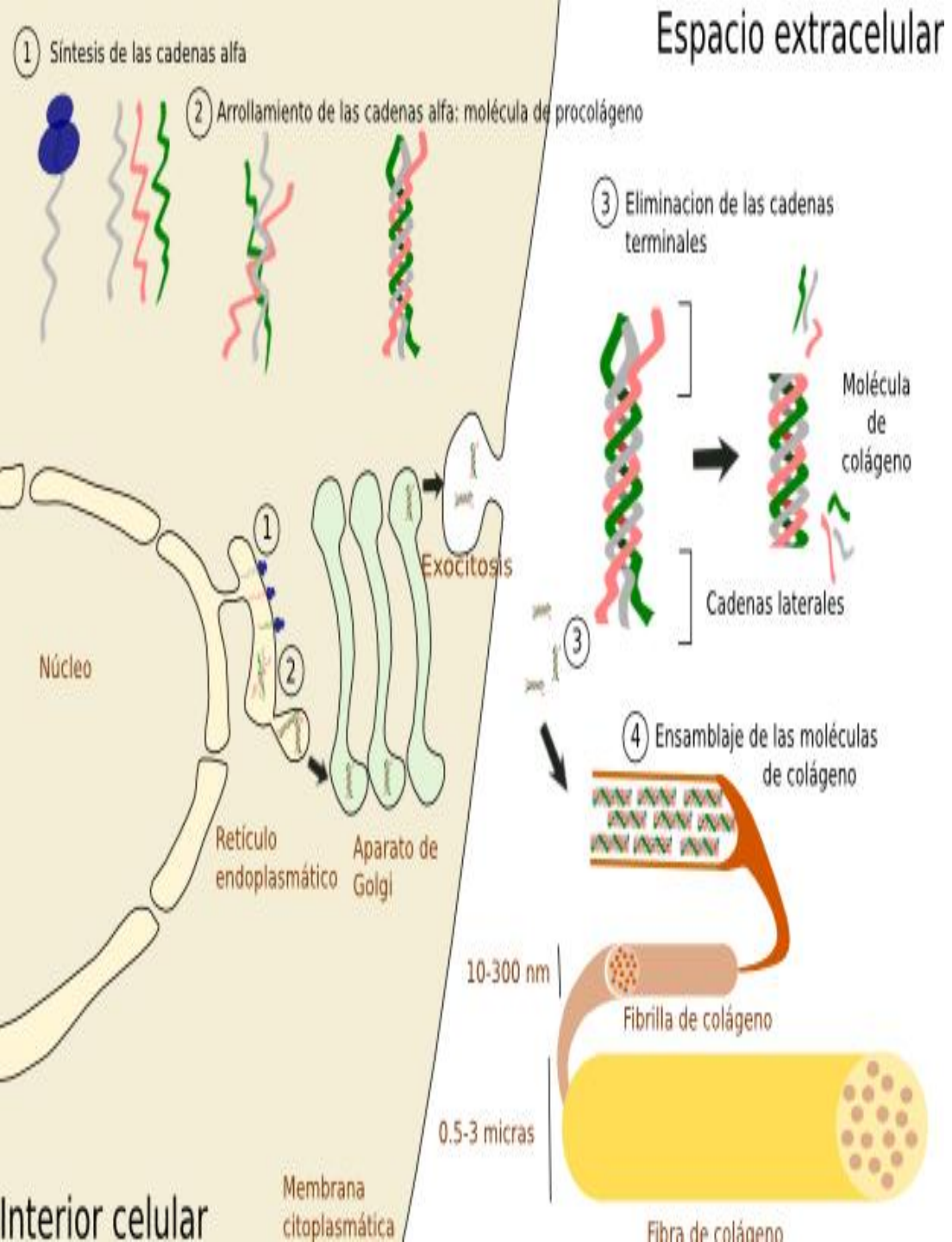


Fig. 4.4. Structure of collagen in fibers and bundles in tendons and ligaments, with ordered arrangement of collagen molecules in the microstructure. See Fig. 4.5 for more details about structure. (From [231])

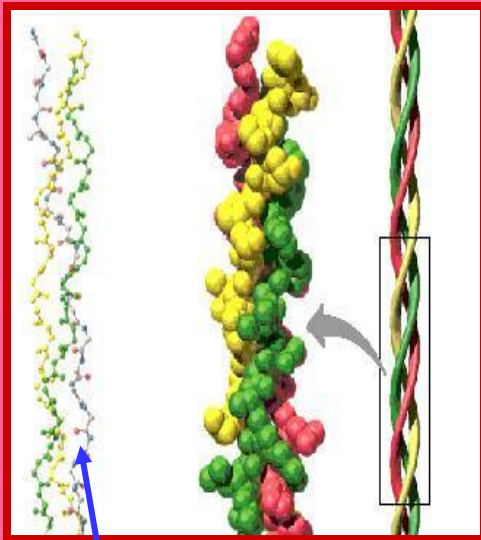


\* Regulación genética.  
 \*\* Lisil y propil hidroxilasas.  
 \*\*\* Lisil oxidasa.

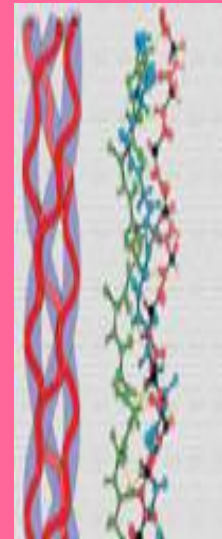
# FORMACION DEL COLAGENO

- Cada una de las **cadena polipeptídicas** es sintetizada por los ribosomas unidos a la membrana del retículo endoplasmático y luego son traslocadas al lumen del mismo en forma de grandes precursores (**procadenas  $\alpha$** ), presentando aminoácidos adicionales en los extremos amino y carboxilo terminales.
- En el retículo endoplasmático los residuos de prolina y lisina son hidroxilados para luego algunos ser glucosilados en el aparato de Golgi; parece ser que estas hidroxilaciones son útiles para la formación de puentes de hidrógeno intercatenarios que ayudan a la estabilidad de la superhélice.
- Tras su secreción, los propéptidos de las moléculas de procolágeno son degradados mediante proteasas convirtiéndolas en moléculas de tropocolágeno asociándose en el espacio extracelular formando las fibrillas de colágeno.
- La formación de fibrillas está dirigida, en parte, por la tendencia de las moléculas de procolágeno a autoensamblarse mediante enlaces covalentes entre los residuos de lisina, formando un empaquetamiento escalonado y periódico de las moléculas de colágeno individuales en la fibrilla.

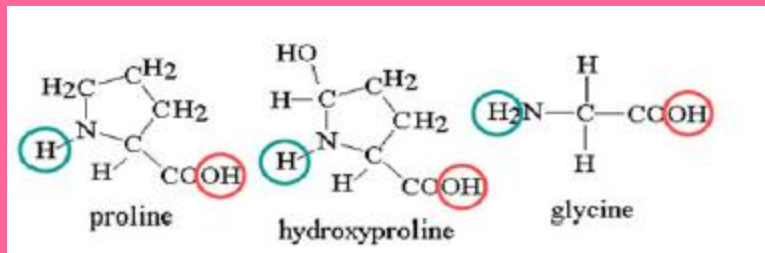
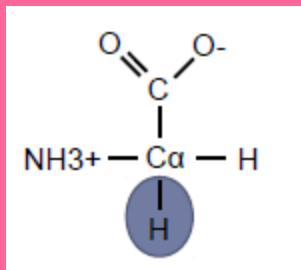




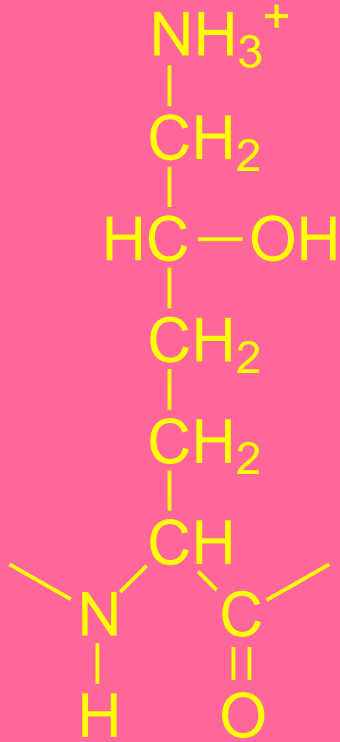
**3 Cadenas de polipéptidos  
entrelazados formando una  
triple hélice: *Tropocolágeno*.  
GLY – X- Y- GLY-X –Y- GLY**



GLICINA=35%		
X	LISINA (10-12%)	PROLINA
Y	HIDROXILISINA (5%)	HIDROXIPROLINA



# Hidroxilación de lisina



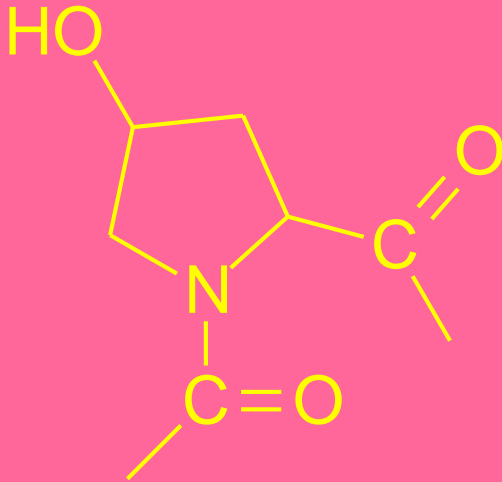
*5-Hidroxilisina*

Enzima: Procolágeno:lisina monooxigenasa (lisil hidroxilasa), requiere ácido ascórbico

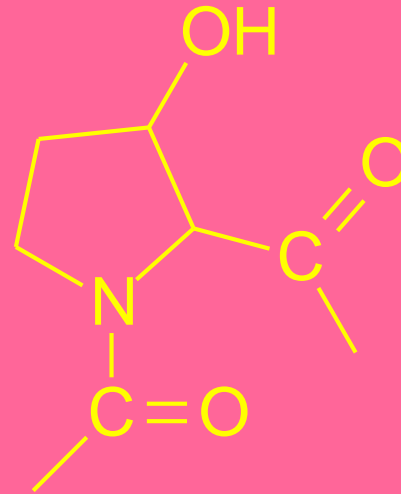
El proceso de hidroxilación implica la conversión de un grupo CH en un grupo COH. La hidroxilación es un proceso oxidativo.

La lisina hidroxilada es el punto de unión de oligosacáridos al colágeno

# Hidroxilación de prolina



*4-Hidroxiprolina*  
(*mayoritario*)

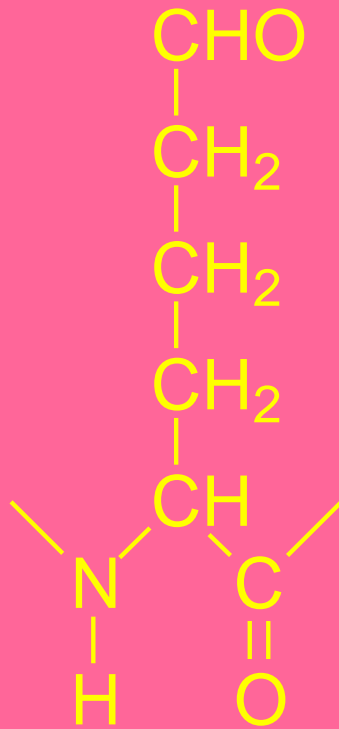


*3-Hidroxiprolina*  
(*minoritario*)

Enzima: procolágeno:prolina monooxigenasa  
(prolil hidroxilasa), requiere ácido ascórbico

La hidroxilación de prolina favorece la formación de enlaces H  
entre las cadenas

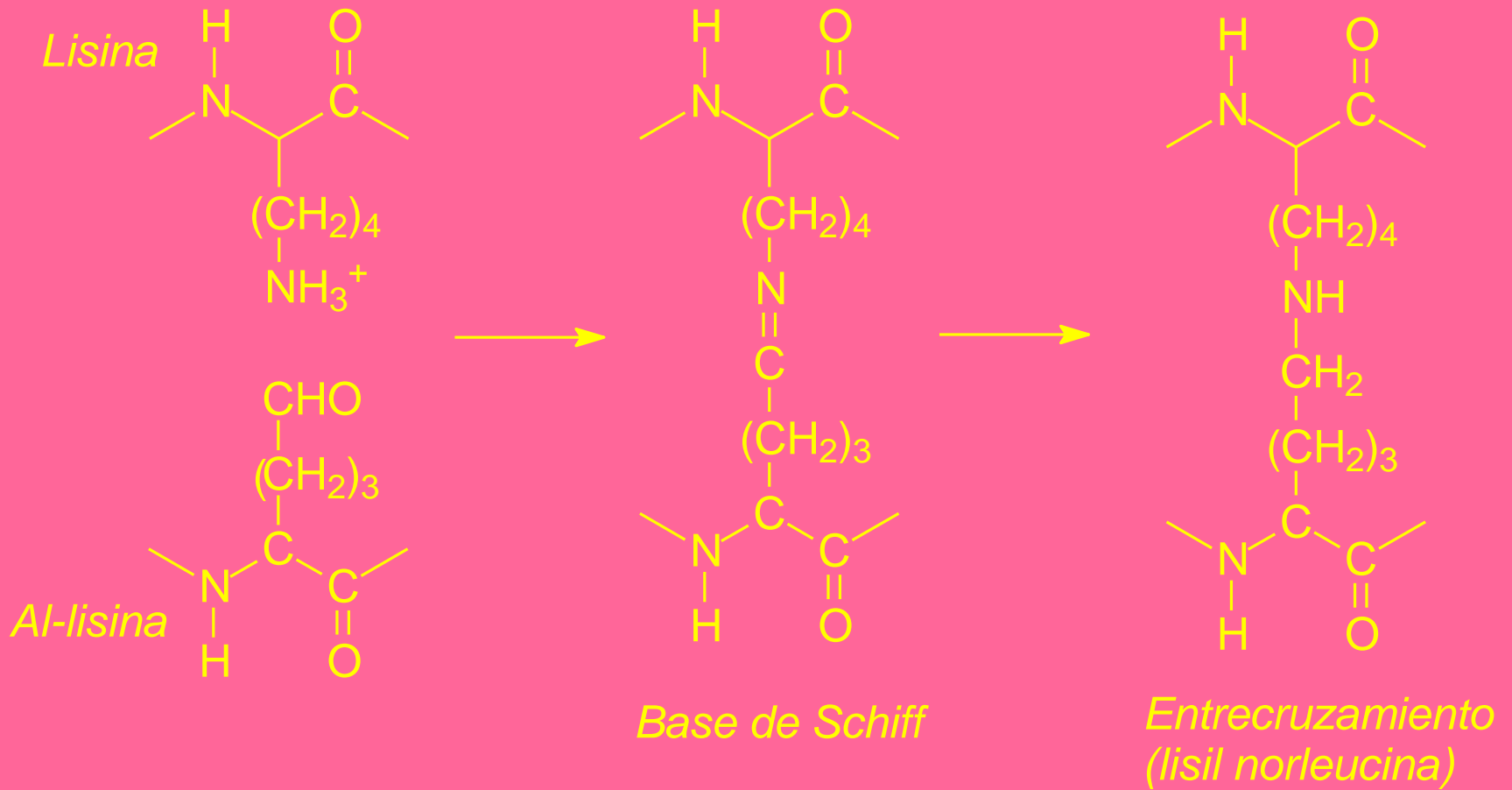
# Al-Lisina



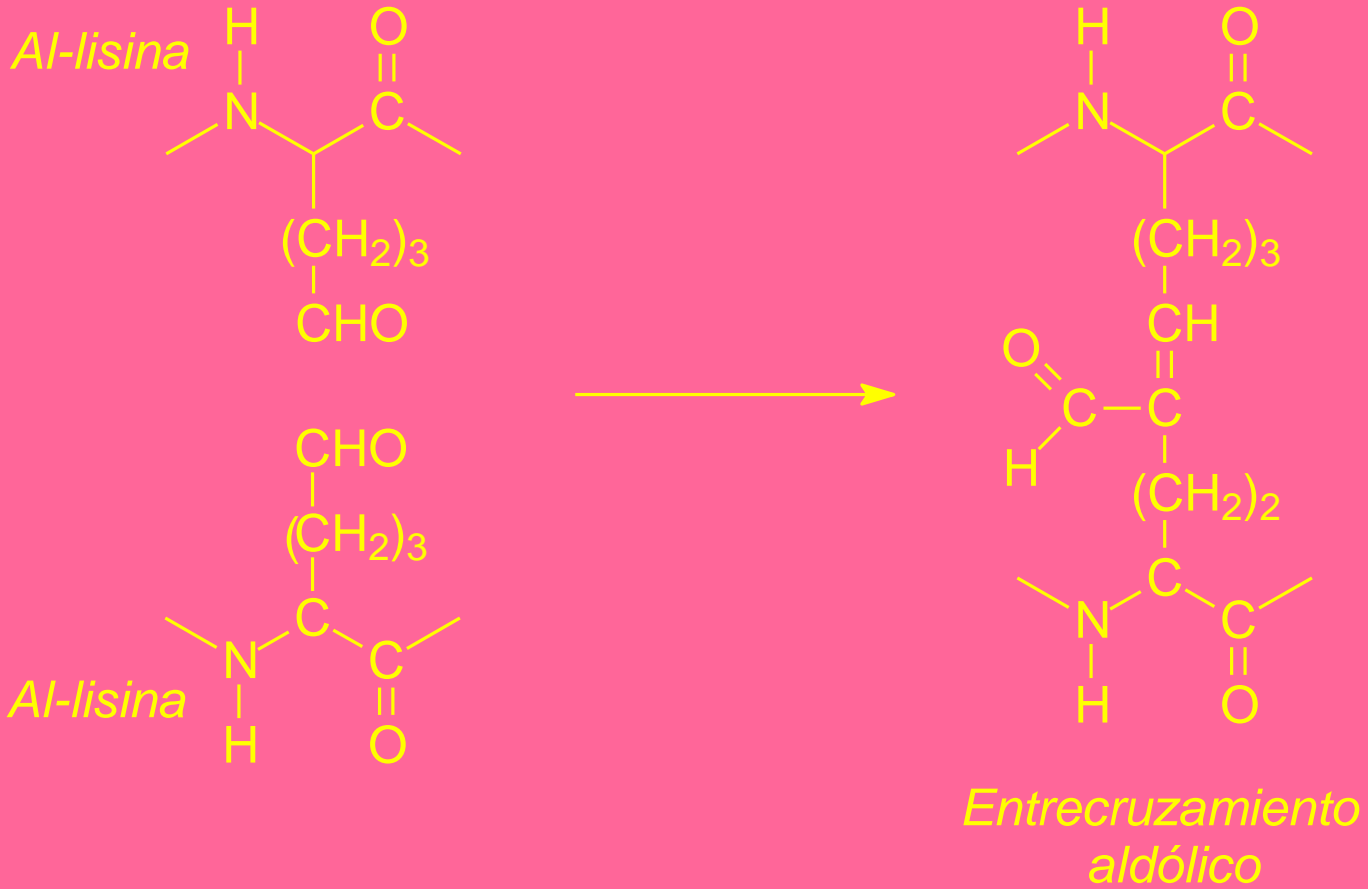
*Al-Lisina*  
*(Lisina aldehídica)*

Enzima: lisil aminooxidasasa

Forma enlaces cruzados  
(entrecruzamientos) covalentes  
entre los helicoides del colágeno



Formación de entrecruzamiento covalente entre cadenas de colágeno a través de lisina y al-lisina, (vía base de Schiff)

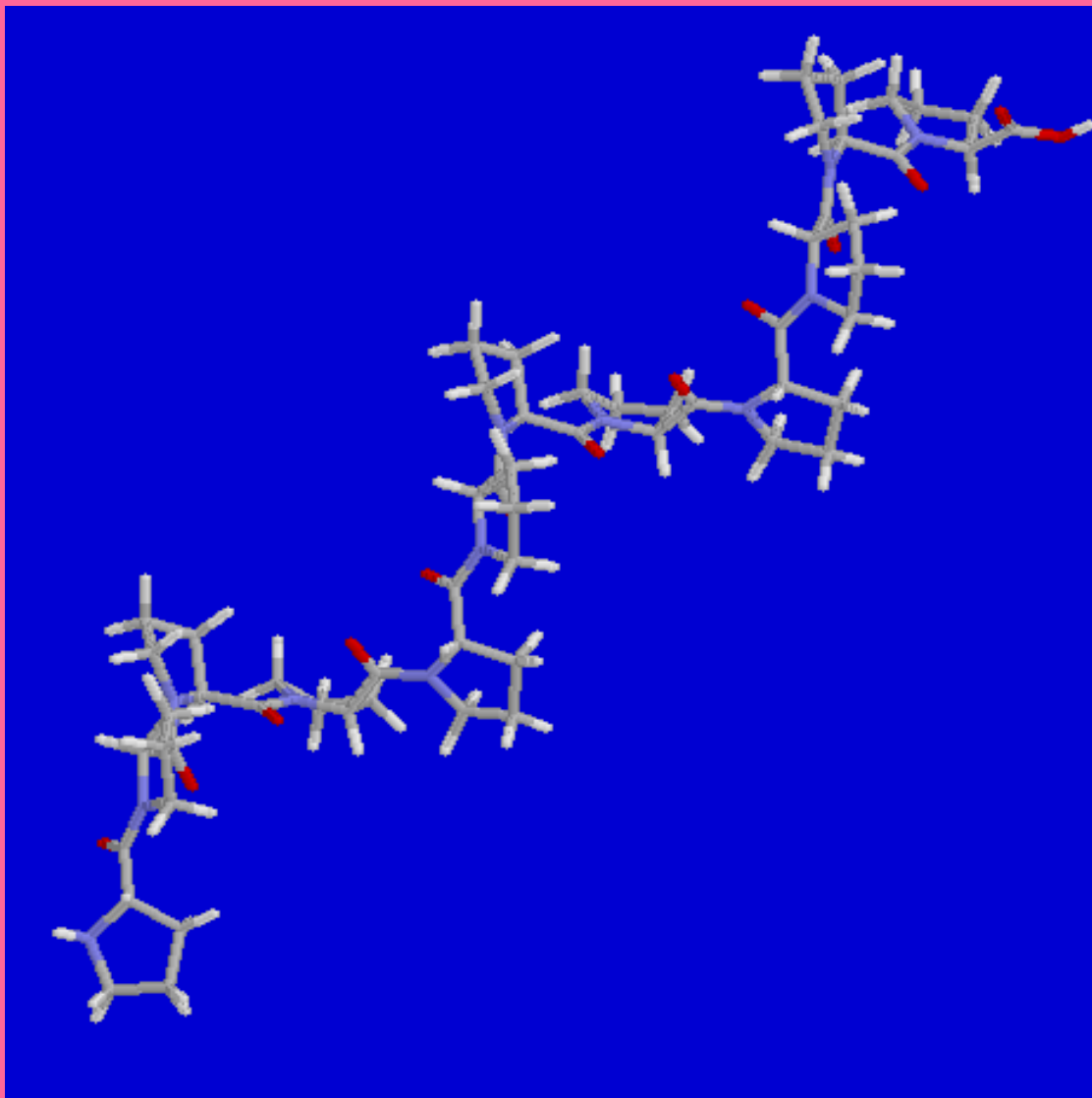


Formación de entrecruzamiento covalente entre cadenas de colágeno a través de dos al-lisinas, (vía condensación aldólica)

GKTGPPGPAGQDGRPGPPGPPGARGQAGVM  
GFPGPKGAAGEPGKAGERGVPPGAVGPA  
GKDGEAGAQQGPPGPAGPAGERGEQGPAGSP  
GFQGLPGPAGPPGEAGKPGEQGVPGDLGAP  
GPSGARGERGFPGERGVQGPAGPRGAN

Fragmento de secuencia del colágeno  $\alpha 1(1)$

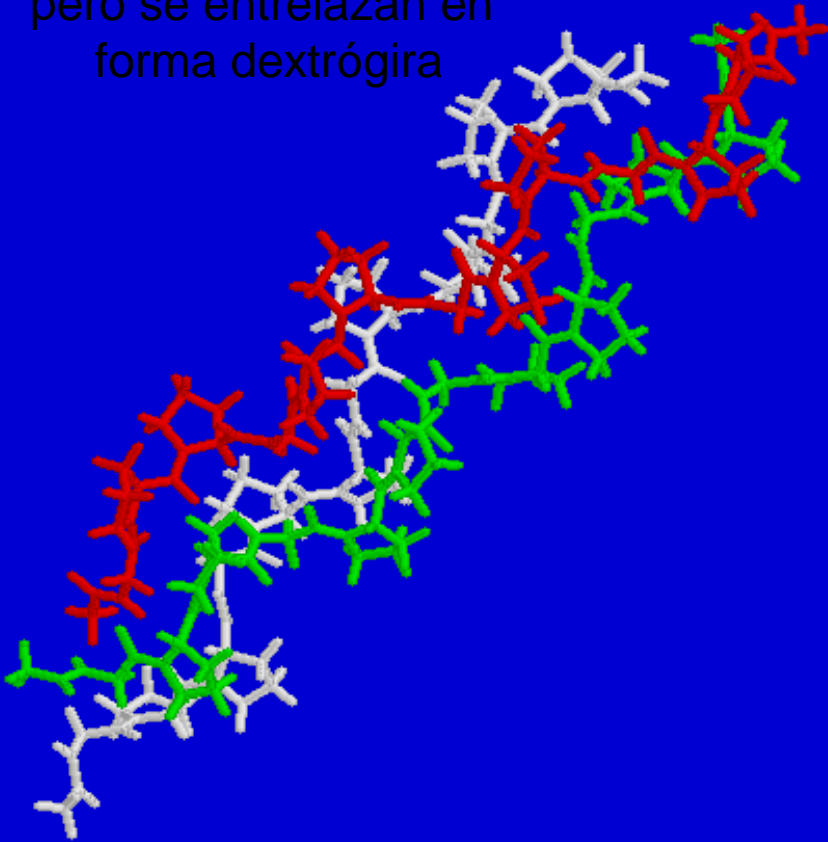
(Muchos residuos de Pro aparecen hidroxilados)



Helicoide de poliprolina

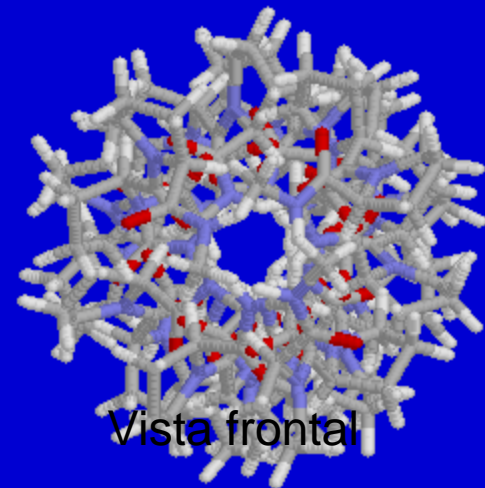
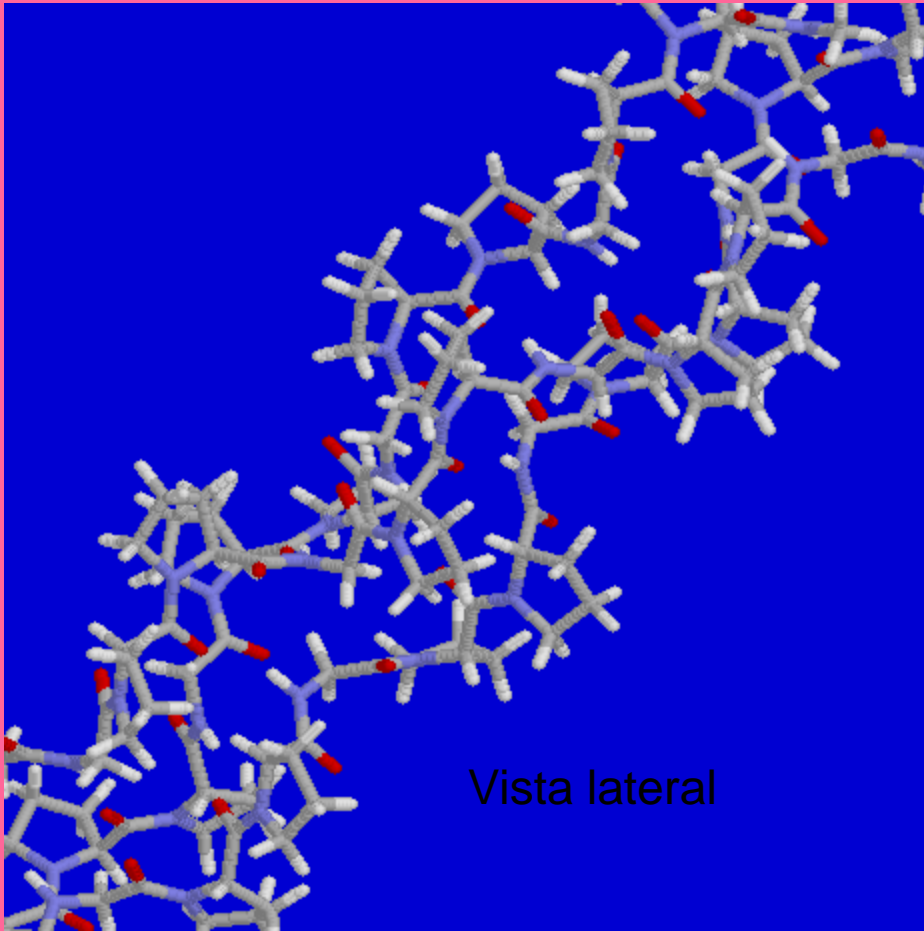


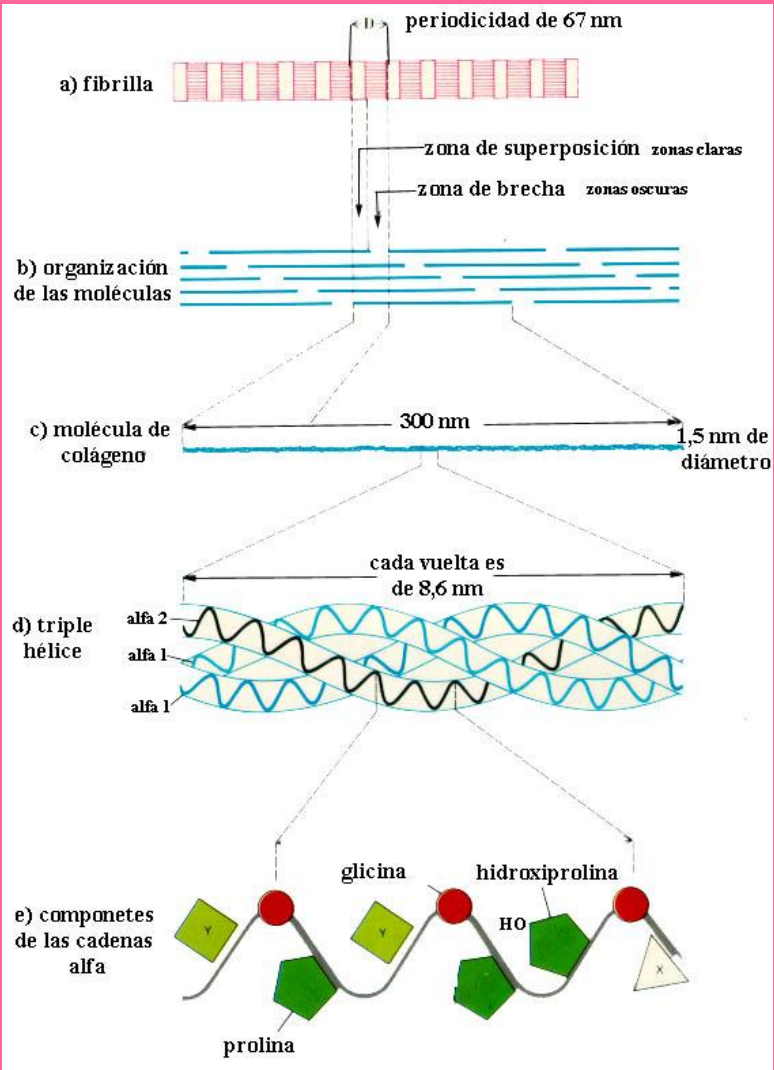
Cada helicoide es levógiro,  
pero se entrelazan en  
forma dextrógira

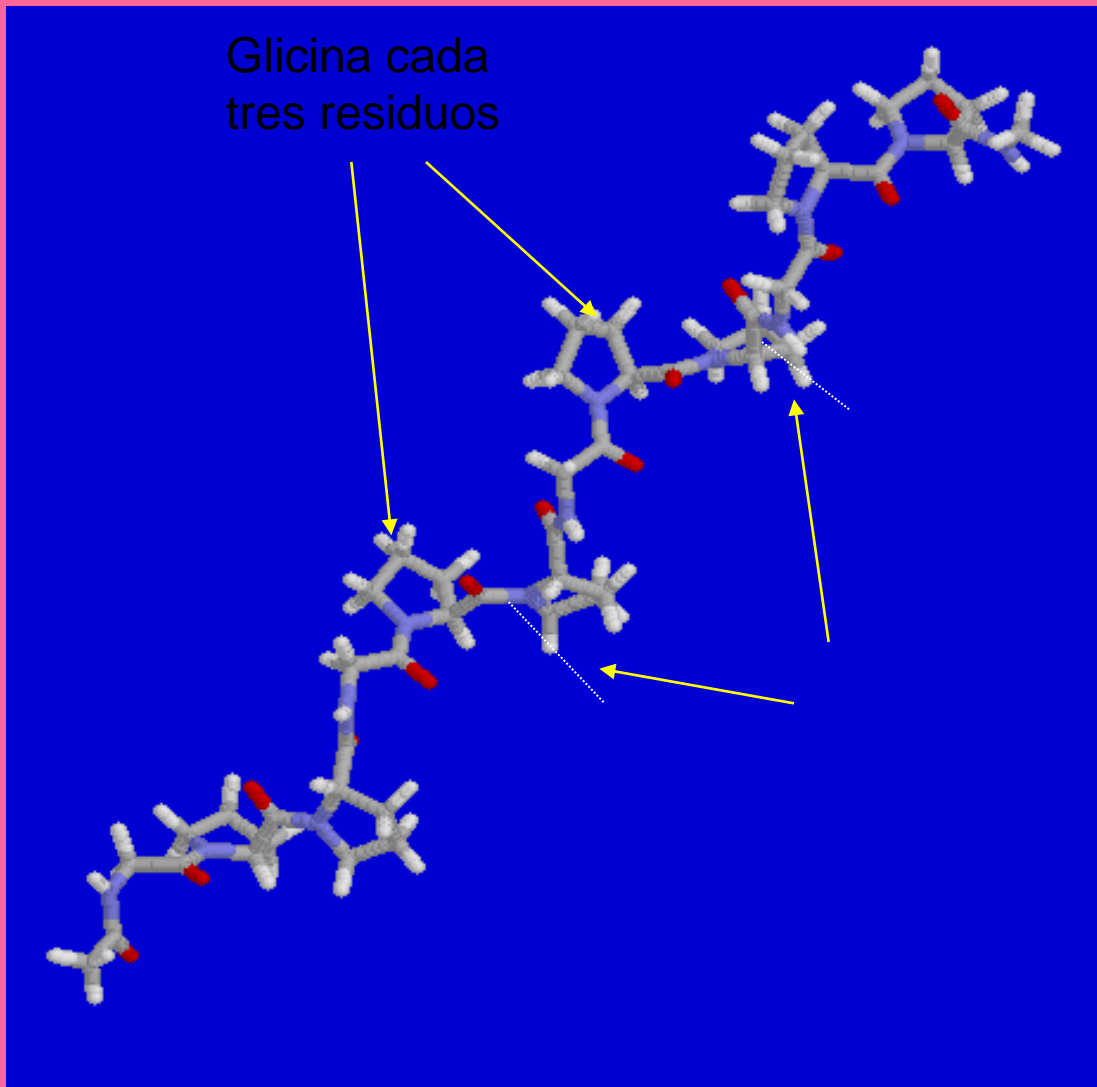


Helicoide triple del  
tropocolágeno  
(fragmento, 14 aa/helicoide)

# Tropocolágeno (fragmento)



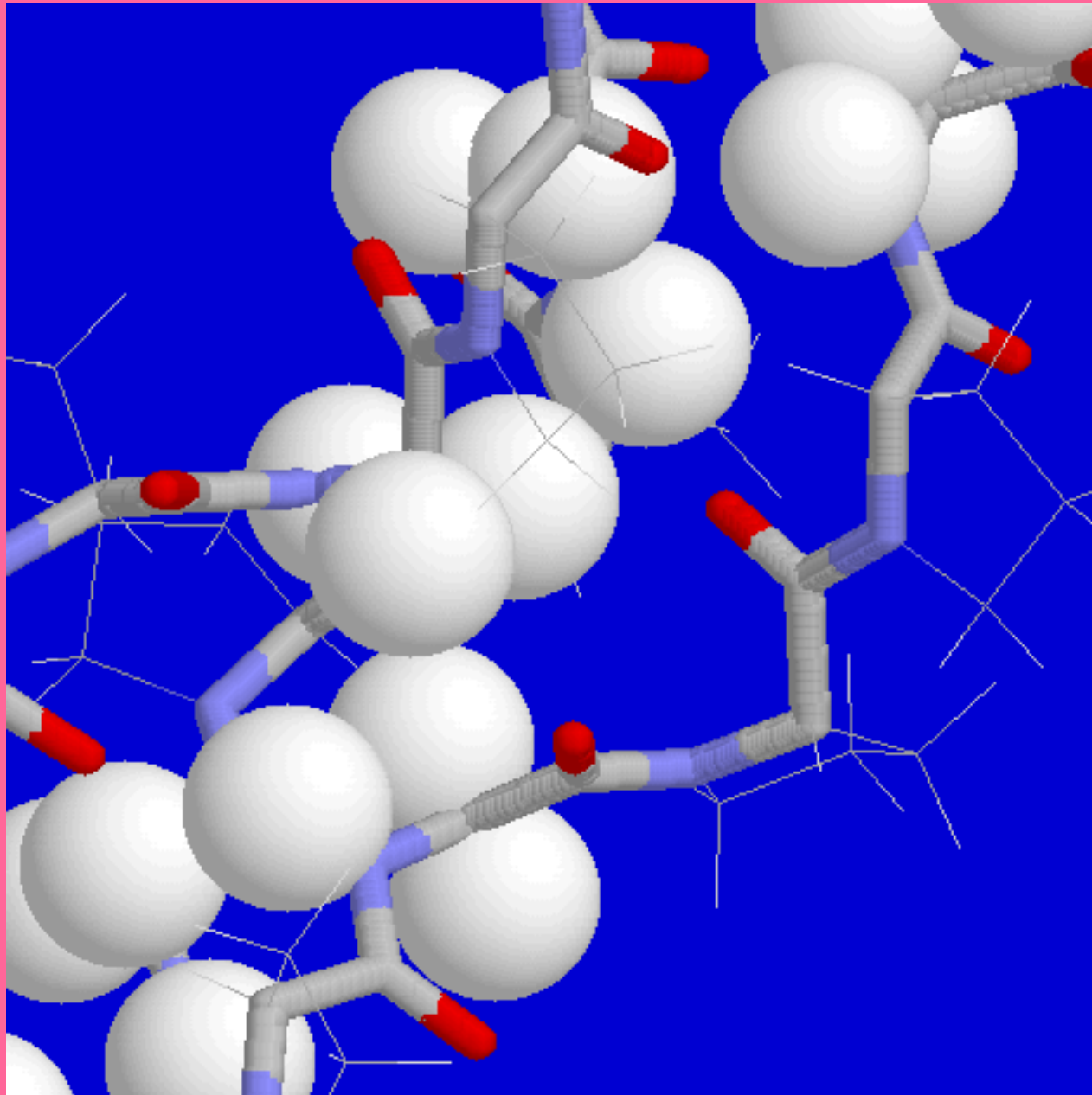




Glicina cada tres residuos

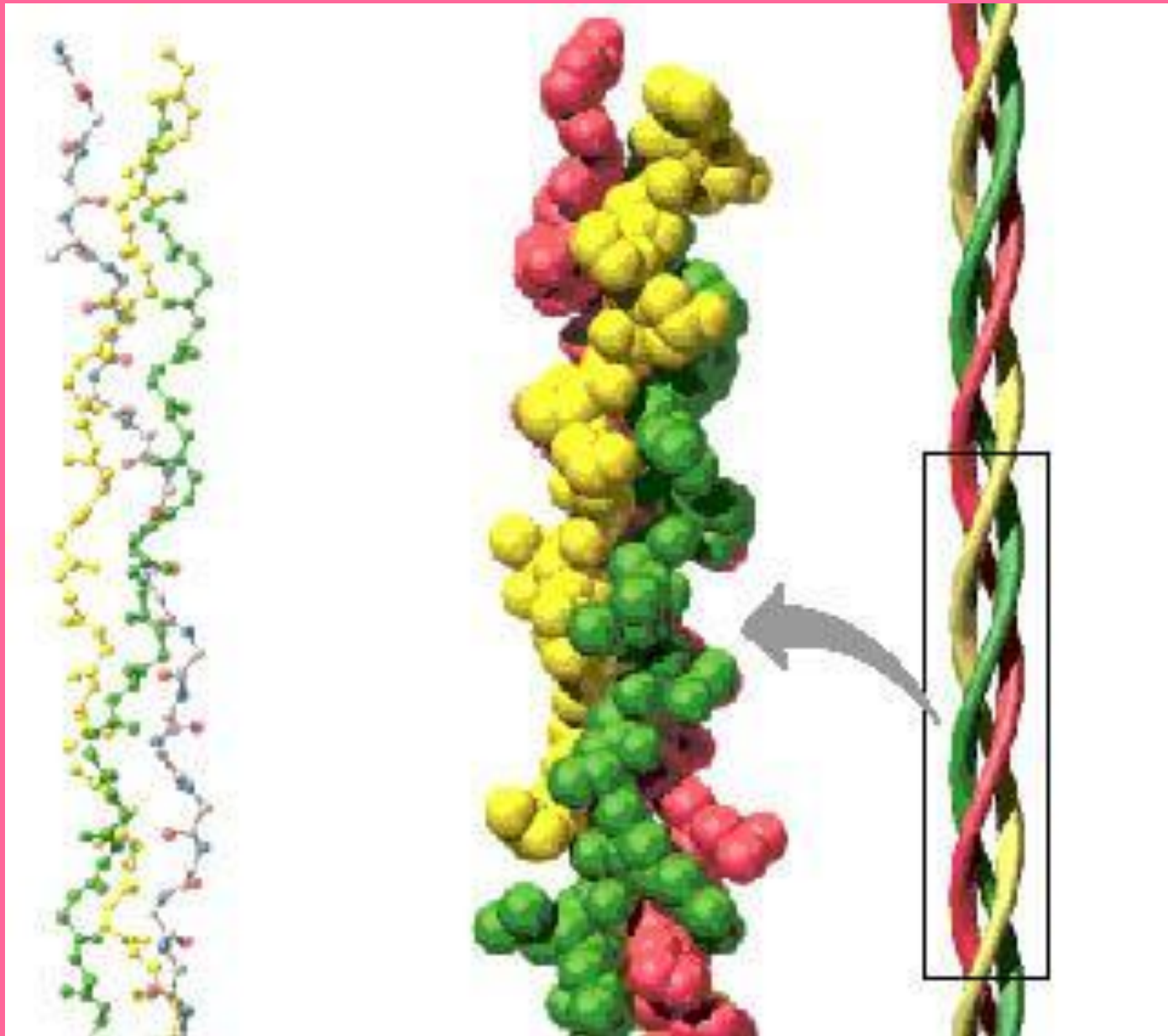
Enlaces H a otras cadenas (grupo -C=O peptídico)

Helicoide aislado del tropocolágeno

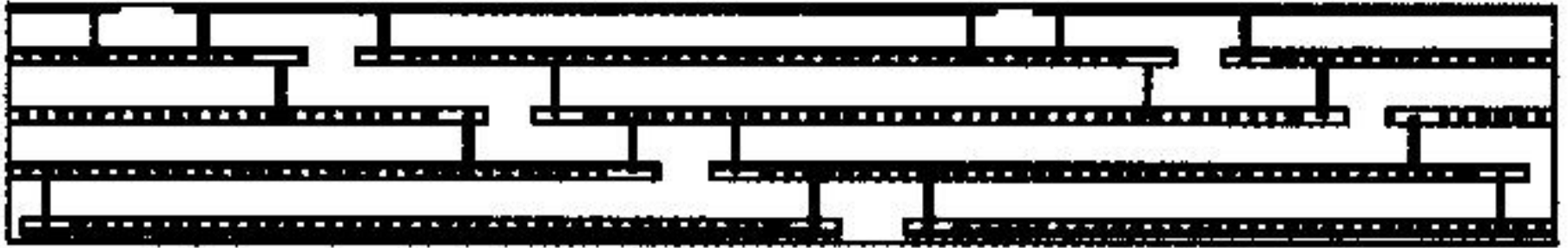


Residuos de Gly  
en tropocolágeno

# ESTRUCTURA DEL COLAGENO II



# ESTRUCTURA DEL COLAGENO III



**Industrial strength.** Cross-links between collagen strands impart strength to tendons.

Agrupamiento por Puentes de Hidrógeno Alternados

*Science, 8 February 2002, page 1011.*



# TIPOS DE COLAGENO I

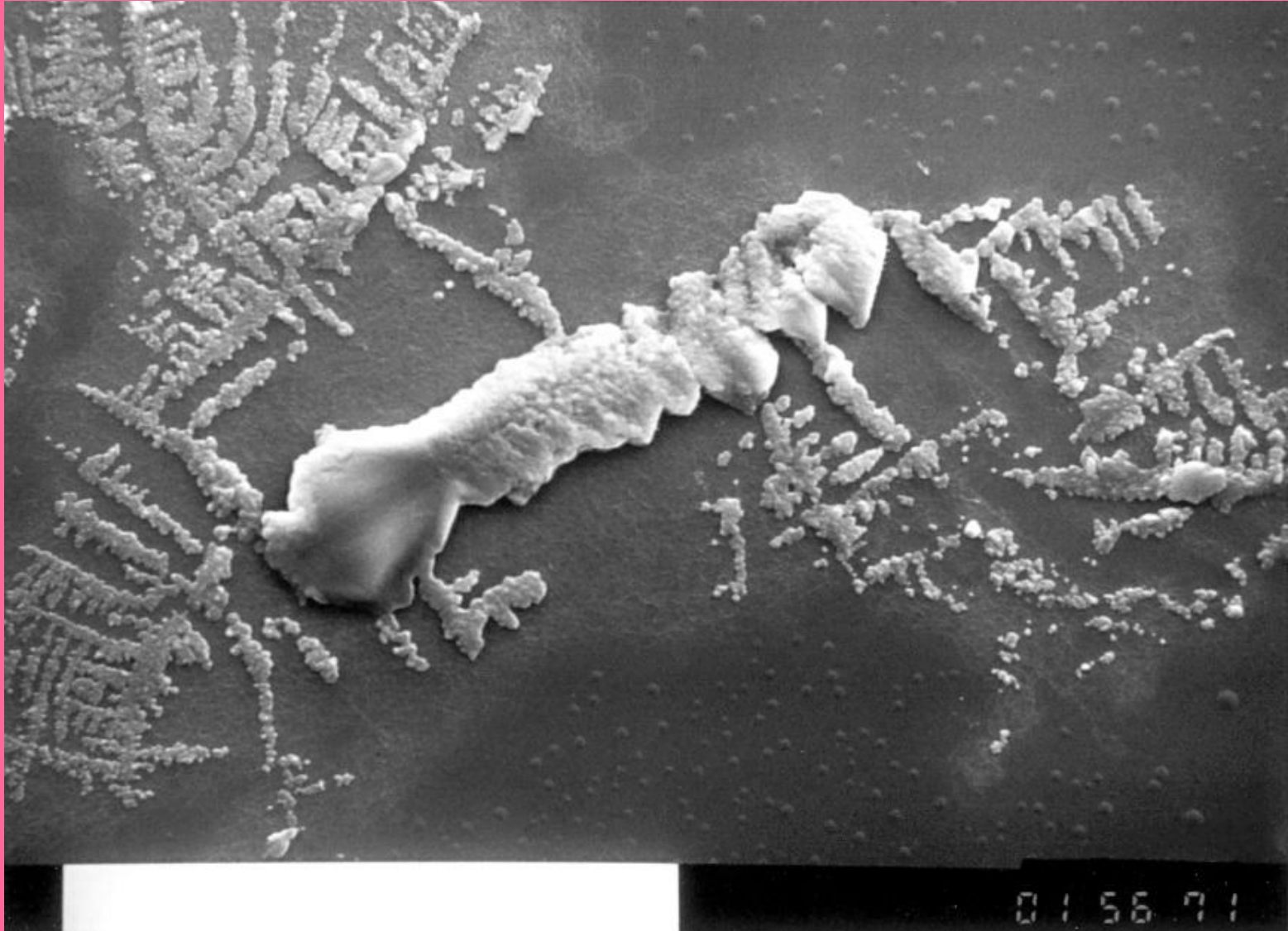
- **Colágeno Tipo I:** Se encuentra abundantemente en la dermis, el hueso, el tendón y la córnea. Se presenta en fibrillas estriadas de 20 a 100 nm de diámetro, agrupándose para formar fibras colágenas mayores. Sus subunidades mayores están constituidas por **cadena alfa** de dos tipos, que difieren ligeramente en su composición de aminoácidos y en su secuencia. A uno de los cuales se designa como **cadena alfa1** y al otro, **cadena alfa2**. Es sintetizado por fibroblastos, condroblastos y osteoblastos. **Su función principal es la de resistencia al estiramiento.**
- **Colágeno Tipo II:** Se encuentra sobre todo en el cartílago, pero también se presenta en la córnea embrionaria y en la notocorda, en el núcleo pulposo y en el humor vítreo del ojo. En el cartílago forma fibrillas finas de 10 a 20 nm, pero en otros microambientes puede formar fibrillas más grandes, indistinguibles morfológicamente del colágeno **Tipo I**. Están constituidas por **tres cadenas alfa2** de un único tipo. Es sintetizado por el condroblasto. **Su función principal es la resistencia a la presión intermitente.**
- **Colágeno Tipo III:** Abunda en el tejido conjuntivo laxo, en las paredes de los vasos sanguíneos, la dermis de la piel y el estroma de varias glándulas. Parece un constituyente importante de las fibras de 50 nm que se han llamado tradicionalmente fibras reticulares. Está constituido por una clase única de **cadena alfa3**. Es sintetizado por las células del músculo liso, fibroblastos, glía. **Su función es la de sostén de los órganos expandibles.**



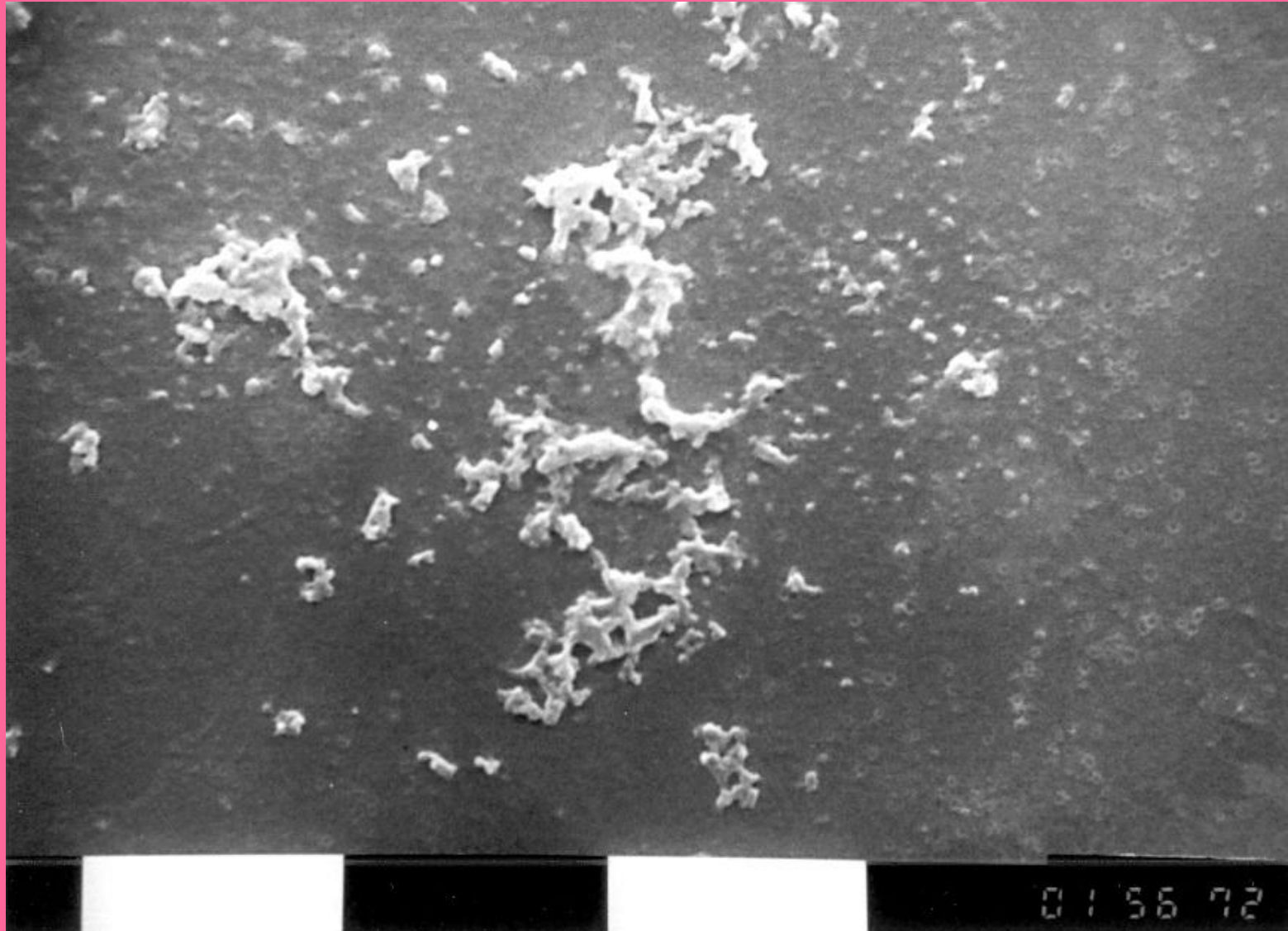
# TIPOS DE COLAGENO II

- **Colágeno tipo IV:** Es el colágeno que forma la lámina basal que subyace a los epitelios. Es un colágeno que **no se polimeriza** en fibrillas, sino que forma un fieltro de **moléculas orientadas al azar**, asociadas a proteoglicanos y con las proteínas estructurales laminina y fibronectina. Es sintetizado por las células epiteliales y endoteliales. **Su función principal es la de sostén y filtración.**
- **Colágeno tipo V:** Presente en la mayoría del tejido intersticial. **Se asocia con el tipo I.**
- **Colágeno tipo VI:** Presente en la mayoría del tejido intersticial. **Sirve de anclaje de las células en su entorno. Se asocia con el tipo I.**
- **Colágeno tipo VII:** Se encuentra en la lámina basal (Ver el tipo IV).
- **Colágeno tipo VIII:** Presente en algunas células endoteliales.
- **Colágeno tipo IX:** Se encuentra en el cartílago articular maduro. **Interactúa con el tipo II.**
- **Colágeno tipo X:** Presente en cartílago hipertrófico y mineralizado.
- **Colágeno tipo XI:** Se encuentra en el cartílago. **Interactúa con los tipos II y IX.**
- **Colágeno tipo XII:** Presente en tejidos sometidos a altas tensiones, como los tendones y ligamentos. **Interactúa con los tipos I y III.**
- **Colágeno tipo XIII:** Es ampliamente encontrado como una proteína asociada a la membrana celular. **Interactúa con los tipos I y III.**

# COLAGENO TIPO I. x600.

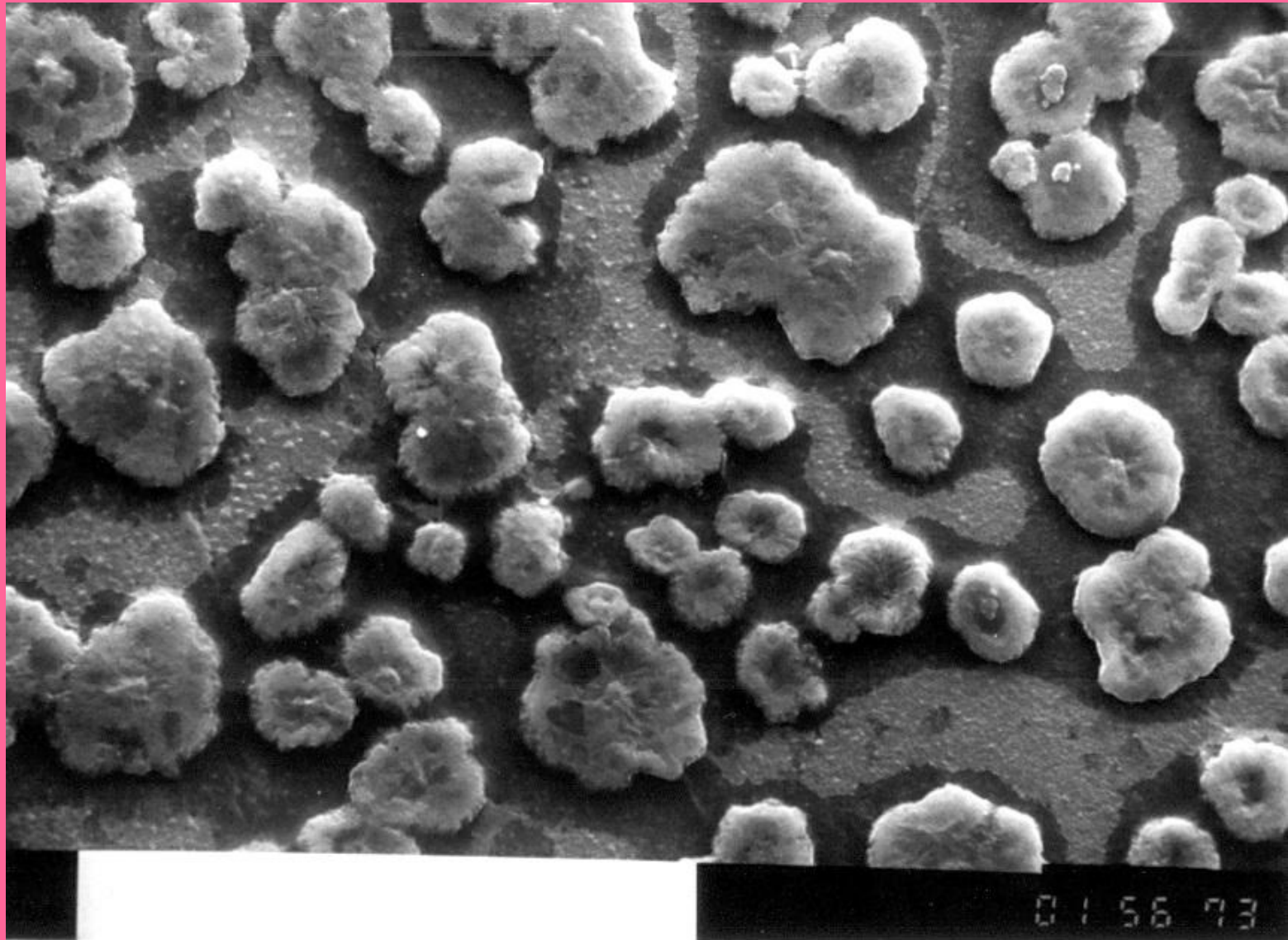


# COLAGENO TIPO II. x2000.

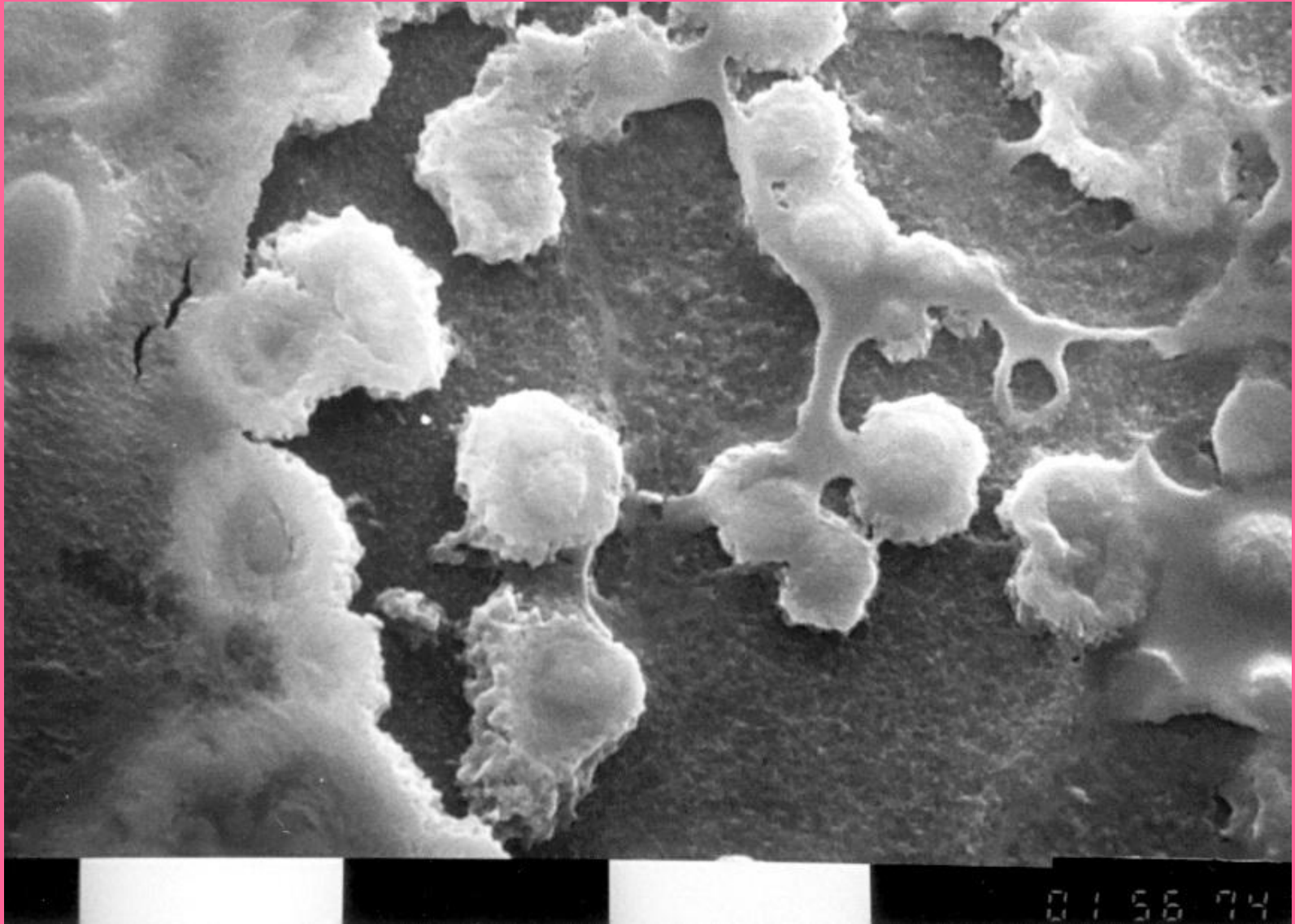




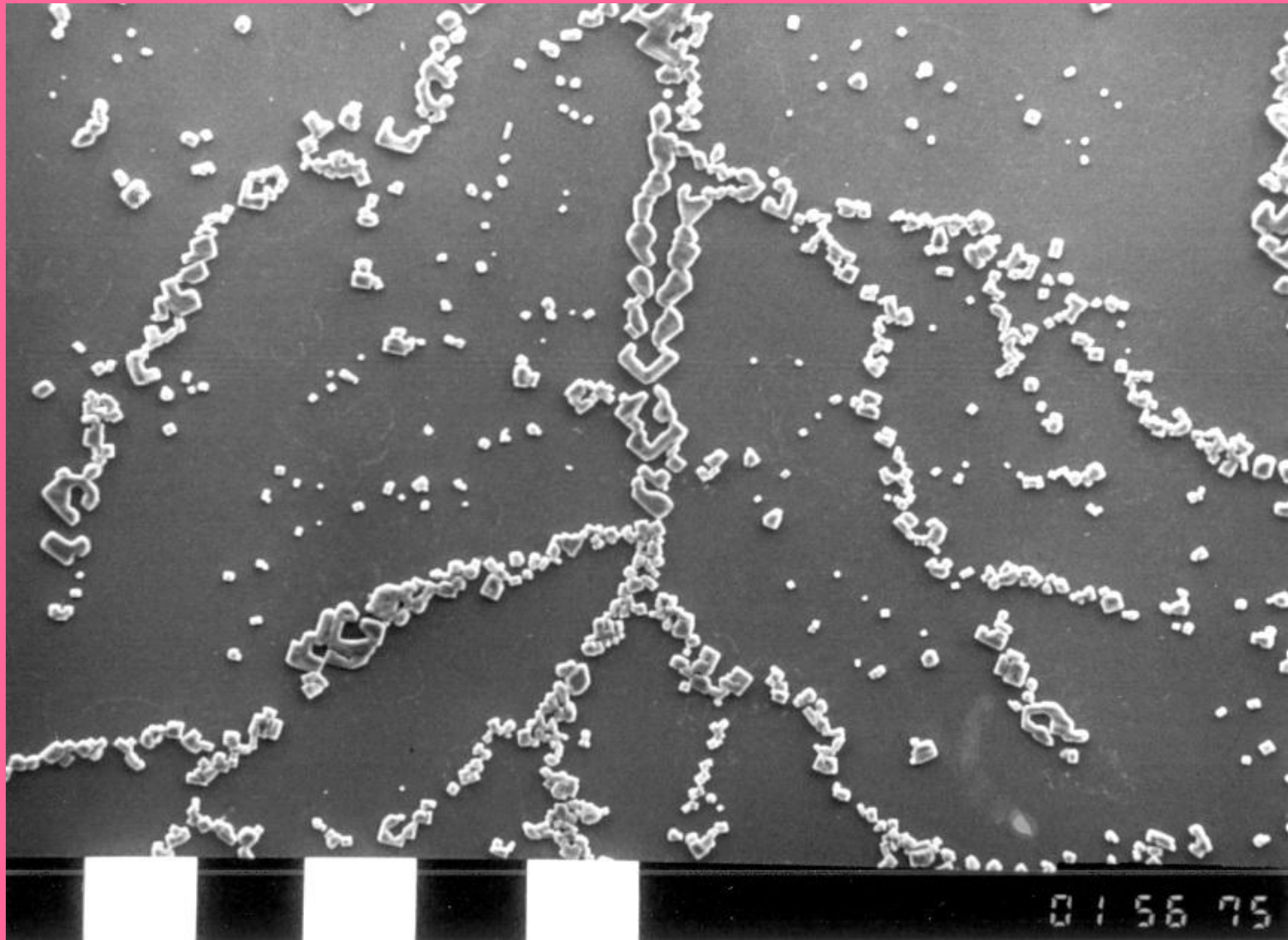
# COLAGENO TIPO III. x600.



# COLAGENO TIPO III. x2000.

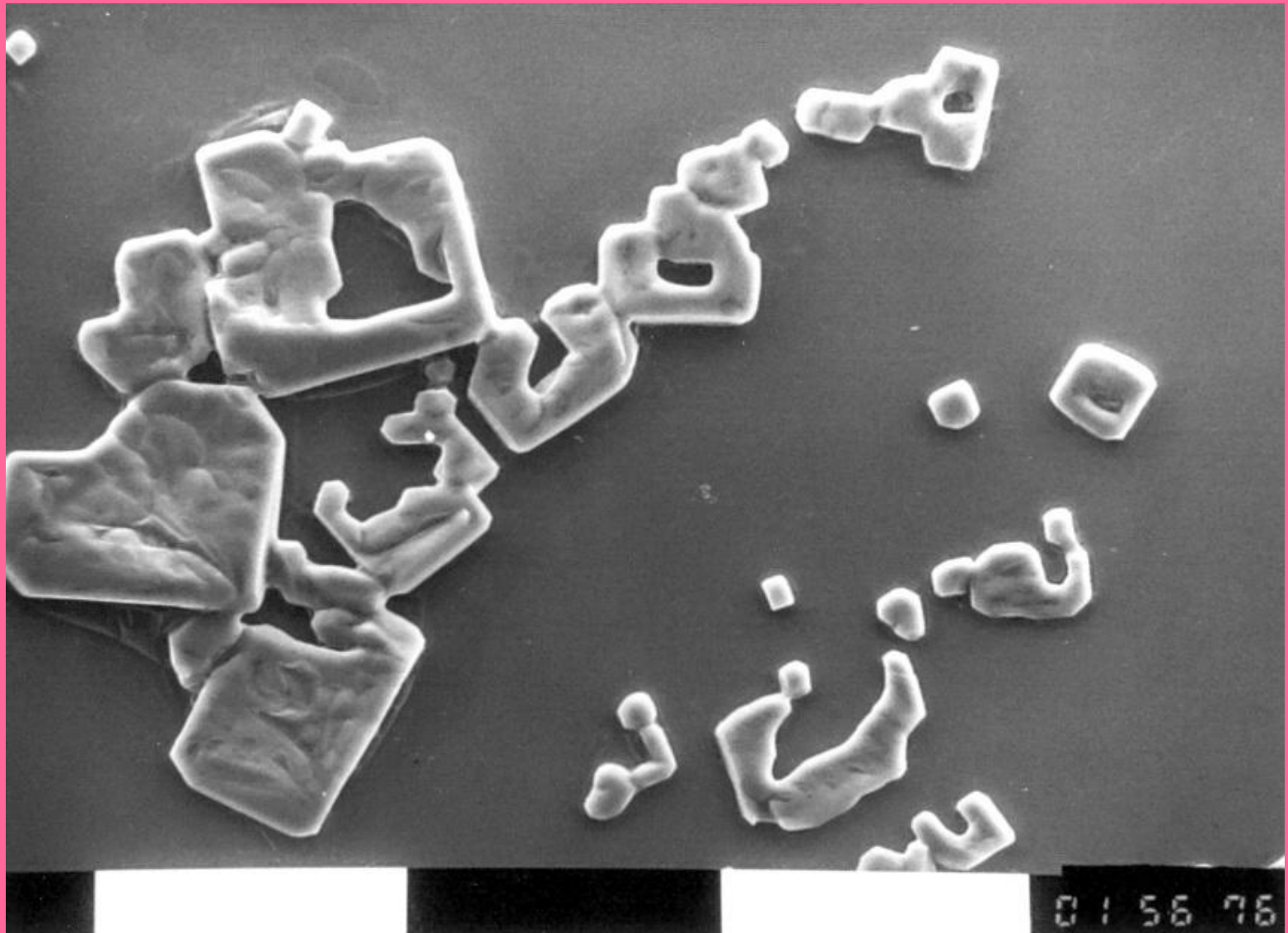


# COLAGENO TIPO IV. x100.





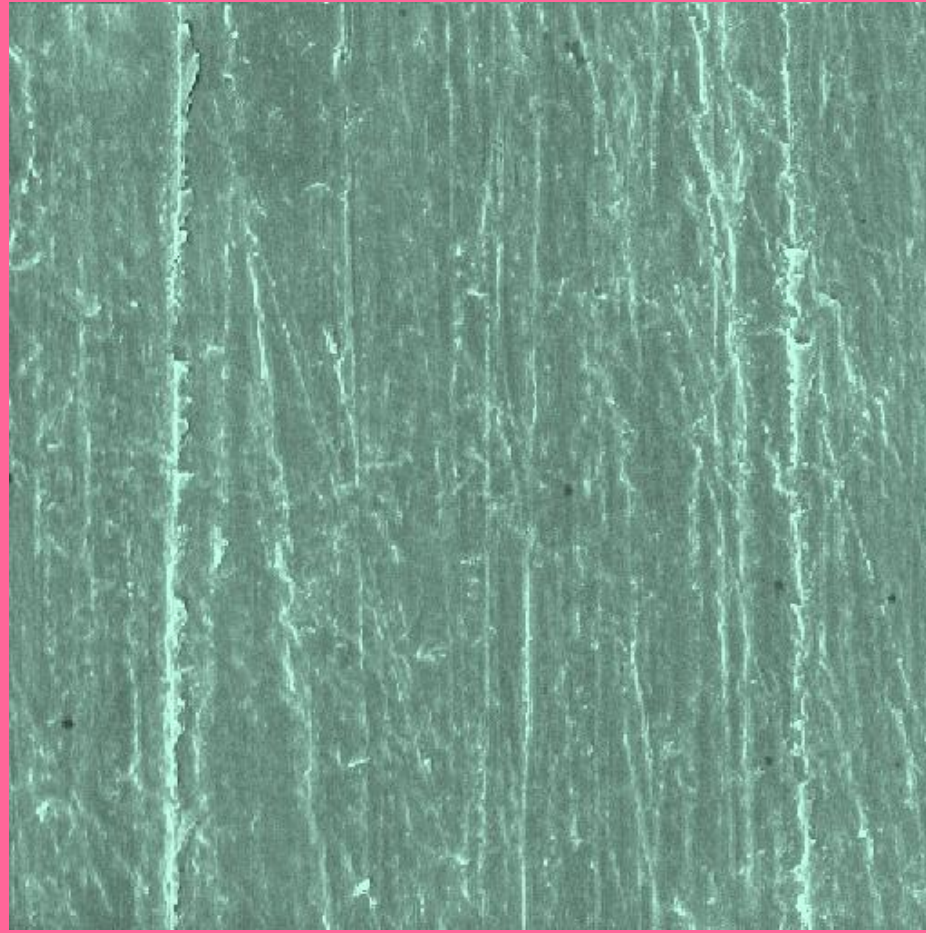
# COLAGENO TIPO IV. x300.





# MICROSCOPIA ELECTRONICA

## Lámina desordenada (x 1000)



*Imagen*

*63,37 x 63,75  $\mu\text{m}^2$*

**NOVEL BIOMATERIAL USEFUL FOR SEVERAL MEDICAL PURPOSES. PRODUCTION AND CHARACTERIZATION.**

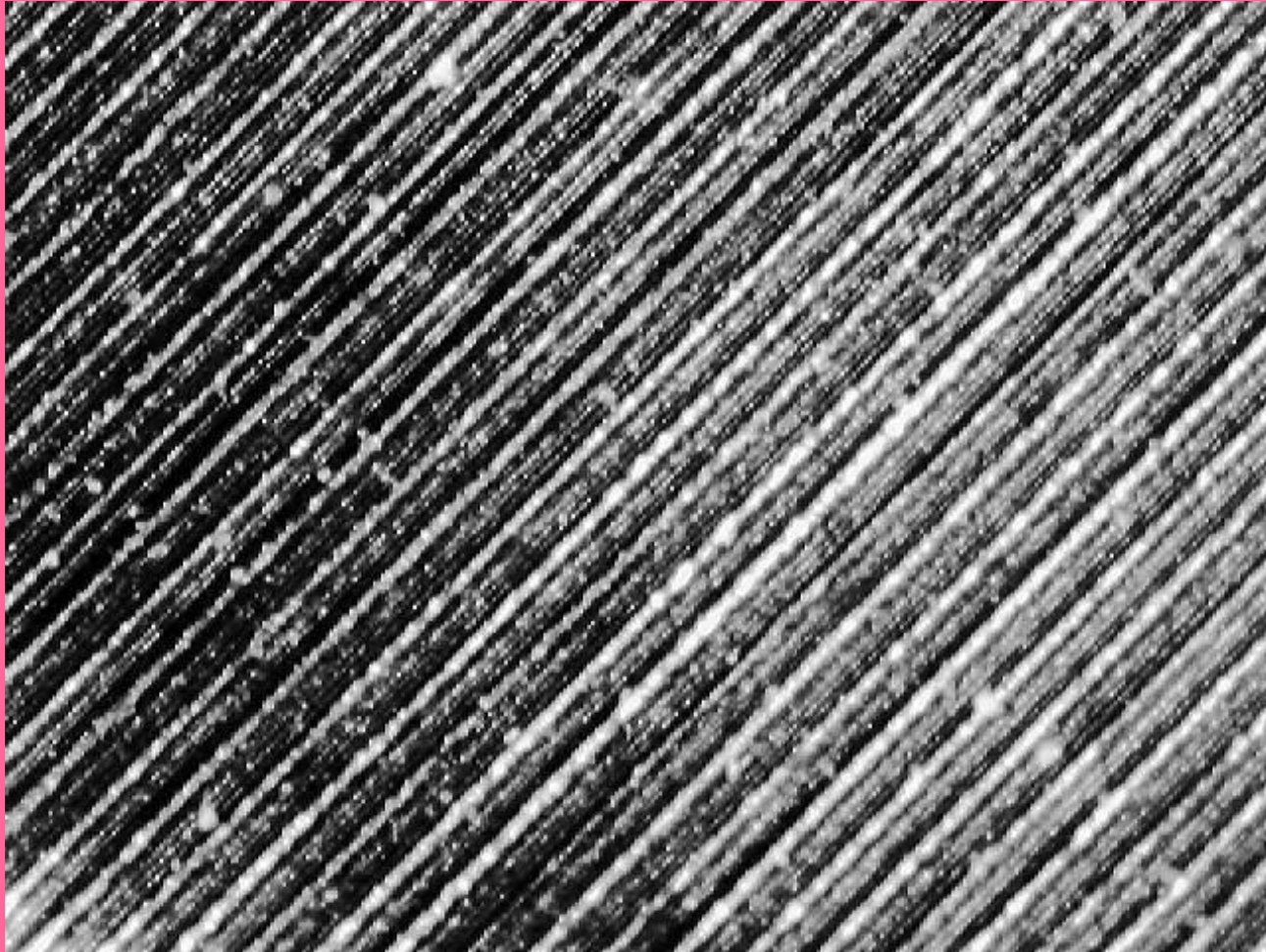
G. Ruderman, I. G. Mogilner, E. J. Tolosa, N. E. Massa, M. Garavaglia and J. R. Grigera

VI International Conference on Biological Physics and V Southern Cone Biophysics Congress,

Montevideo, Uruguay, 27 – 31 August, 2007.

# MICROSCOPIA OPTICA (x 40)

## Colágeno ordenado

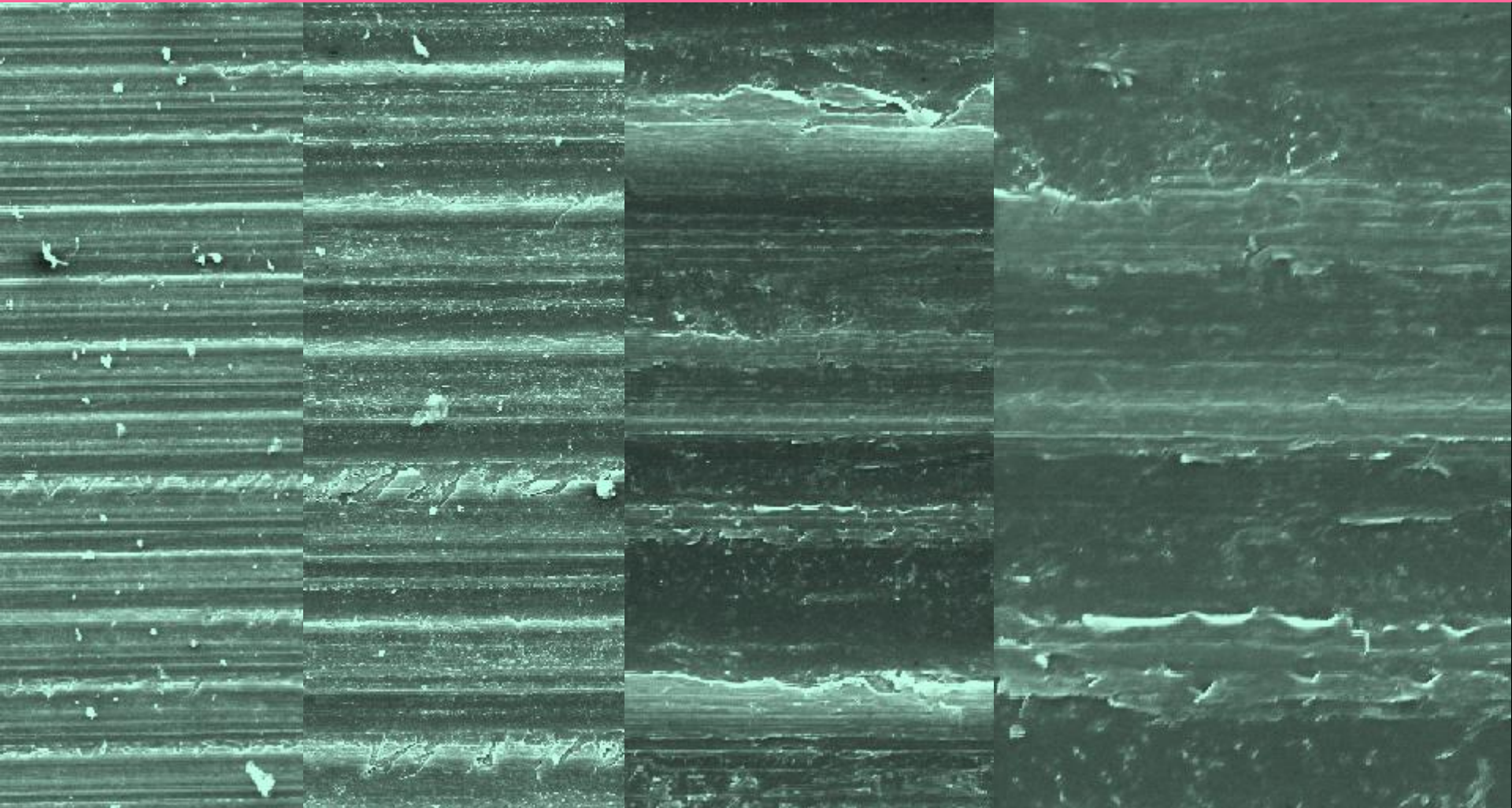


ORDERED COLLAGEN MEMBRANES. PRODUCTION AND CHARACTERIZATION  
G. Ruderman, I. G. Mogilner, E. J. Tolosa, N. Massa, M. Garavaglia and J. R. Grigera  
Journal of Biomaterials Science: Polymer Edition. (Mar. 10, 2011)



# MICROSCOPIA ELECTRONICA

## Lámina ordenada (x 40, 100, 400, 1000)



1.580  $\mu\text{m}$

640  $\mu\text{m}$

160  $\mu\text{m}$

63,75  $\mu\text{m}$

# DIFRACTOMETRIA LASER

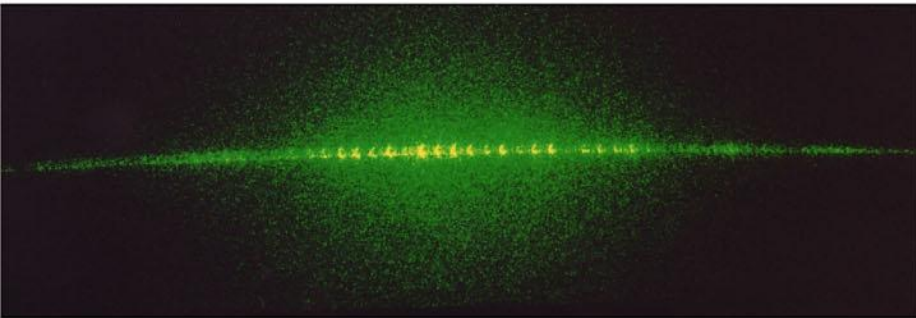
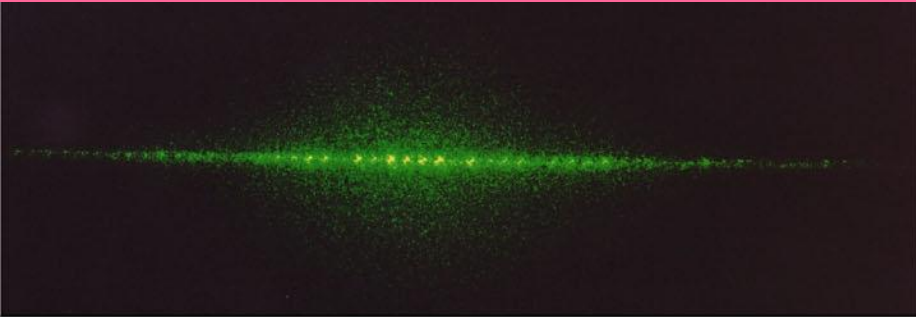
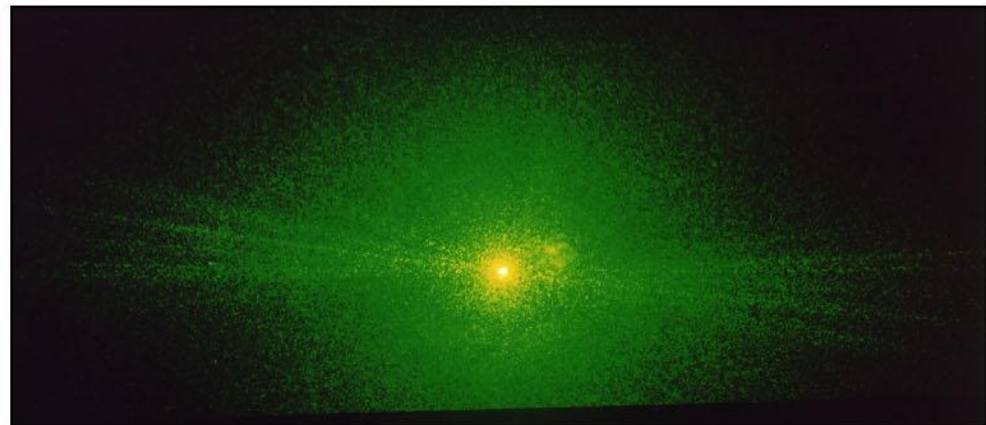
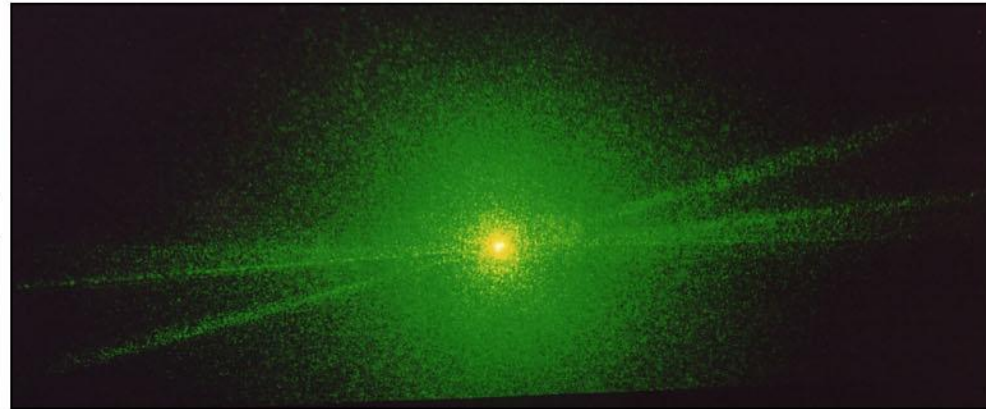


Lámina ordenada

Lámina desordenada



# Elastina

- Está formada por una cadena de aminoácidos con dos regiones: una hidrofóbica constituida por los aminoácidos apolares valina, prolina y glicina, y otra hidrofílica con los aminoácidos lisina y alanina, formando estructuras de tipo hélice alfa. La región hidrofóbica es la que confiere la elasticidad característica a la elastina.



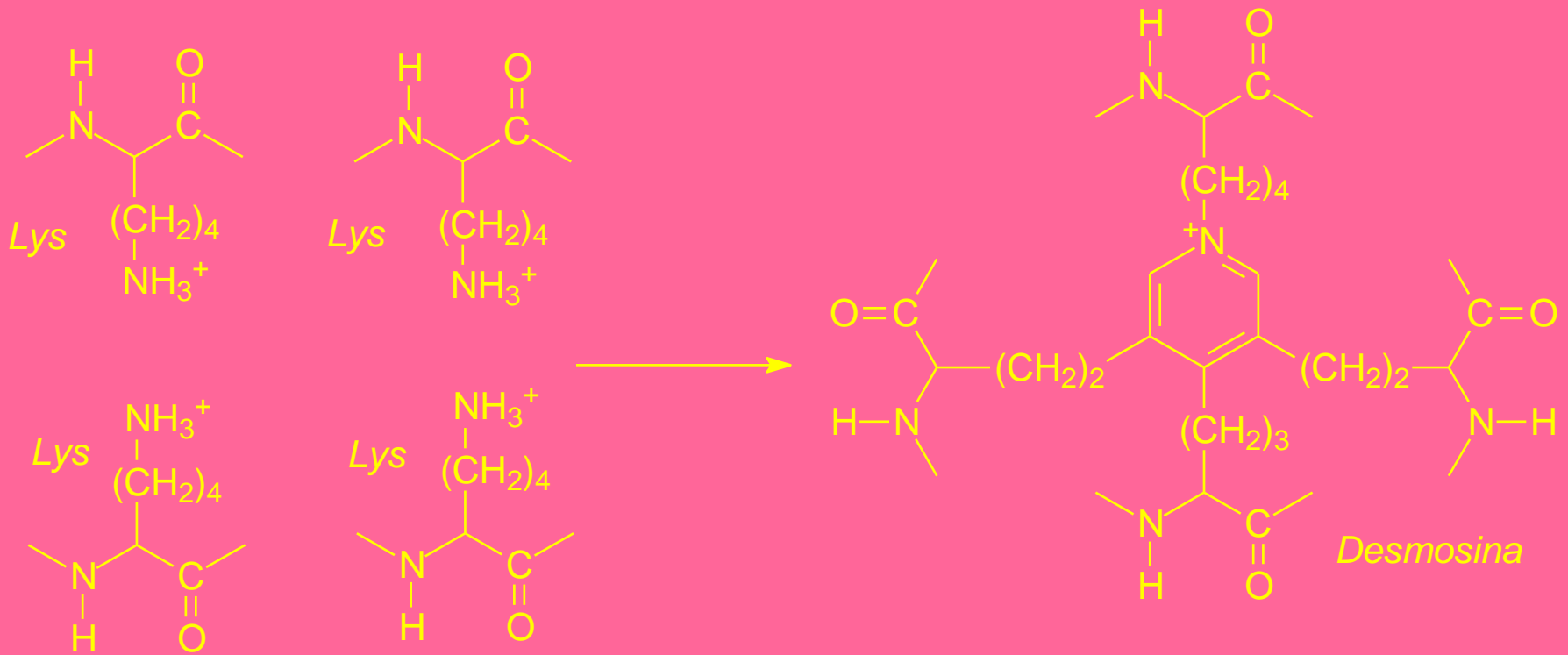
Su biosíntesis sigue la misma ruta que el colágeno; va desde el retículo endoplasmático, se dirige al aparato de Golgi y de ahí hasta las vesículas secretoras. No sufre tantas modificaciones postraduccionales como el colágeno, sin embargo, en la matriz extracelular se da un cambio importante. Allí es captada por las microfibrillas que se encuentran asociadas a la lisil-oxidasa. Esta enzima se encargara de hidroxilar la lisina a alisina (utilizando vitamina C como co-sustrato) permitiendo así el enlace entre los dominios alfa de la proteína (un proceso similar al entrecruzamiento del colágeno). Las redes de fibras de elastina se encuentran inicialmente en un estado "caótico". La tendencia a aumentar la entropía hará que, al aplicar fuerza sobre ellas, se de un ordenamiento de dichas fibras alcanzando una buen grado de compactación.

# Elastina:

Tramos sin estructura definida entrecruzados por desmosina



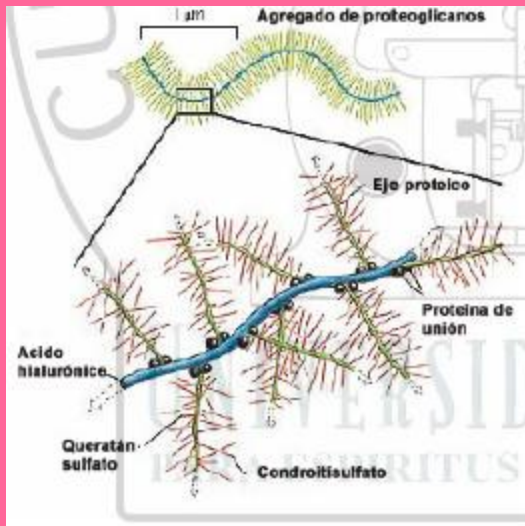




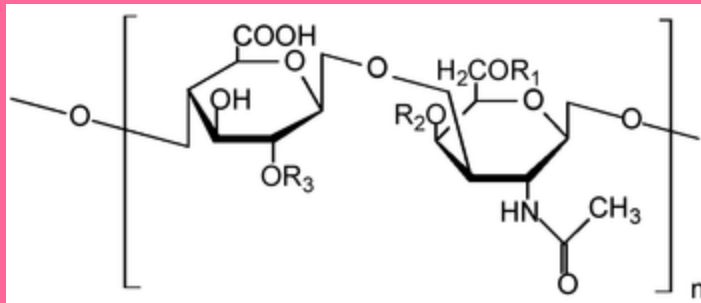
Formación de entrecruzamiento covalente entre cadenas de **elastina** a través de cuatro lisinas, (vía formación de **desmosina**)

# Cartílago hialino

Además de las fibras, el tejido conectivo tiene abundante cantidad de matriz intersticial amorfa. Es un gel semisólido altamente hidratado. Posee además sales y otras sustancias de bajo peso molecular, glicoproteínas de adhesión y proteoglicanos.



Los **glicosaminoglicanos (GAGs)** son **polisacáridos complejos**. Entre los más frecuentes en la matriz intercelular están el **ácido hialurónico** (es el de mayor tamaño y no se encuentra sulfatado), el **condroitínsulfato**, el **dermatánsulfato**, el **heparánsulfato**, la **heparina** y el **queratánsulfato**.



Resistencia a la  
compresión

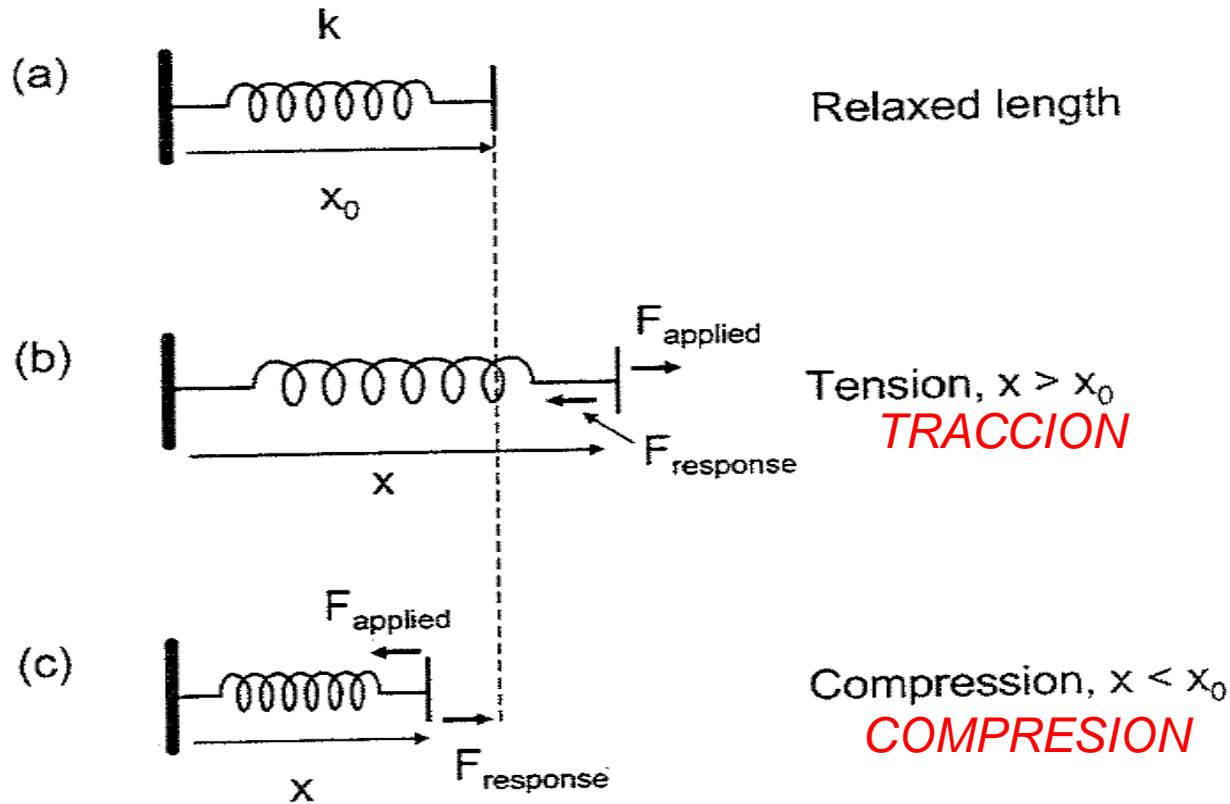
Estructura química de una unidad de cadena de condroitín sulfato. Condroitín-4-sulfato:  $R_1 = \text{H}$ ;  $R_2 = \text{SO}_3\text{H}$ ;  $R_3 = \text{H}$ .  
Condroitín-6-sulfato:  $R_1 = \text{SO}_3\text{H}$ ;  $R_2, R_3 = \text{H}$ .

# BIOFISICA

## CAPITULO 4

### Repaso de las Propiedades Elásticas de los Materiales

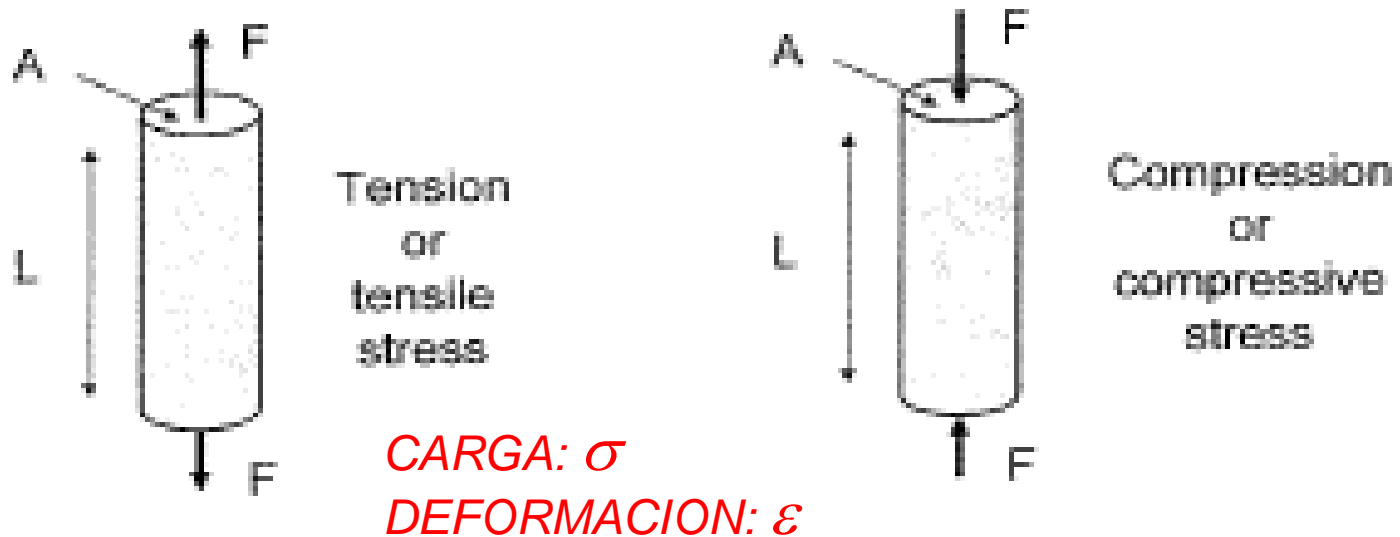
# MODELO DE MATERIALES ELASTICOS, ARMONICOS O DE HOOKE



**Fig. 4.8.** Spring model of elastic materials, (a) relaxed, (b) under tension, (c) under compression. The text calls the material length  $L$  instead of  $x$

$$\left| F_{\text{Aplicada}} \right| = k \left| (x - x_0) \right|$$

# TRACCION Y COMPRESION I



For  $F = \sigma A > 0$ :

$$L > L_0 \text{ and } \varepsilon = (L - L_0)/L_0 > 0$$

*TRACCION*

(a)

For  $F = \sigma A < 0$ :

$$L < L_0 \text{ and } \varepsilon = (L - L_0)/L_0 < 0$$

*COMPRESION*

(b)

Fig. 4.9. Cylinder of relaxed length  $L_0$  (a) under tension and (b) under compression

# TRACCION Y COMPRESION II

$$\frac{|F_{Aplicada}|}{A_{Cilindro}} = \frac{kL_0}{A_{Cilindro}} \times \frac{L - L_0}{L_0}$$

$$\frac{|F_{Aplicada}|}{A_{Cilindro}} = \sigma \quad \text{Carga}$$

$$\frac{kL_0}{A_{Cilindro}} = Y \quad \text{Módulo de Young}$$

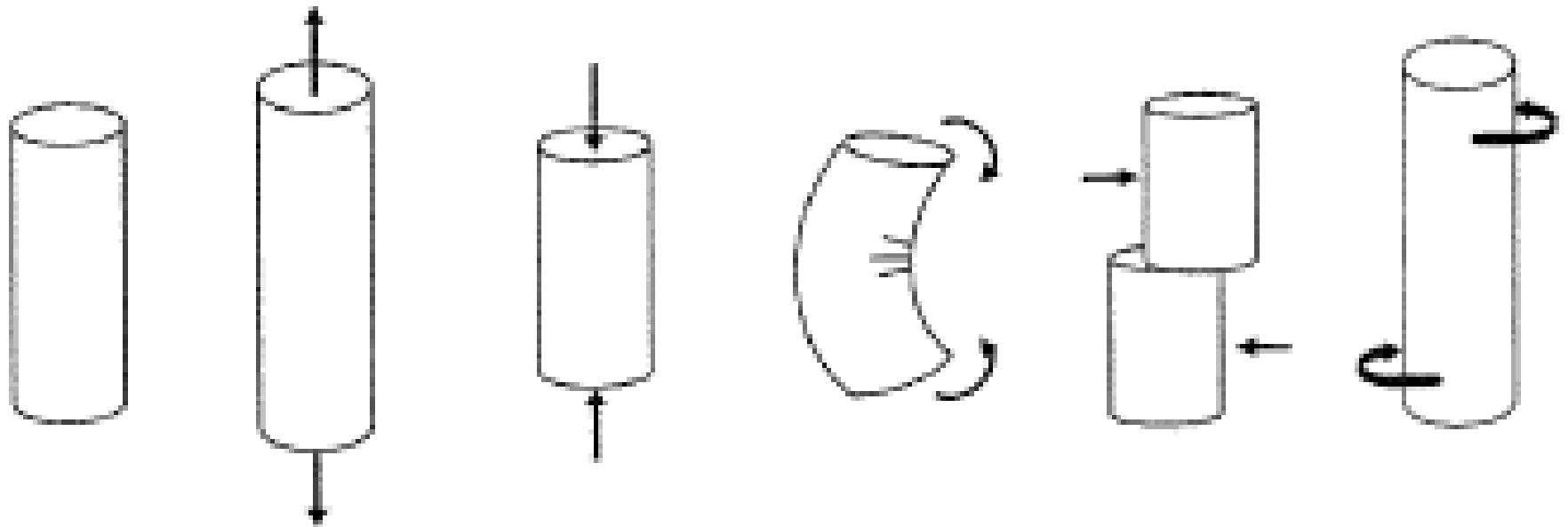
$$\frac{L - L_0}{L_0} = \varepsilon \quad \text{Deformación relativa}$$

$$\frac{L - L_0}{L_0} = \varepsilon = \frac{L}{L_0} - 1 = \lambda - 1$$

$\lambda$  Deformación de Lagrange



# DIVERSOS MODOS DE CARGA



Unloaded  
*Sin carga*

Tension  
*Tracción*

Compression  
*Compresión*

Bending  
*Flexión*

Shear  
*Corte*

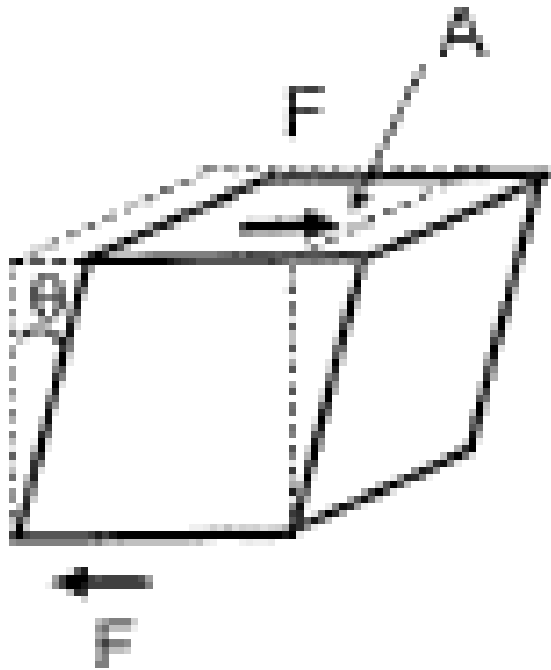
Torsion  
*Torsión*

Fig. 4.10. Schematic of various loading modes. (Based on [222])

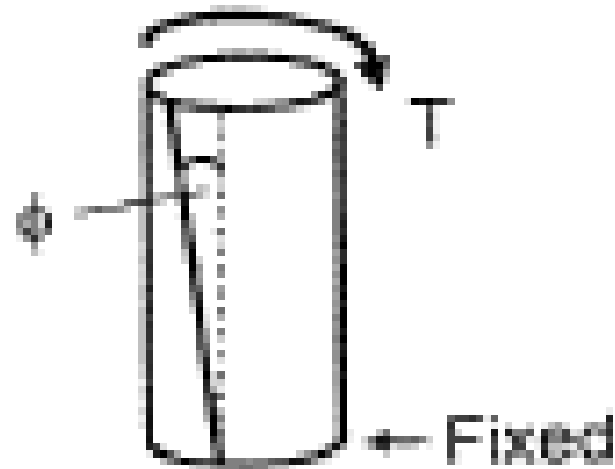
*Flexión o  
Pandeo*

*Corte o  
Cizalladura*

# CIZALLADURA Y TORSION



(a) Shear  
*Corte*



(b) Torsion

Fig. 4.11. Shear and torsion forces

$$\frac{F}{A} = \tau$$

$\tau$  Carga

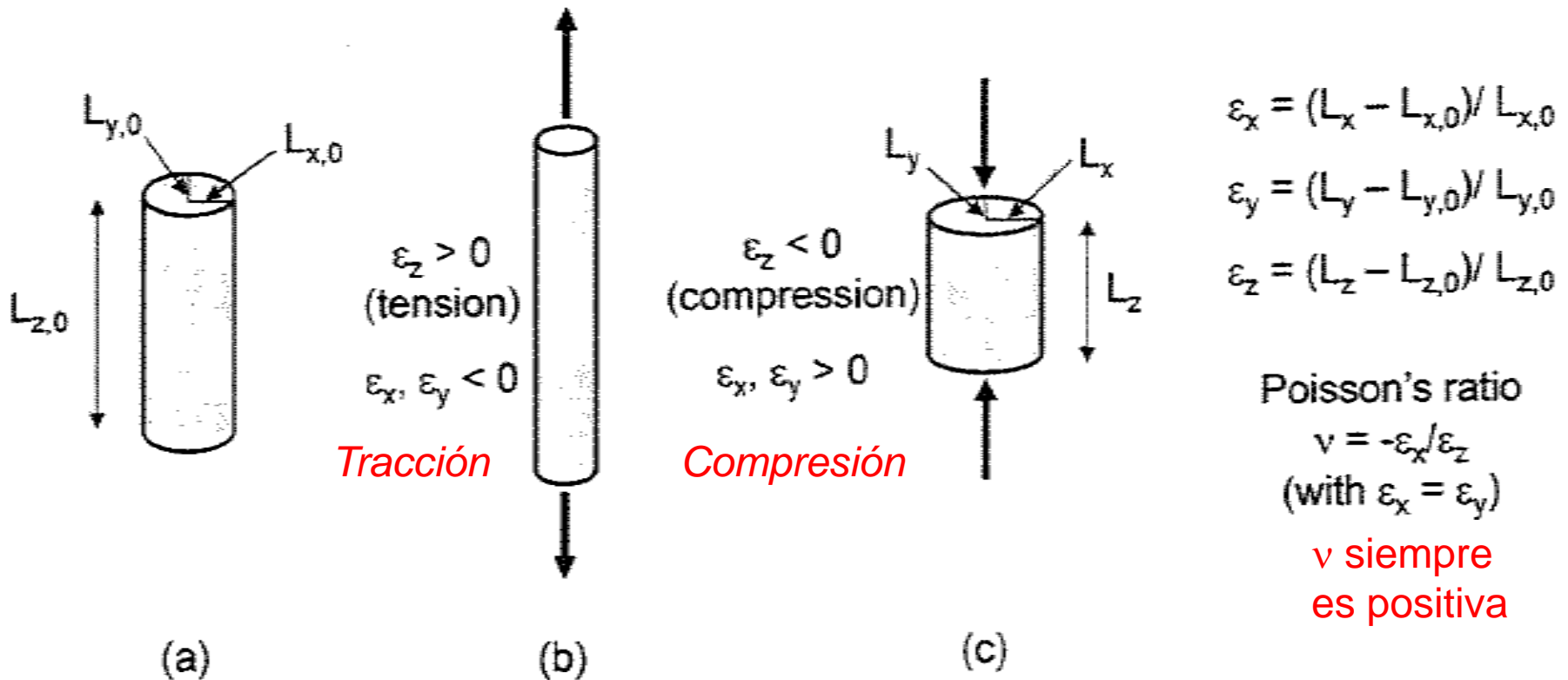
$$\text{tg } \theta \approx \theta = \gamma$$

$\gamma$  Deformación

$$\tau = G \times \gamma$$

$G$  Módulo de Corte

# CAMBIOS DIMENSIONALES



**Fig. 4.12.** Changes in lateral dimensions during (b) tension and (c) compression, as determined by Poisson's ratio, compared to those with no forces applied in (a)

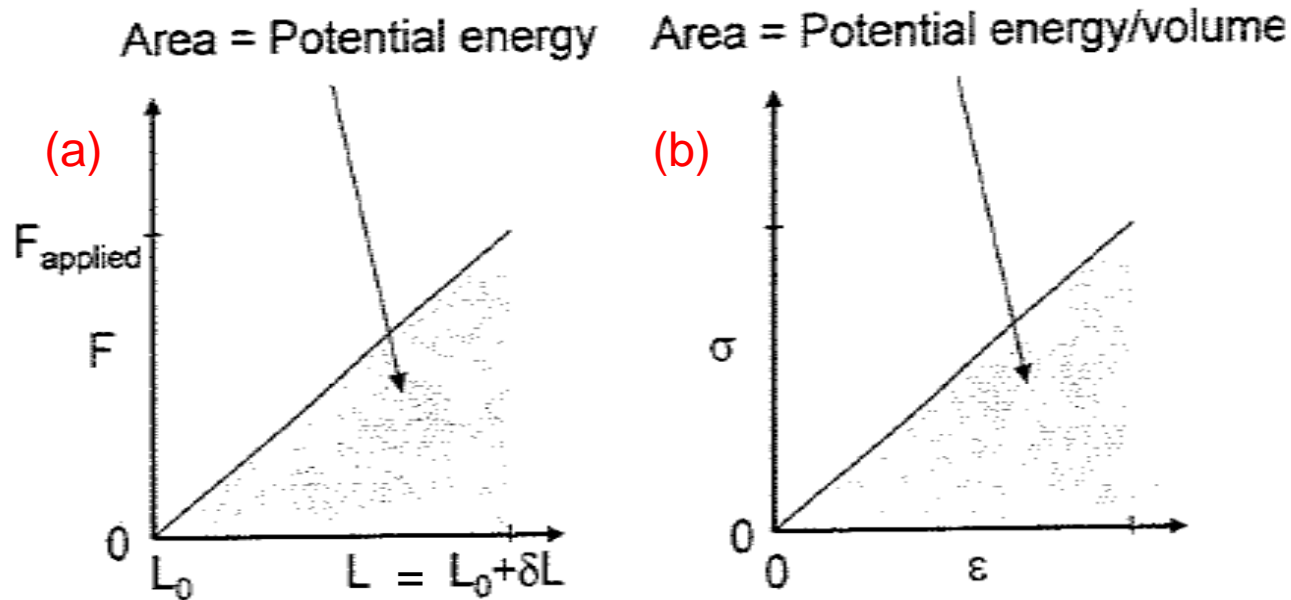
# ENERGIA POTENCIAL Y DENSIDAD DE ENERGIA POTENCIAL EN UN SISTEMA ARMONICO

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} k (L - L_0)^2 = \frac{1}{2} \frac{YA}{L_0} (\varepsilon L_0)^2 =$$

$$= \frac{1}{2} Y \varepsilon^2 AL_0 = \frac{1}{2} Y \varepsilon^2 V = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{Y} V = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon V.$$

$$\frac{E_p}{V} = \frac{1}{2} Y \varepsilon^2 = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{Y} = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon.$$

# RELACION FUERZA-ALARGAMIENTO Y CARGA-DEFORMACION PARA UN SISTEMA ARMONICO

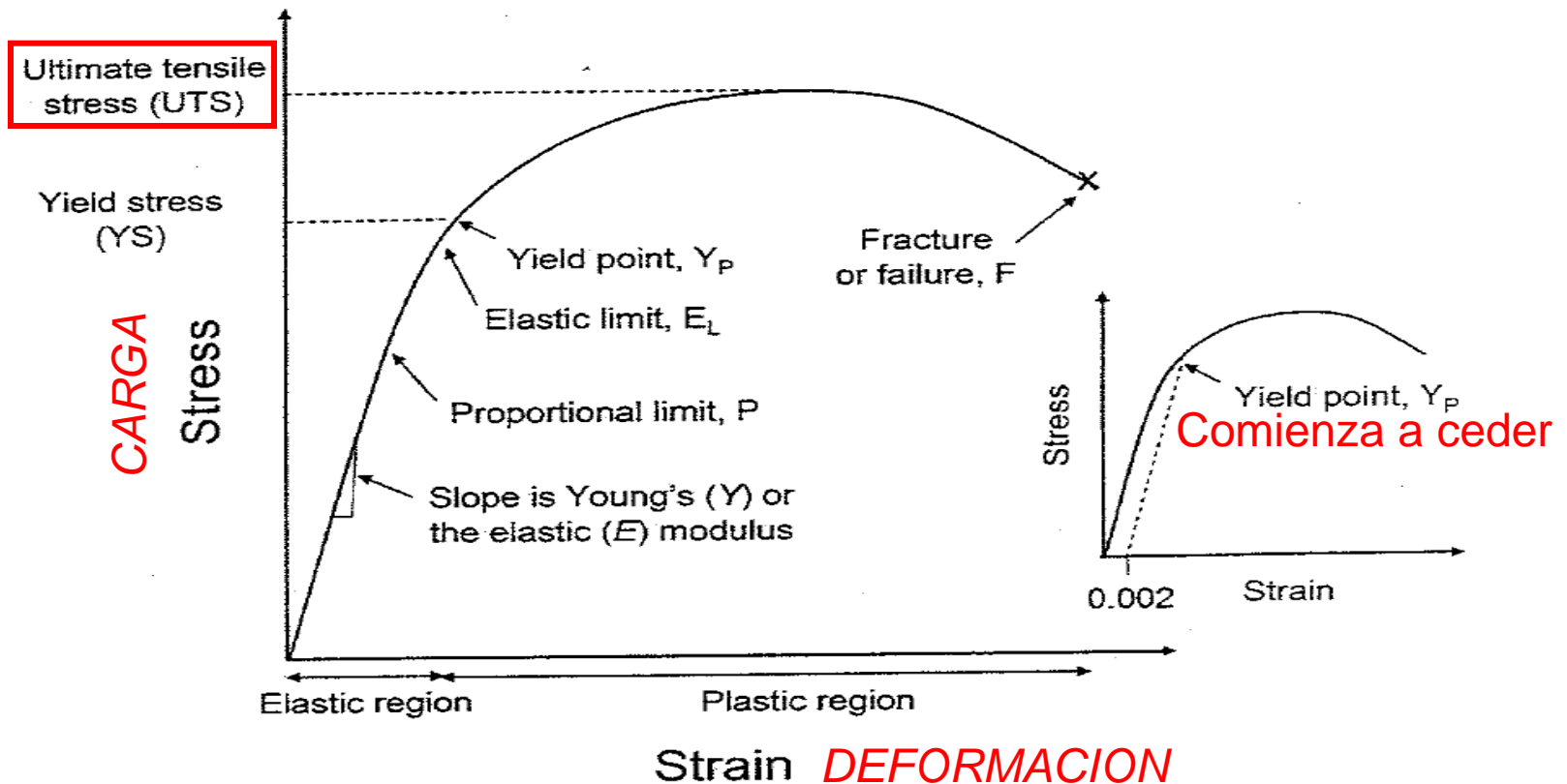


$$E_p = \frac{1}{2} k (L - L_0)^2 = \frac{1}{2} k (L - L_0)(L - L_0) = \frac{1}{2} F \times \delta L$$

$$\frac{E_p}{V} = \frac{1}{2} \sigma \epsilon$$

**Fig. 4.13.** Potential energy from area under (a) force-length and (b) stress-strain curves for a harmonic system

# DESVIACIONES DE LA LEY DE HOOKE



**Fig. 4.15.** General stress-strain relationship. The **engineering stress** is plotted here, which is the force divided by the initial area; it decreases after the UTS. The **true stress**, which is the force divided by the actual area increases after the UTS, due to the necking of the material. The inset shows the offset method to determine the yield point



# CURVAS DE CARGA-DEFORMACION PARA VARIOS TIPOS DE MATERIALES II

## DEFINICIONES

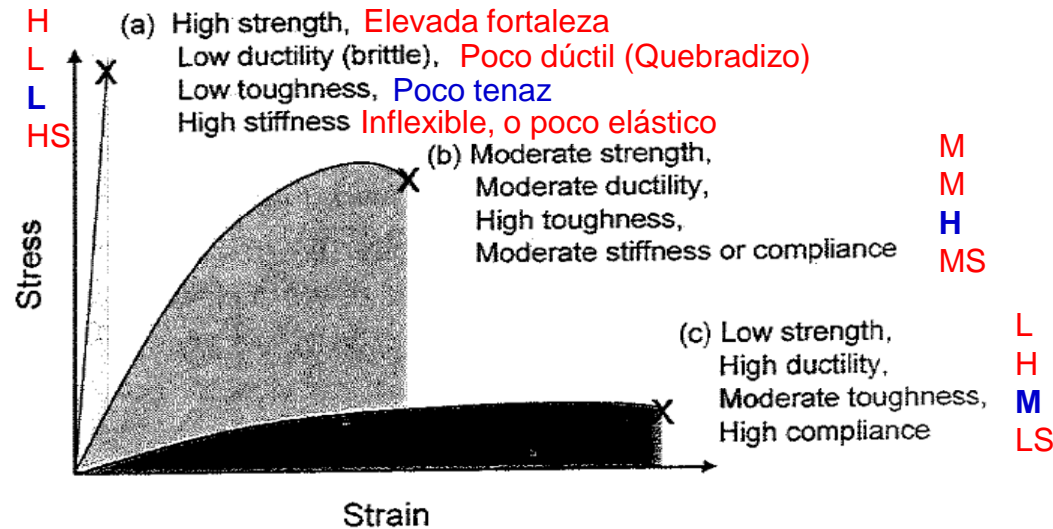
**Strength** o resilience (Resiliencia o **Fortaleza**): Propiedad reológica de los materiales que depende del máximo de energía que un volumen unitario puede absorber como energía libre sin sufrir alteraciones dimensionales o estructurales.

**Ductility** (**Dúctil** o, por extensión, **Maleable**): Propiedad de algunos materiales, como los metales, de ser extrudados para producir alambres o, por extensión, de ser laminados.

**Toughness** (**Tenacidad**): Propiedad de los materiales a resistir las deformaciones o las roturas. Pueden absorber mucha energía antes de romperse (más allá del **Strength**).

**Stiffness** (**Inflexible**): Propiedad de los materiales de resistir a la flexión.

# CURVAS DE CARGA-DEFORMACION PARA VARIOS TIPOS DE MATERIALES I



**Fig. 4.16.** Stress–strain curves of different types of materials with different levels of strength, ductility, and toughness. The engineering stress is plotted here. Strong materials fracture at very large ultimate tensile (or compressive) stress (UTS or UCS) (in Pa). Brittle materials have a small ultimate percent elongation (UPE) (unitless) and ductile materials have a large UPE. Tough materials can absorb much energy (when work is done on them) before they fracture, and so have a large work of fracture  $W_F$  (in  $J/m^2$ ). Stiffer or less elastic materials have a larger Young’s modulus  $Y$  (in Pa)

UTS: *Ultimate Tensile Stress (Carga de Tracción Final).*

UCS: *Ultimate Compressive Stress (Carga de Compresión Final).*

UPE: *Ultimate Percent Elongation (Porcentaje de Elongación Final).*

# CURVAS DE CARGA-DEFORMACION PARA VARIOS TIPOS DE MATERIALES III

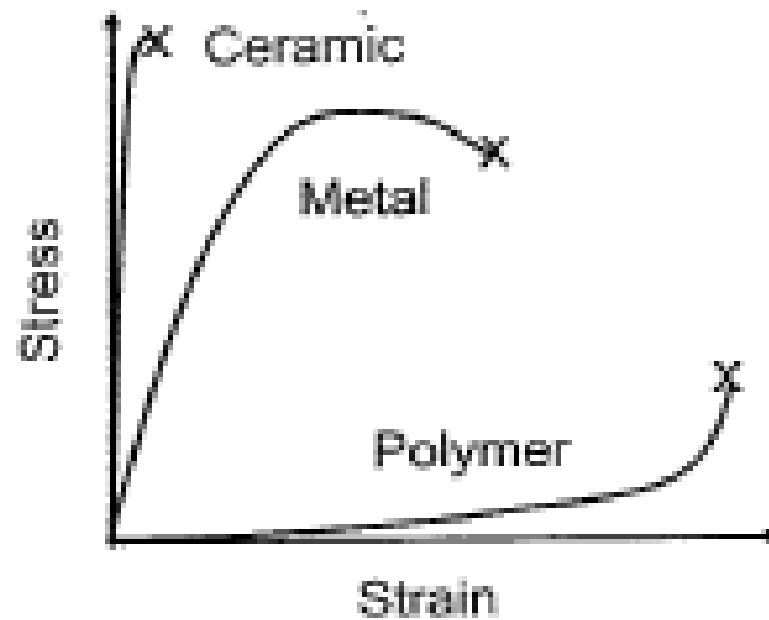


Fig. 4.17. Stress-strain curves for different types of materials under tension

# CURVAS DE CARGA-DEFORMACION PARA TRES HUESOS LARGOS

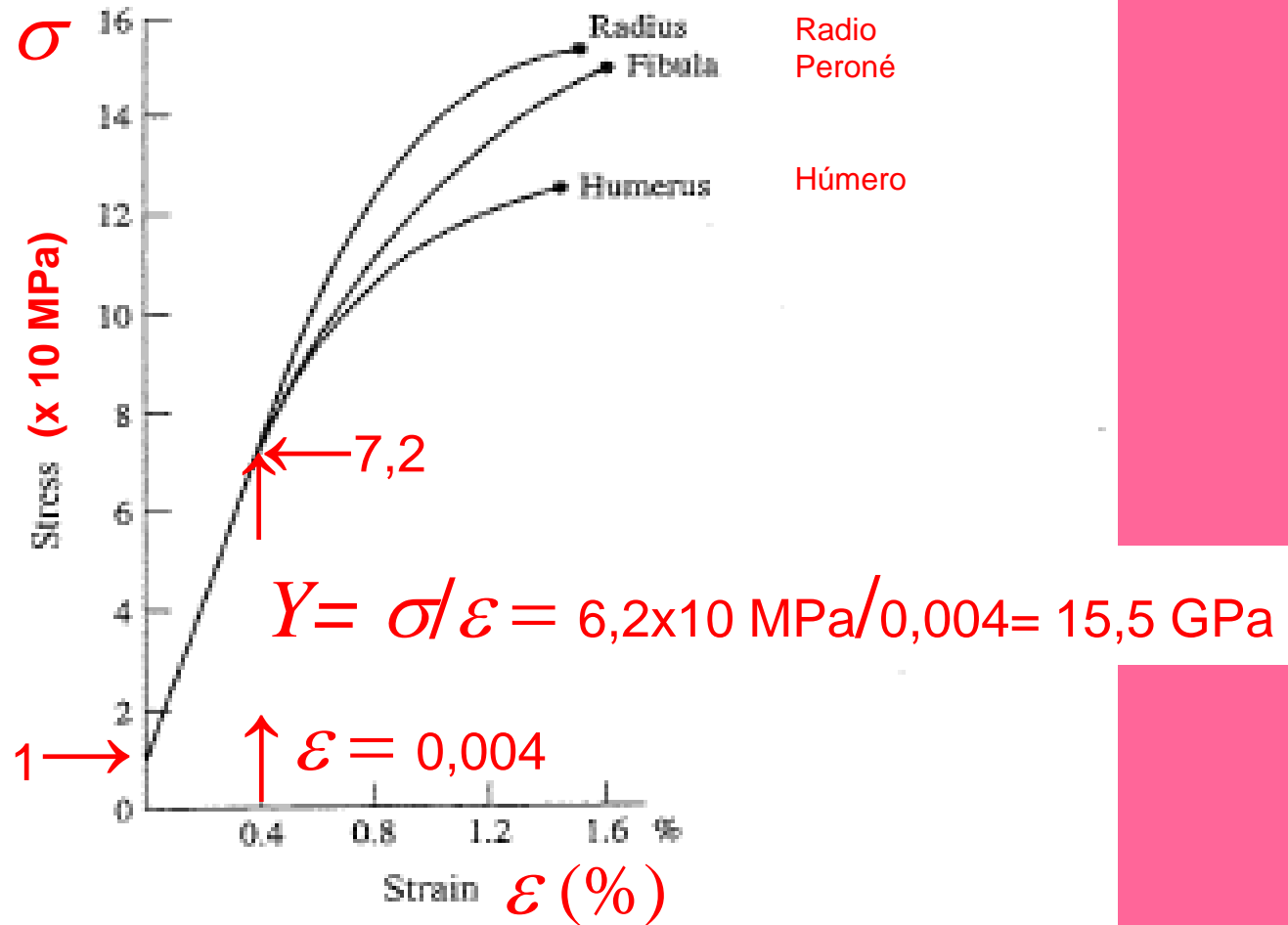


Fig. 4.18. Stress-strain curves under tension for wet limb bones of persons between 20 and 39 years of age. The closed circles are the fracture points. (From [182], based on [236]) (1970) (2000)

# PROPIEDADES MECANICAS DE ALGUNOS MATERIALES

**Table 4.1.** Mechanical properties of common materials. (Using data from [186, 201])

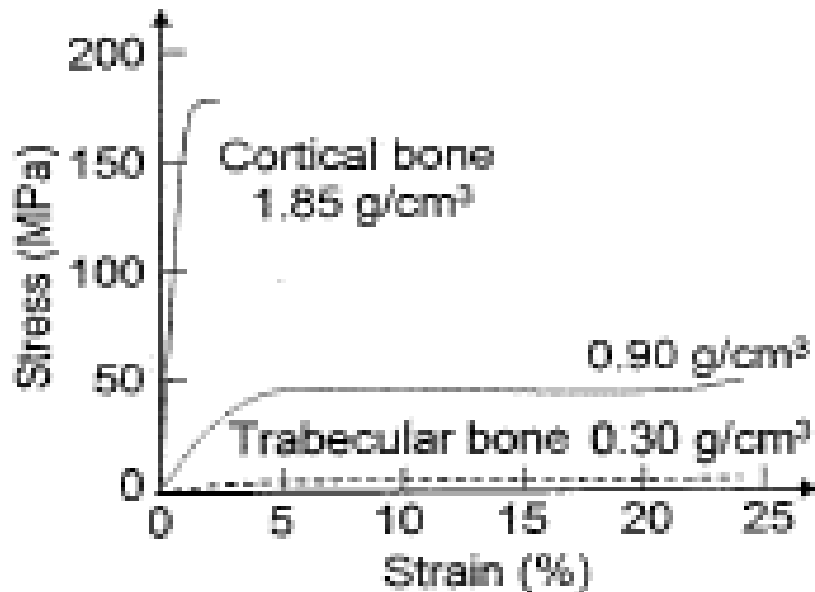
201. R.W. Hertzberg: *Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials*, 4th edn (Wiley, New York 1996)  
 186. J.R. Cameron, J.G. Skofronick, R. Grant: *Physics of the Body*, 2nd edn (Medical Physics, Madison, WI 1999)

material	$Y$ ( $\times 10^3$ MPa = GPa)	UCS (MPa)	UTS (MPa)
hard steel	207	552	827
rubber	0.0010	-	2.1
nylon 66	1.2-2.9	-	59-83
gold	78	-	-
tungsten	411	-	-
granite	51.7	→ 145	4.8
concrete	→ 16.5	21	2.1
oak	10.0	59	→ 117
fused quartz	73	-	69
diamond	965	-	-
porcelain	-	552	85
alumina (85% dense)	220	1,620	125
alumina (99.8% dense)	385	2,760	205
compact bone	→ 17.9	→ 170	→ 120
trabecular bone	0.076	2.2	-

UCS: *Ultimate Compressive Stress (Carga de Compresión Final).*

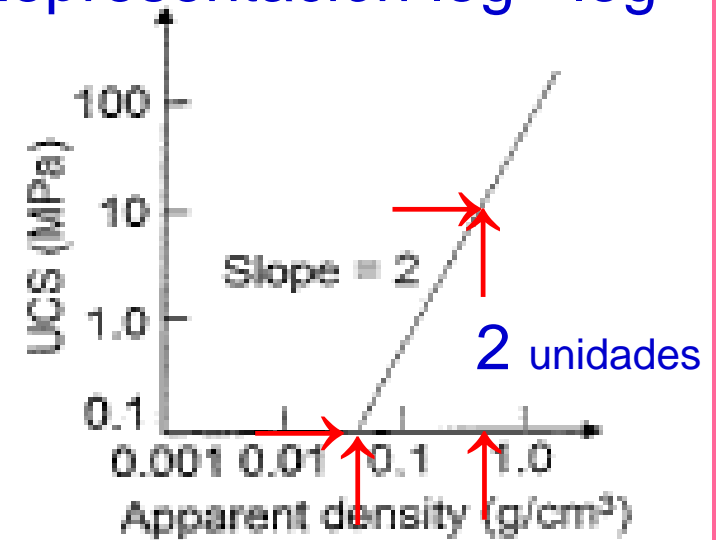
UTS: *Ultimate Tensile Stress (Carga de Tracción Final).*

# PROPIEDADES MECANICAS DE HUESOS I



(a)

## Representación log - log



(b)

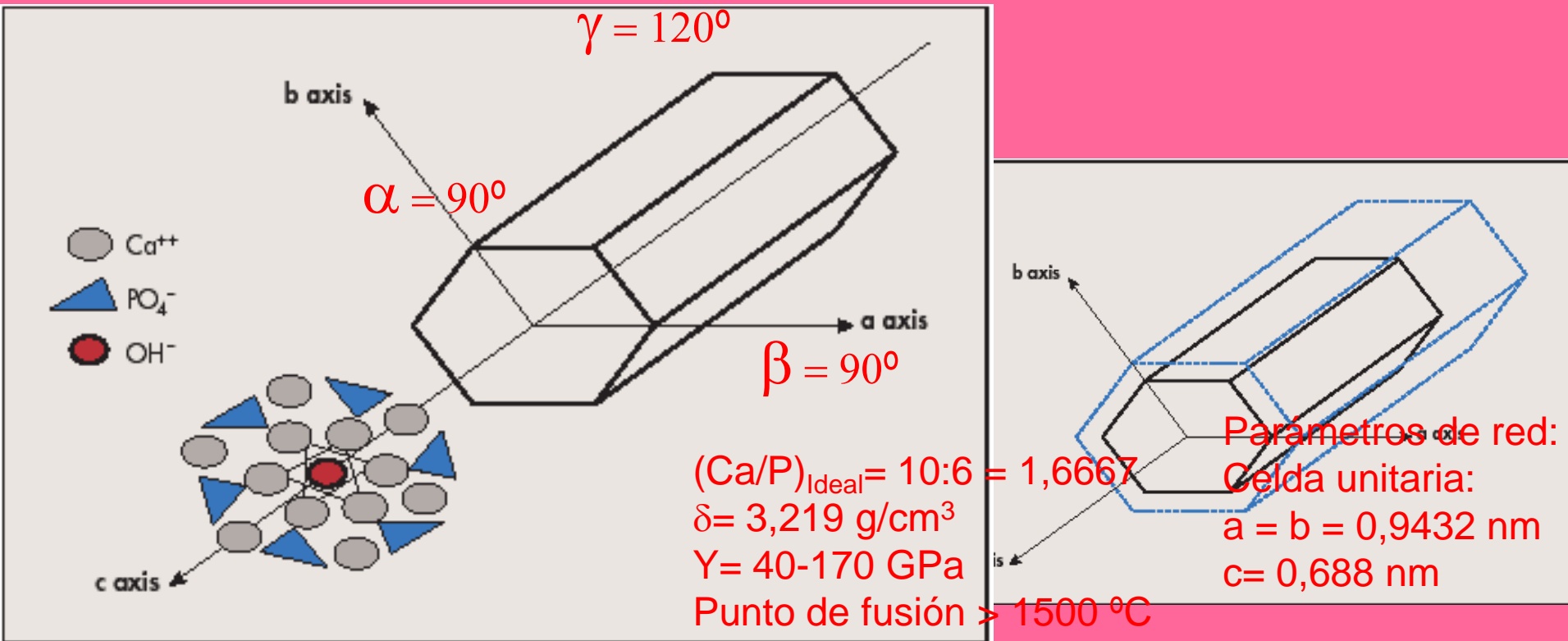
Fig. 4.19. Mechanical properties of bone as a function of apparent density. (a) Stress-strain of different densities of bones under compression. (b) UCS of trabecular bone vs. bone density. (Based on (a) [197, 206], and (b) [180, 206])

UCS: *Ultimate Compressive Stress (Carga de Compresión Final).*

La UCS se reduce con el cuadrado de la densidad del hueso: Osteoporosis.

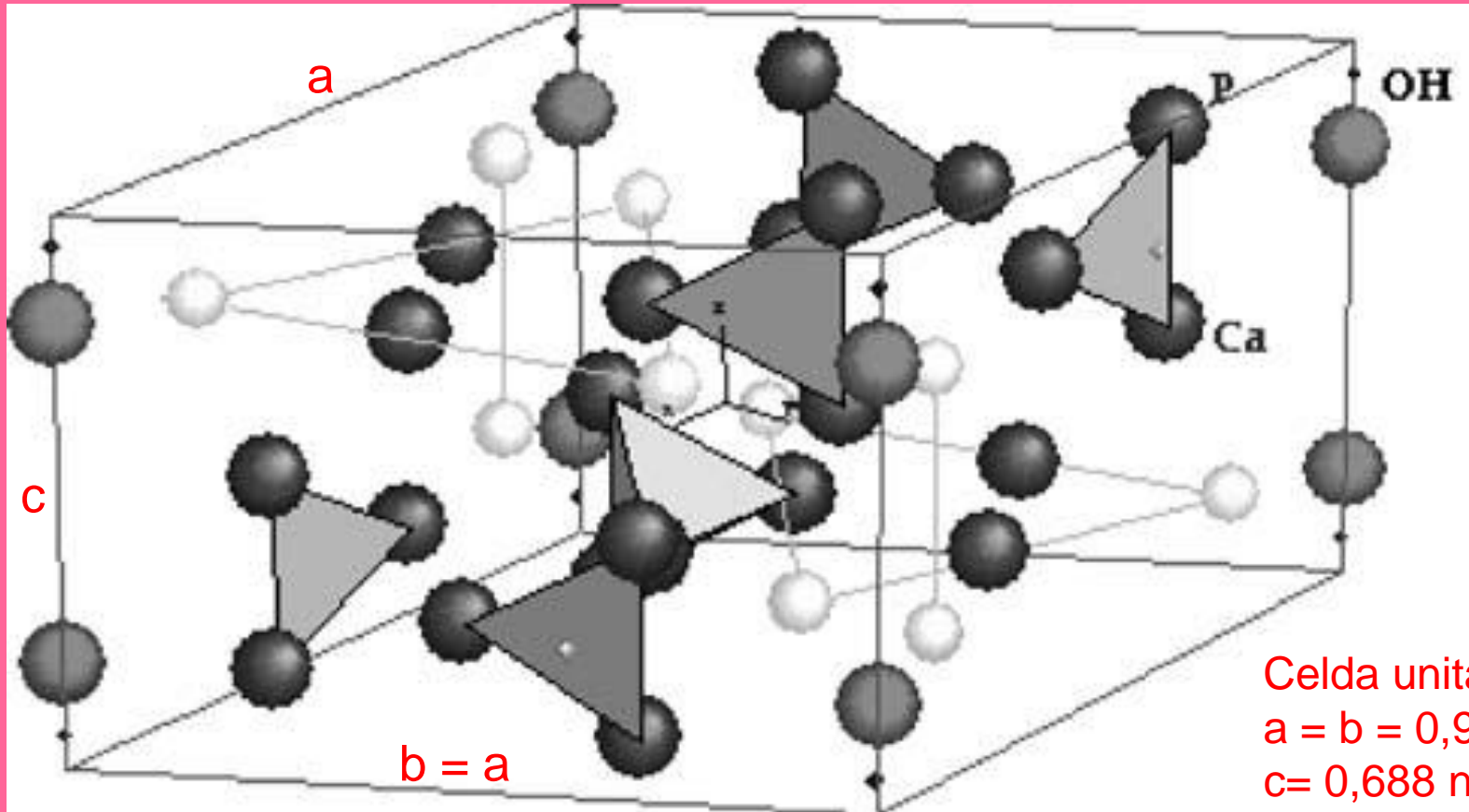


# CRISTALES DE HIDROXIAPATITA I



Mature bone tissue is composed of 60% to 70% (dry weight) of mineral substance and 30% to 40% of organic matrix, mainly (85%-90%) of type I collagen fibrils. Mineral substance is crystallized as **nonstoichiometric** carbonated hydroxyapatite ionic crystals of small size (5 nm x 5 nm x 40 nm).

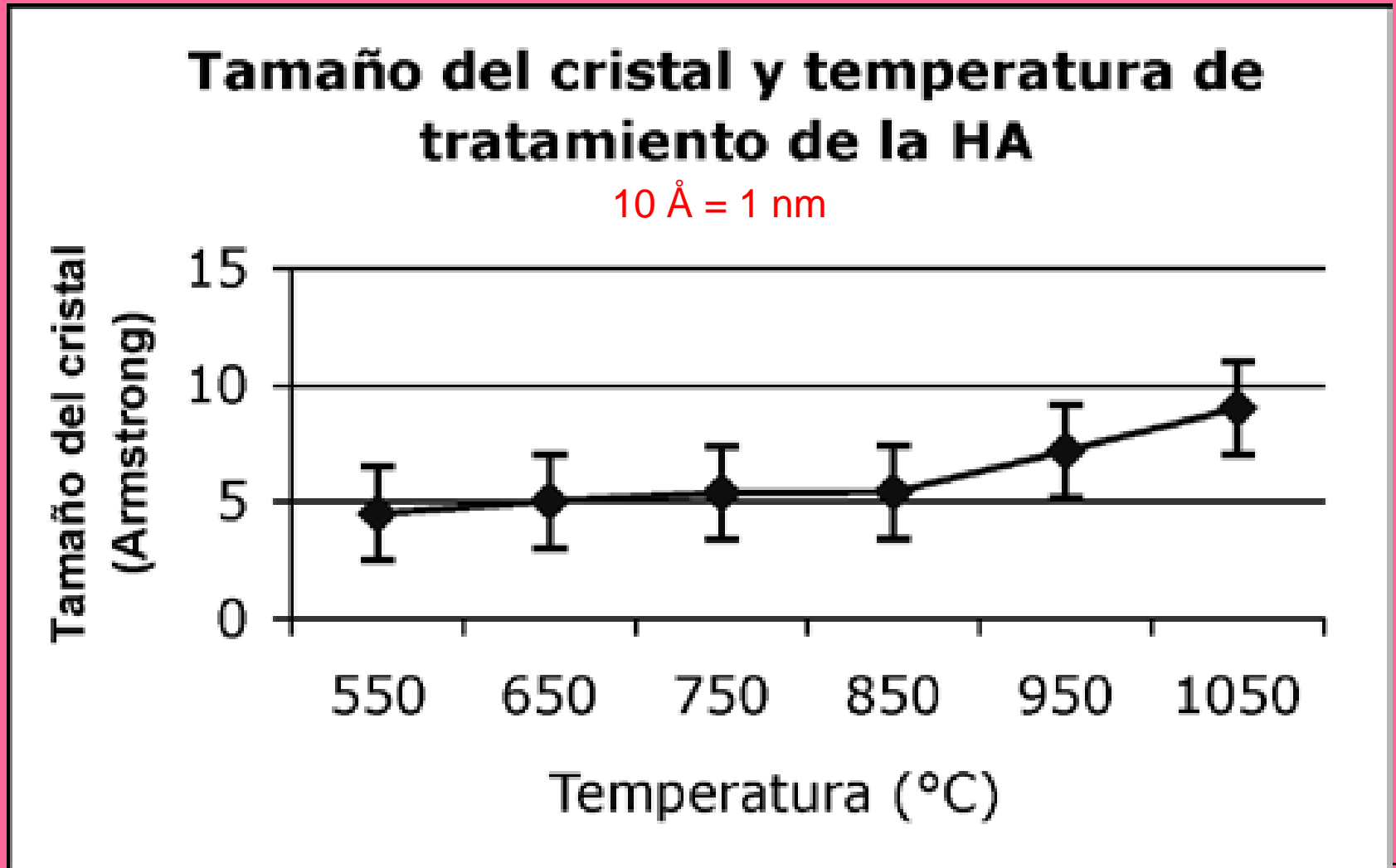
# CRISTALES DE HIDROXIAPATITA II



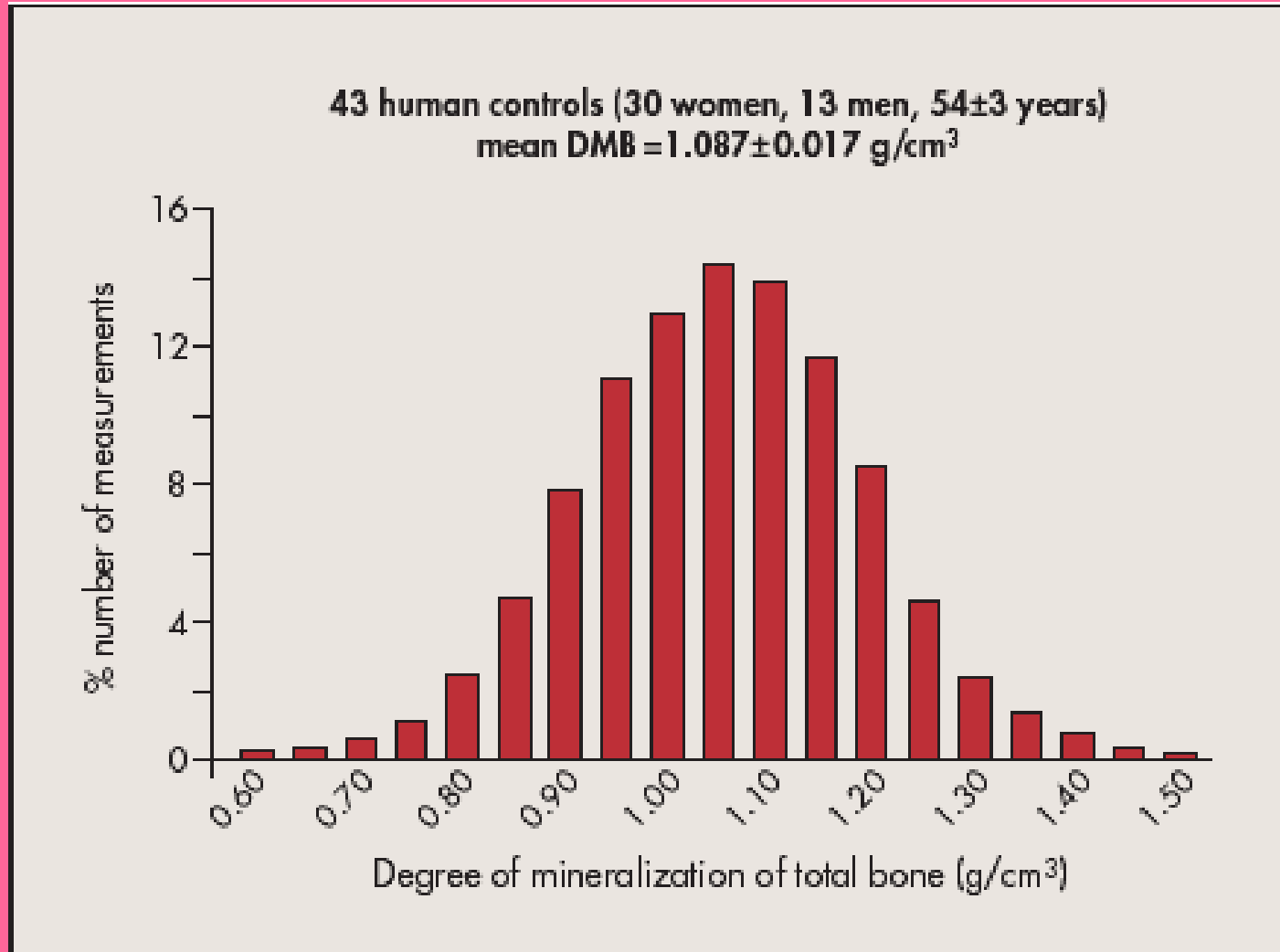
Estructura de una HA:  $\text{Ca}_{10-x}(\text{HPO}_4)_x(\text{PO}_4)_{6-x}(\text{OH})_{2-x}$ ,  
**no estequiométrica** con  $0 < x < 1$ .

Departamento de Química, Universidad de Moscú.

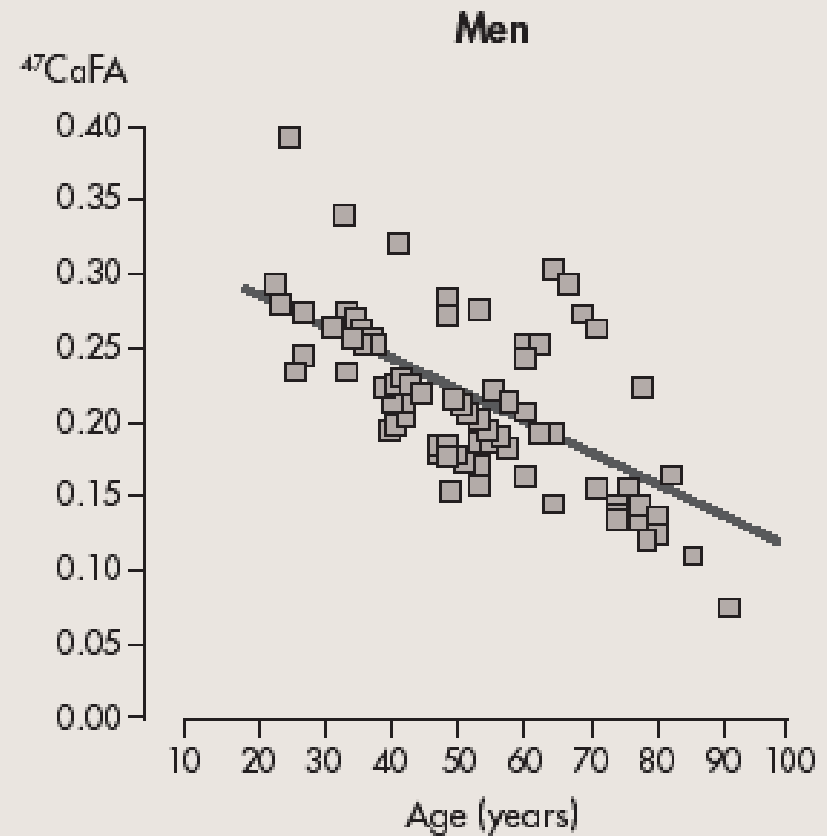
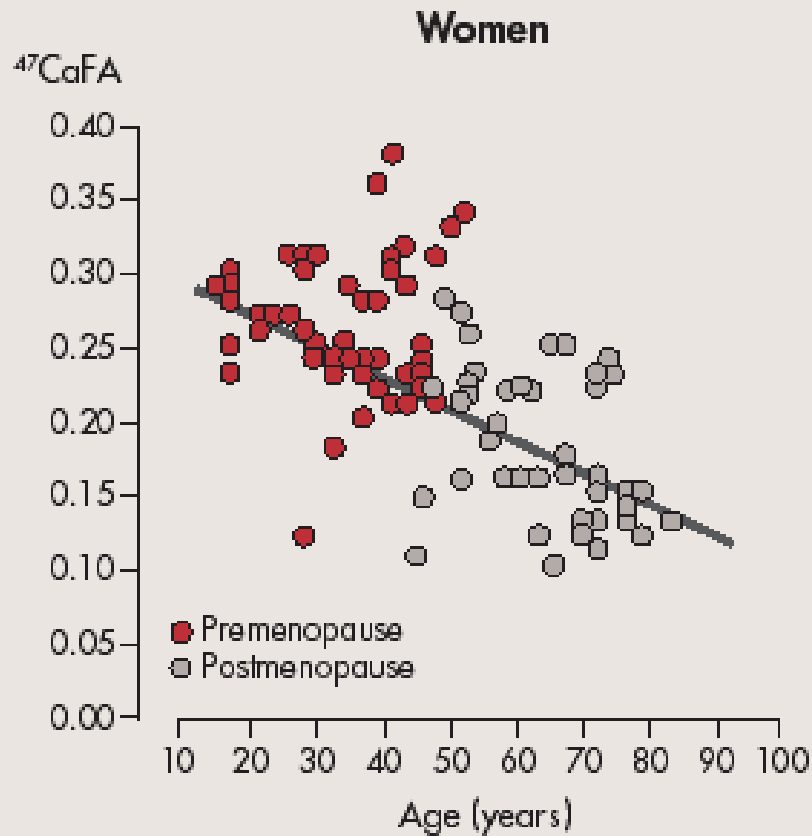
# CRISTALES DE HIDROXIAPATITA III



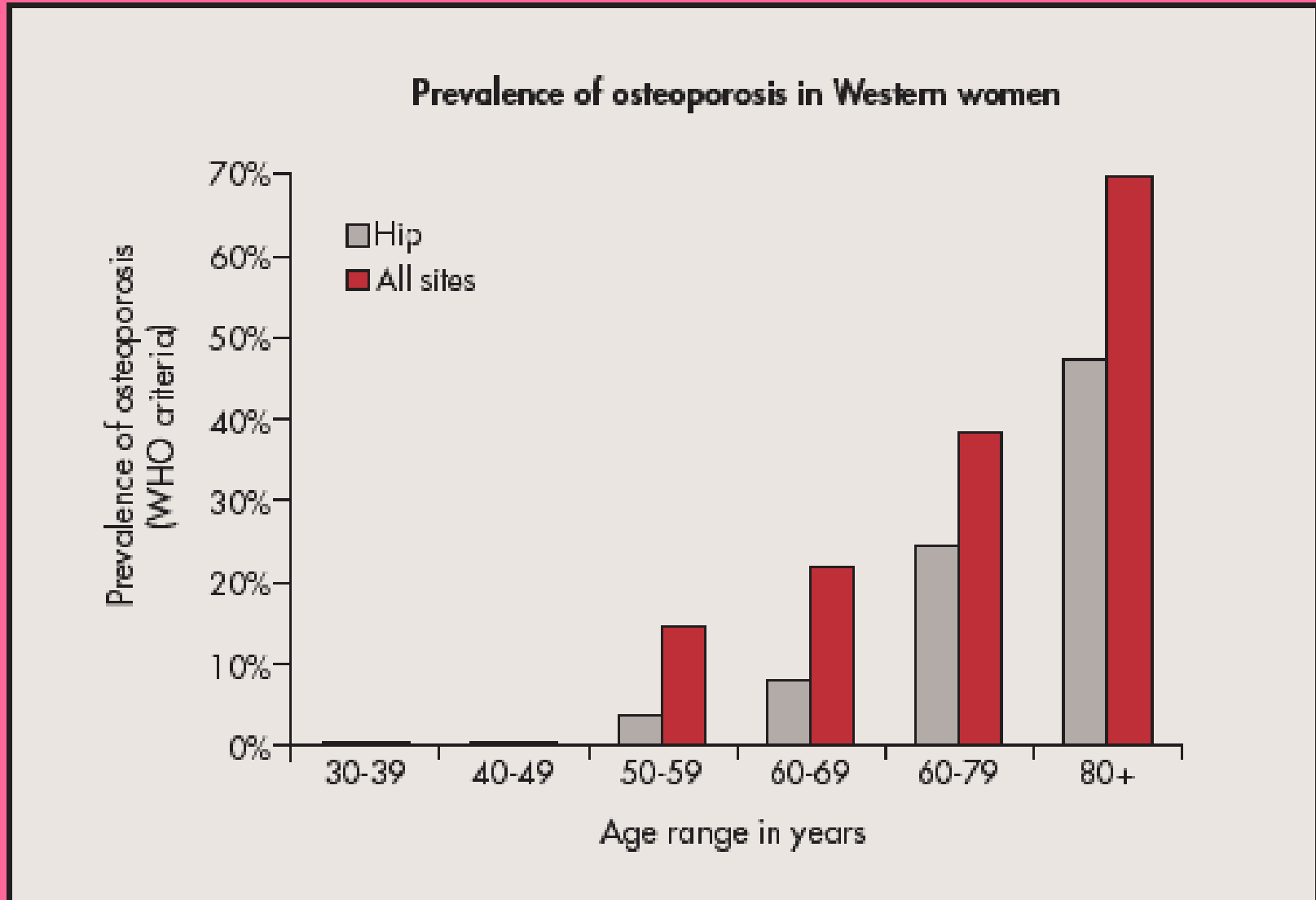
# MINERALIZACION DE LOS HUESOS I



# MINERALIZACION DE LOS HUESOS II

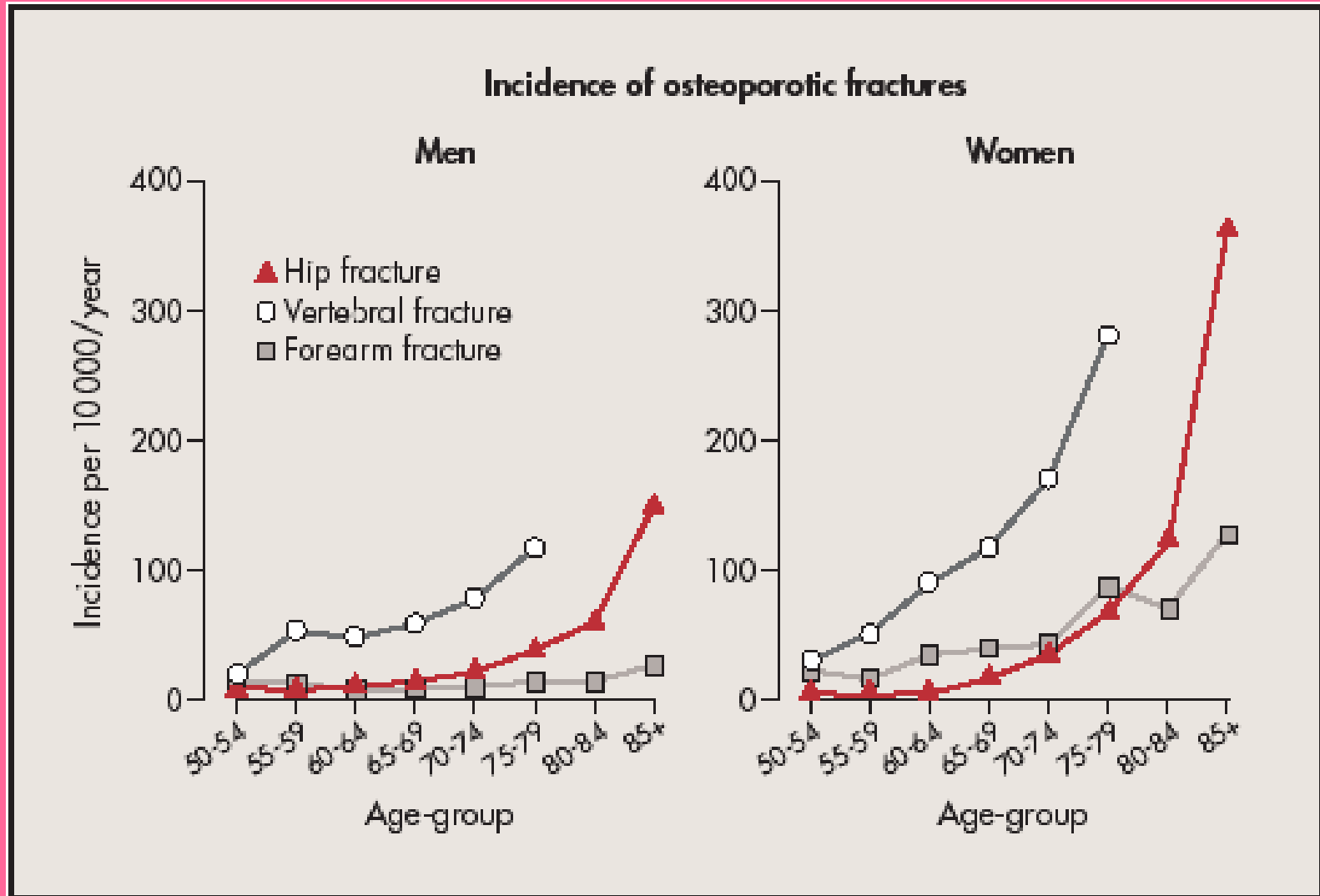


# MINERALIZACION DE LOS HUESOS III





# MINERALIZACION DE LOS HUESOS IV



# PROPIEDADES MECANICAS DE HUESOS, TENDONES, CARTILAGOS Y LIGAMENTOS

$UTS_{\text{Tendón}} = 100 \text{ MPa}$

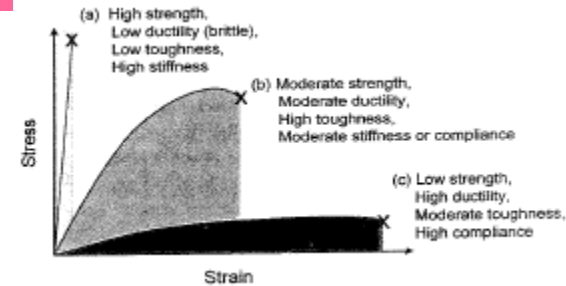
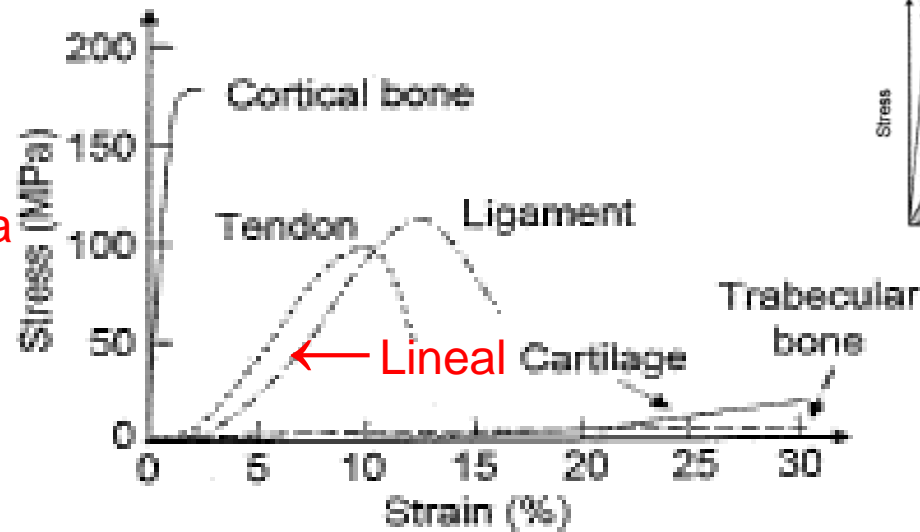


Fig. 4.20. Typical stress-strain of cortical and trabecular bone, cartilage, ligaments, and tendons under tensile loading. For some structural materials, the stress-strain relations are very different for different types of the material, such as for cartilage. (Based on [180, 236])

UTS: *Ultimate Tensile Stress (Carga de Tracción Final).*

# TENDON DE AQUILES

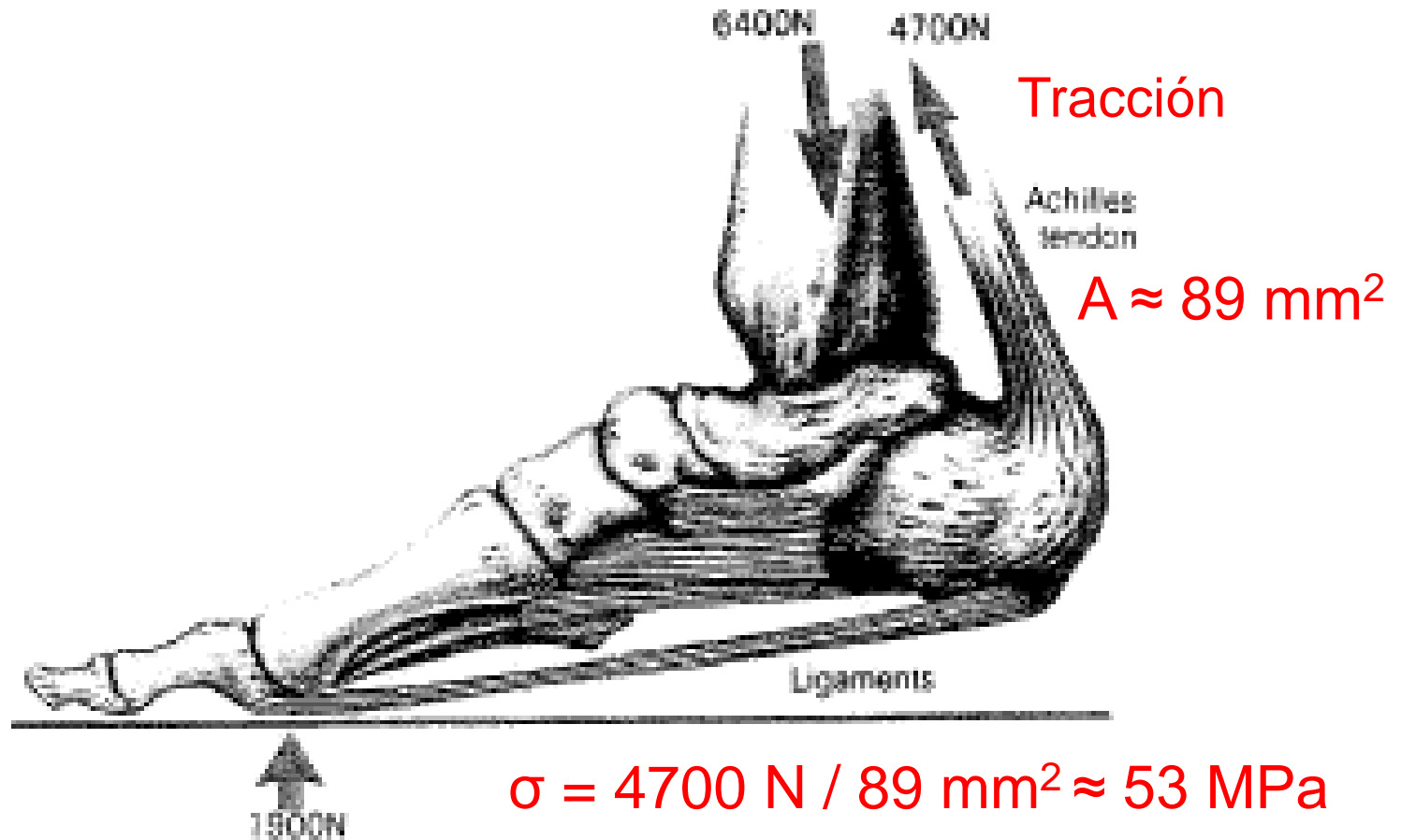


Fig. 3.33. Peak forces on foot during running stride. (From [99]. Copyright 1992 Columbia University Press. Reprinted with the permission of the press)

# PROPIEDADES MECANICAS DE ALGUNOS TEJIDOS

Table 4.2. Elastic properties of organs under tension (human, unless otherwise specified). (Determined using [236])

236. H. Yamada: *Strength of Biological Materials* (Williams & Wilkins, Baltimore 1970)

organ	UTS (MPa)	UPE (%)	Y (MPa)
hair (head)	197	40	12,000
dentin (wet teeth) (compression)	162	4.2	6,000
femoral compact bone (compression)	162	1.8	10,600
femoral compact bone	109	1.4	10,600
tendons (calcaneal =Achilles)	54	9.0	250
nail	18	14	160
nerves	13	18	10
intervertebral disc (compression)	11	32	6.0
skin (face)	3.8	58	0.3
vertebrae	3.5	0.8	410
elastic cartilage (external ear)	3.1	26	4.5
hyaline cartilage (synovial joints)	2.9	18	24
intervertebral disc	2.8	57	2.0
cardiac valves	2.5	15	1.0
ligaments (cattle)	2.1	130	0.5
gall bladder (rabbit)	2.1	53	0.05
umbilical cord	1.5	59	0.7
vena cava (longitudinal direction)	1.5	100	0.04
wet spongy bone (vertebrae)	1.2	0.6	200
coronary arteries	1.1	64	0.1
large intestine (longitudinal direction)	0.69	117	0.02
esophagus (longitudinal direction)	0.60	73	0.03
stomach (longitudinal direction)	0.56	93	0.015
small intestine (longitudinal direction)	0.56	43	0.2
skeletal muscle (rectus abdominis)	0.11	61	0.02
cardiac muscle	0.11	64	0.08
liver (rabbit)	0.024	46	0.02

UTS: *Ultimate Tensile Stress*  
(Carga de Tracción Final).

UPE: *Ultimate Percent Elongation*  
(Porcentaje de Elongación Final).

The Young's modulus is given in the low strain limit.

# PROPIEDADES MECANICAS DE HUESOS CORTICALES

Table 4.3. Mechanical properties of human cortical bone. (Using data from [210])

210. R.B. Martin, D.B. Burr, N.A. Sharkey: *Skeletal Tissue Mechanics* (Springer, Berlin Heidelberg New York 1998)

Young's modulus, $Y$ (GPa)	
longitudinal	17.4
transverse	9.6
bending	14.8
shear modulus (GPa)	3.51
Poisson's ratio	0.39
yield stress (MPa)	
tensile - longitudinal	115
compressive - longitudinal	182
compressive - transverse	121
shear	54
ultimate stress (MPa)	
tensile - longitudinal	133
tensile - transverse	51
compressive - longitudinal	195
compressive - transverse	133
shear	69
bending	208.6
ultimate strain	
tensile - longitudinal	0.0293
tensile - transverse	0.0324
compressive - longitudinal	0.0220
compressive - transverse	0.0462
shear	0.33
bending	(0.0178 bovine)

$$v_{TL/CT} = 0,634$$

$$v_{CL/TT} = 0,679$$

# PROPIEDADES FISICAS DE DIFERENTES TIPOS DE TEJIDOS OSEOS

Table 4.5. Physical properties of different types of bone. (From [212]. Using data from [189])(1984) (1999)

property	femur	antler	bulla
Young's modulus ( $Y$ ) (GPa)	13.5	7.4	31.3
ultimate bending stress (UBS) (GPa)	247	179	33
work of fracture ( $W_F$ ) ( $J/m^2$ )	1,710	6,190	200
density ( $g/cm^3$ )	2.06	1.86	2.47

212. C. McGowan, *A Practical Guide to Vertebrate Mechanics* (Cambridge University Press, Cambridge 1999)

189. J.D. Currey: *The Mechanical Adaptations of Bones* (Princeton University Press, Princeton 1984)

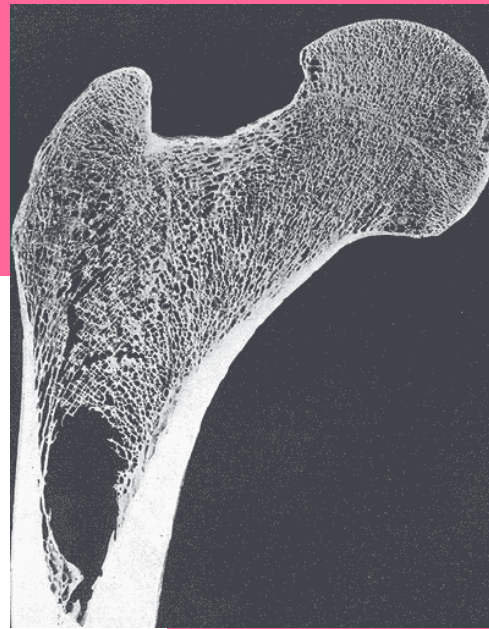
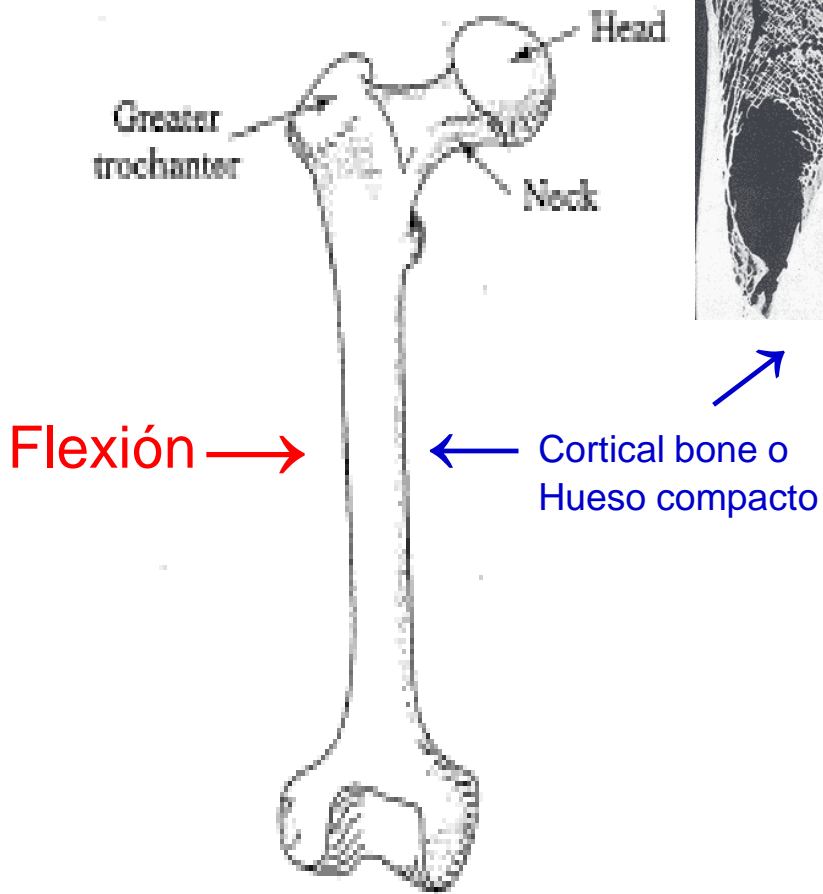
Fémur

Asta

Canal timpánico

UBS: *Ultimate Bending Stress (Carga Final de Flexión o Pandeo).*





# FEMUR DERECHO HUMANO

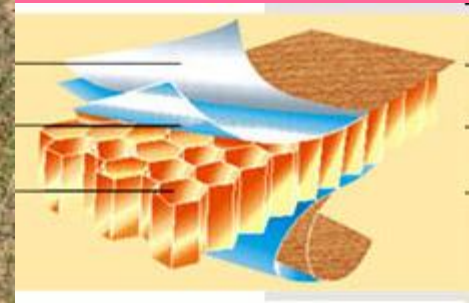
Fig. 2.13. Anterior view of right femur. (From [65])

# CORNAMENTA DE UN CIERVO II





# ESTRUCTURA DE LA CORNAMENTA



Estructura "nido de abeja"

# CANAL AUDITIVO

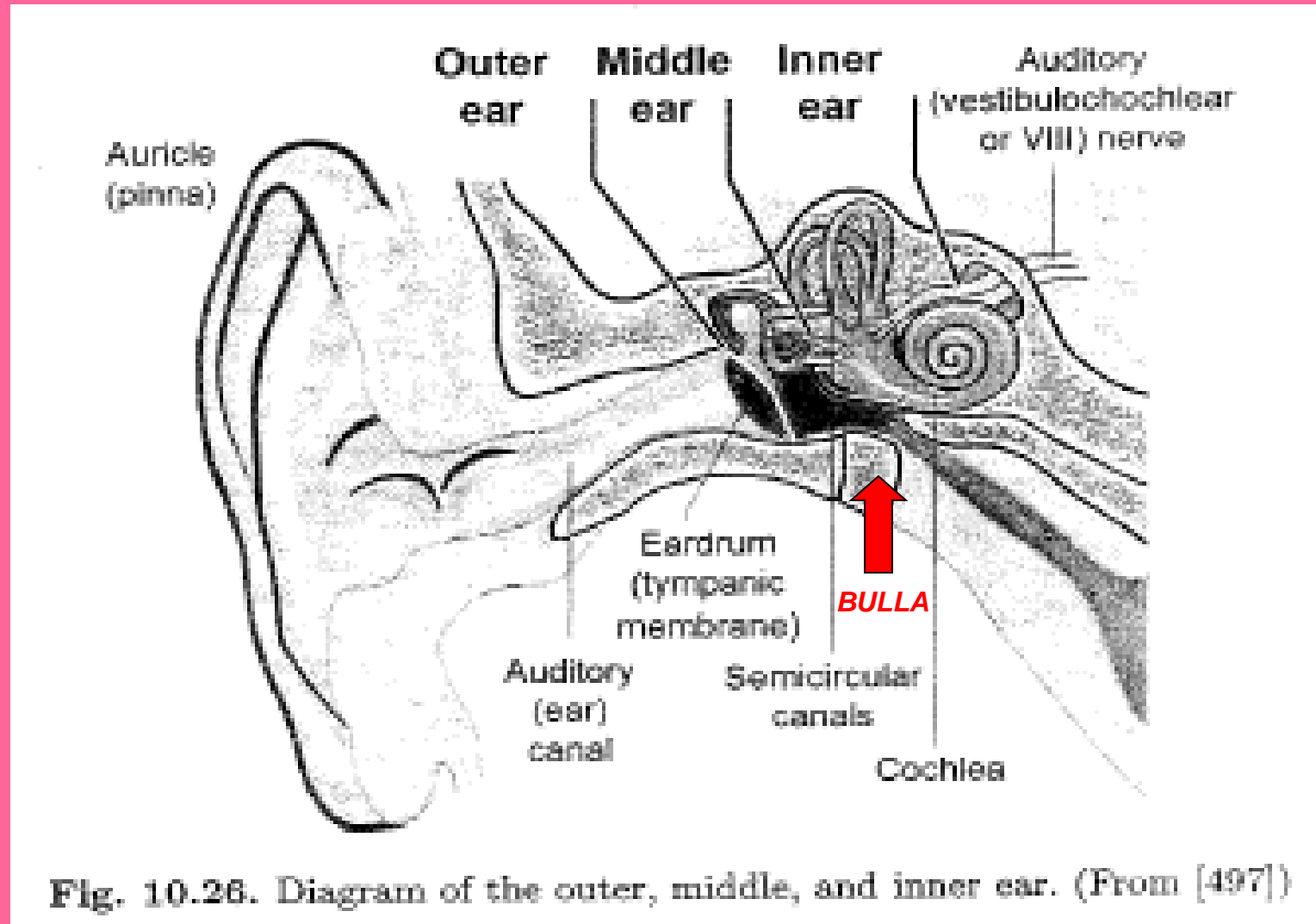


Fig. 10.26. Diagram of the outer, middle, and inner ear. (From [497])

# PROPIEDADES FISICAS DE DIFERENTES HUESOS LARGOS HUMANOS

**Table 4.6.** Properties of long bones. (From [182]. Using data from [236])

bone	Y ( $\times 10^4$ MPa)	UTS ( $\times 10^2$ MPa)	UBS ( $\times 10^2$ MPa)
femur	1.72	1.21	2.08
tibia	1.80	1.40	2.13
fibula	1.85	1.46	2.16
humerus	1.71	1.22	2.11
radius	1.85	1.49	—
ulna	1.84	1.48	—

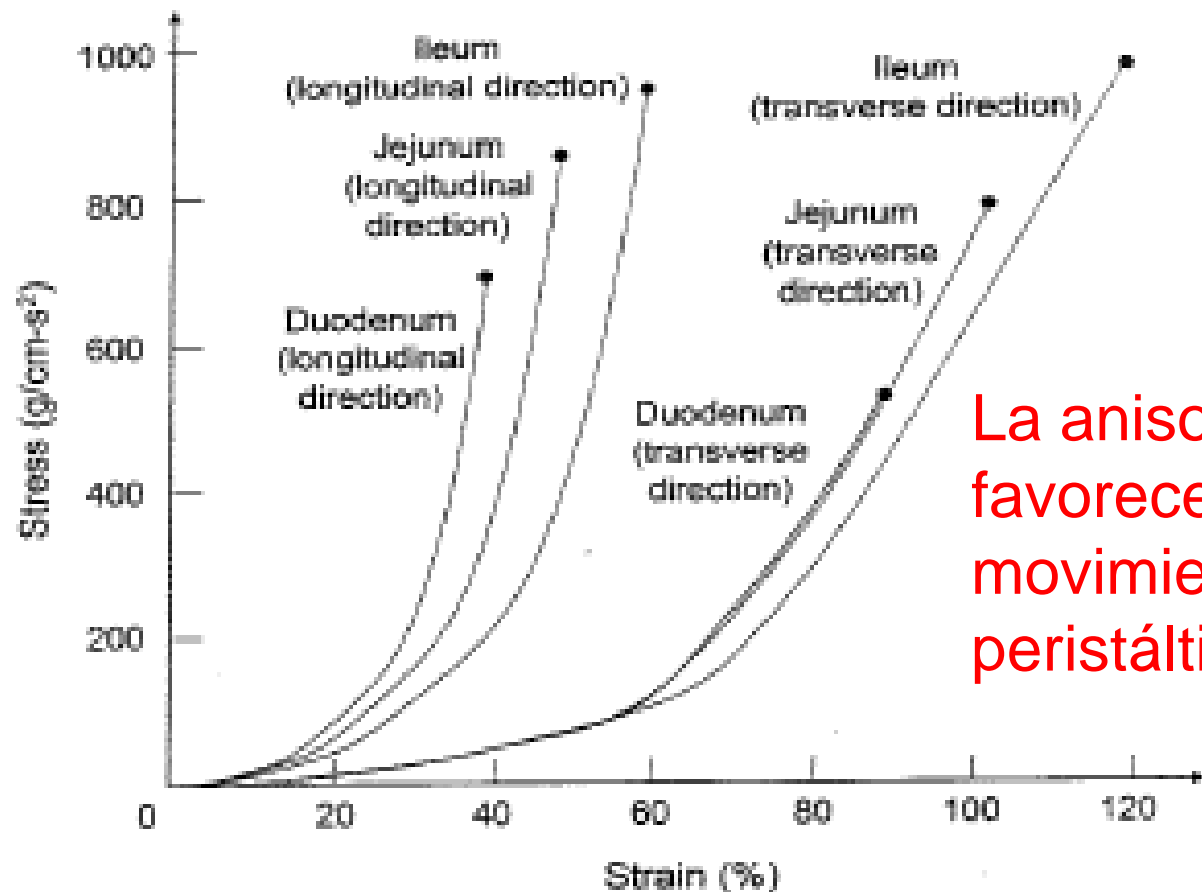
236. H. Yamada: *Strength of Biological Materials* (Williams & Wilkins, Baltimore 1970)

182. G.B. Benedek, F.M.H. Villars: *Physics with Illustrative Examples from Medicine and Biology*, Three volumes, 2nd edn (AIP/Springer, New York/Berlin Heidelberg New York 2000)

UTS: *Ultimate Tensile Stress (Carga de Tracción Final).*

UBS: *Ultimate Bending Stress (Carga de Flexión o Pandeo Final).*

# CURVAS DE CARGA-DEFORMACION DE SECCIONES DE INTESTINO

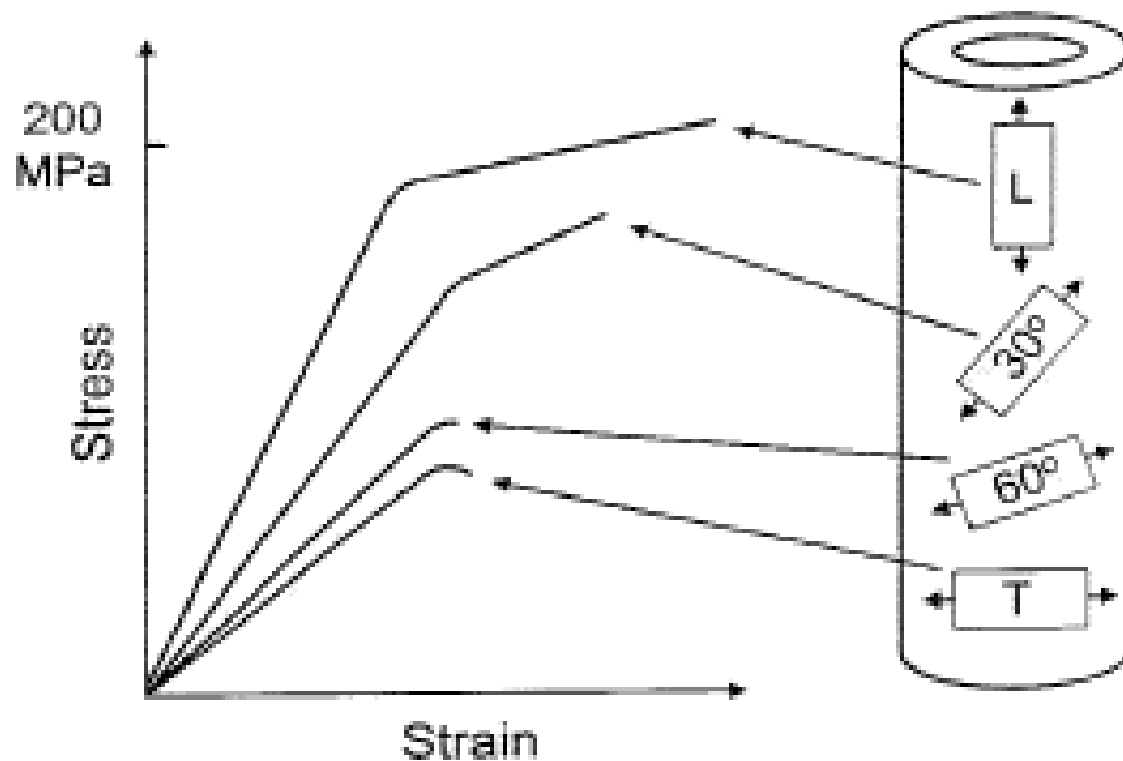


La anisotropía favorece los movimientos peristálticos.

Fig. 4.21. Stress-strain curves for material in different sections of the small intestine of persons from 20 to 29 years of age, under tension in the longitudinal and transverse directions. The closed circles are the fracture points. (Based on [236])



# PROPIEDADES ANISOTROPICAS



**Fig. 4.22.** Anisotropic properties of cortical bone specimens from a human femoral shaft tested under tension. Each curve ends at its point of failure. (Based on [196, 197])

# ENVEJECIMIENTO DE LIGAMENTOS

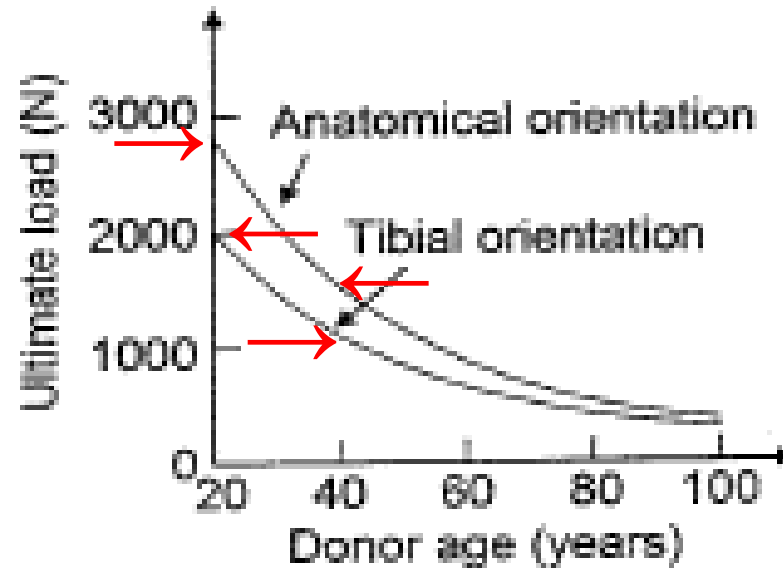


Fig. 4.23. Age variation of the ultimate load (UTS) of human anterior cruciate ligament (ACL) as a function of age and orientation. (Based on [180, 235])

# PROPIEDADES MECANICAS DEL LIGAMENTO CRUZADO ANTERIOR: NO OBEDECE LA LEY DE HOOKE

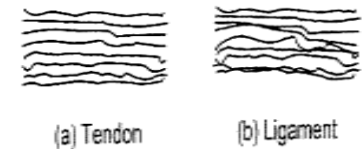
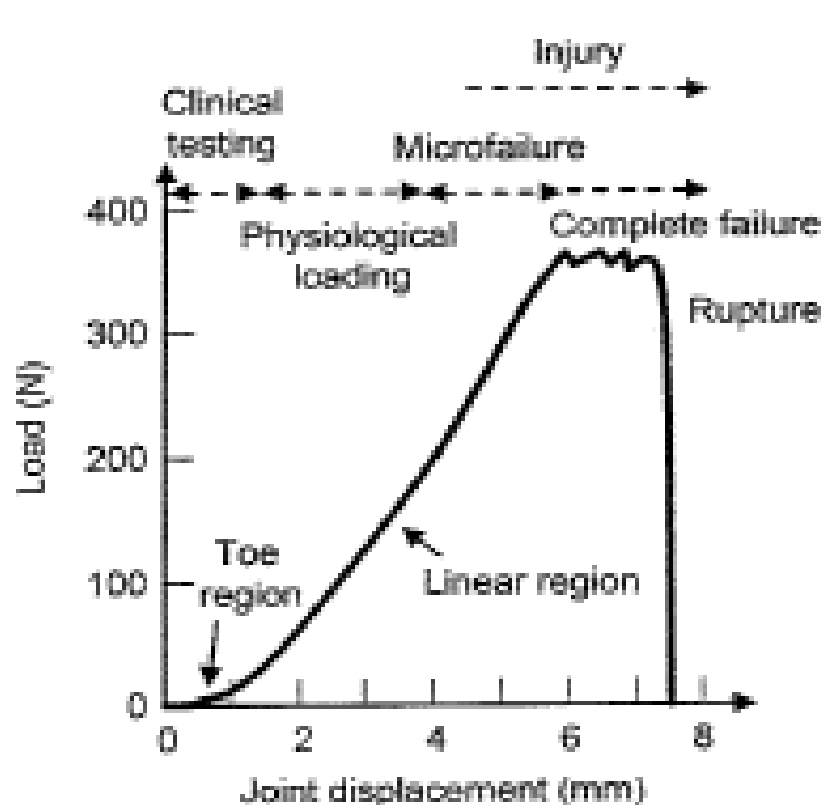


Fig. 4.6. Collagen fibers are (a) parallel in a tendon and (b) nearly parallel in a ligament. (Based on [222])

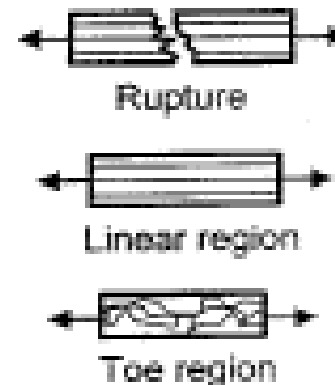


Fig. 4.24. Force–deformation curve for an ACL (ligament), showing regimes of clinical test loading, loads during physiological activity (toe and linear regions), and loads leading to microfailure and ultimate rupture and complete failure. (Based on [222, 224])

# LIGAMENTO OBSERVADO POR SEM

Sin carga

Con carga

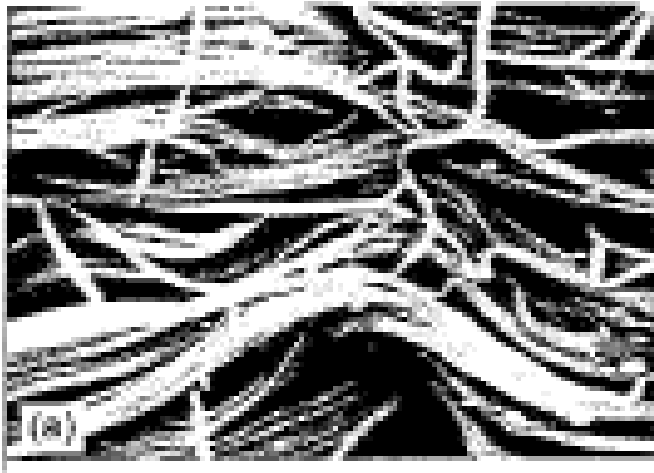


Fig. 4.25. Scanning electron micrographs (10,000 $\times$ ) of (a) unloaded and (b) loaded collagen fibers from human knee ligaments, showing them straightening out under the tensile load. (From [207]. Used with permission)

# MATERIALES NO HOOKEANOS I

Materiales que **obedecen** la Ley de Hooke:

$$\sigma = Y \varepsilon$$

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = Y = cte.$$

Para los materiales que **no obedecen** la Ley de Hooke, resulta:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \alpha (\sigma + \beta) \neq cte.$$

Donde:

$$\alpha = cte.$$

$$\beta = cte.$$

# MATERIALES NO HOOKEANOS II

Integrando

$$\frac{d\sigma}{(\sigma + \beta)} = \alpha d\varepsilon$$

resulta:

$$\ln(\sigma + \beta) = \alpha\varepsilon + \gamma$$

y exponenciando:

$$\sigma + \beta = \exp(\alpha\varepsilon) \times \exp(\gamma)$$

de donde:

$$\sigma = \mu \exp(\alpha\varepsilon) - \beta$$

con:

$$\mu = \exp(\gamma)$$



# MATERIALES NO HOOKEANOS III

La carga:

$$\sigma = \mu \exp(\alpha \varepsilon) - \beta$$

para:

$$\sigma(\varepsilon = 0) = 0,$$

con lo que resulta:

$$\beta = \mu$$

concluyéndose que:

$$\sigma = \mu (\exp(\alpha \varepsilon) - 1)$$

Esta expresión exponencial que relaciona la deformación con la carga **no resulta correcta para grandes deformaciones.**

# BIOFISICA

## CAPITULO 4

### Equilibrio Estático de los Cuerpos Deformables

# DIAGRAMA DE FUERZAS EN LA FLEXION DE UNA VIGA

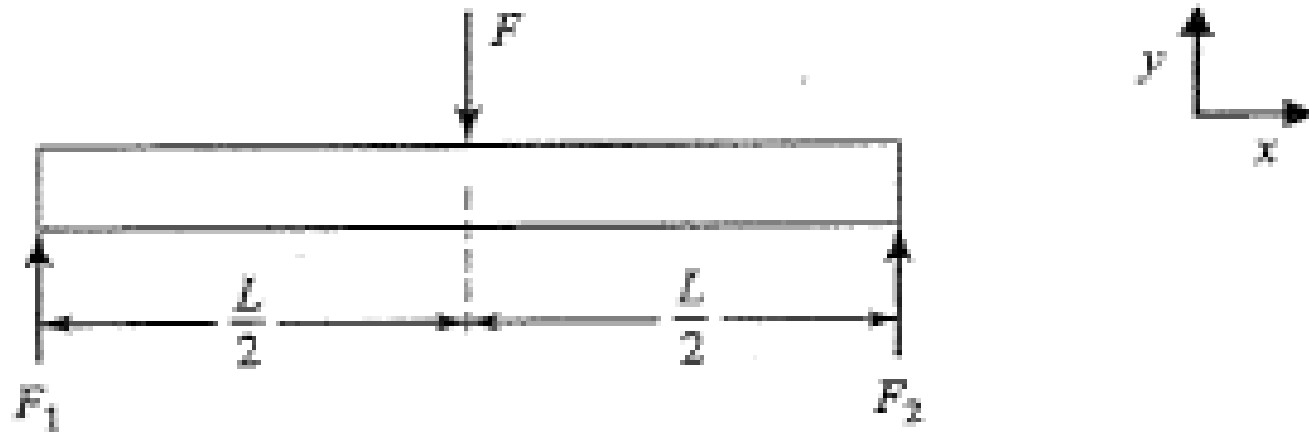
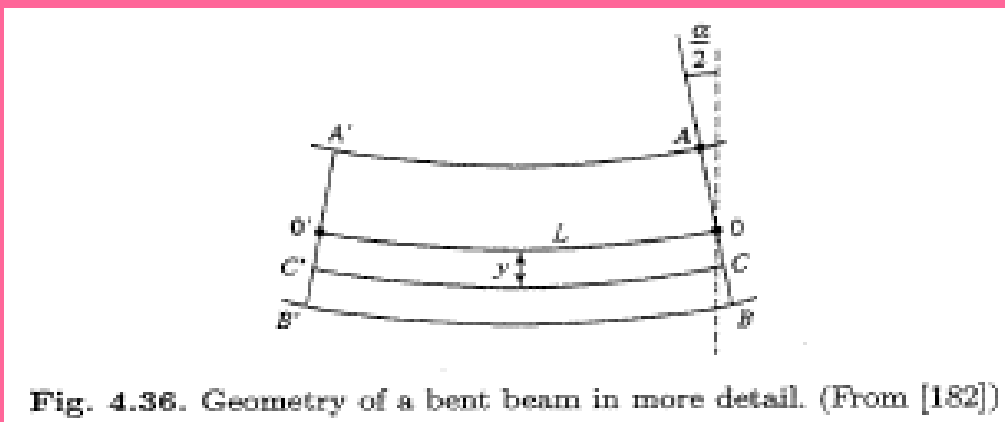
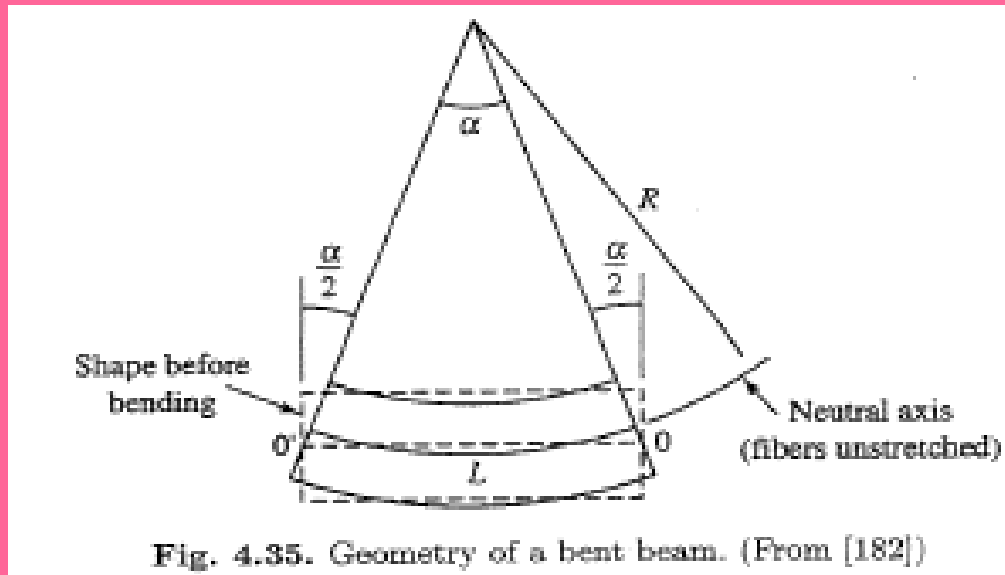
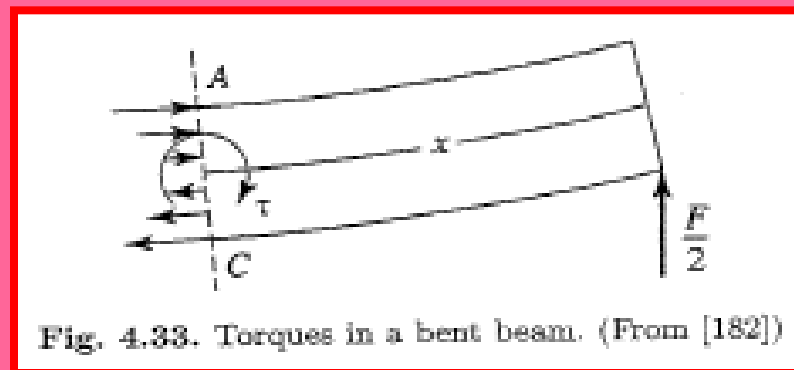
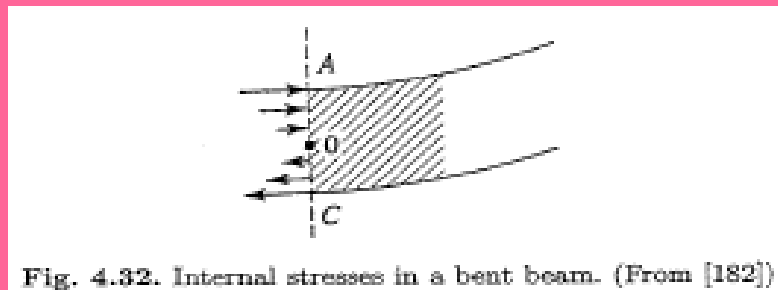
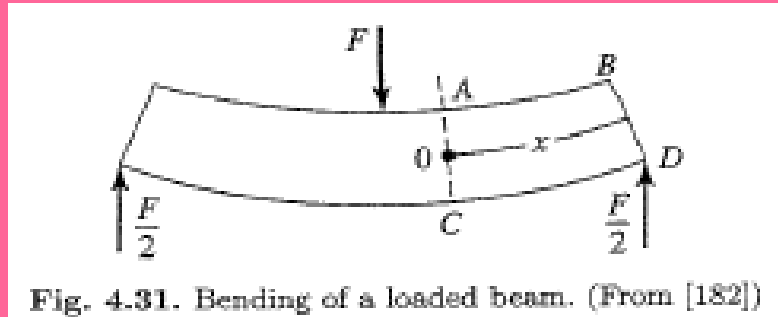


Fig. 4.26. Force diagram of a rectangular beam with a force applied to the middle. (From [182])

# GEOMETRIA DE LA FLEXION DE UNA VIGA



# TORQUES INTERNOS EN LA FLEXION DE UNA VIGA



El torque interno en O es:

$$\tau_0 = - \int_{y_A}^{y_B} y \sigma(y) dA(y) = -\frac{1}{2} Fx$$

El arco completo  $L$  de la línea neutra:

$$L \approx R\alpha,$$

para:

$$\alpha \ll 1,$$

luego:

$$L(y) = (R - y)\alpha = (R - y)\frac{L}{R} = \left(1 - \frac{y}{R}\right)L,$$

con lo que la deformación queda:

$$\varepsilon(y) = \frac{L(y) - L}{L} = -\frac{y}{R},$$

y la carga:

$$\sigma(y) = Y\varepsilon(y) = -Y\frac{y}{R}$$

Para las direcciones de las fuerzas elementales de compresión y tracción, las cargas serán positivas para  $+y$  y negativas para  $-y$ :

$$\sigma(y) = Y \frac{y}{R},$$

Entonces el momento por:

$$\tau_0 = - \int_{y_A}^{y_B} y \left( Y \frac{y}{R} \right) dA(y) = - \frac{Y}{R} \int_{y_A}^{y_B} y^2 dA(y) = - \frac{1}{2} Fx.$$

La integral se denomina **Momento de Inercia Areal**:

$$I_A = \int_{y_A}^{y_B} y^2 dA(y),$$

y se define el **Momento Flexor** como:

$$\tau_0 = M_B = - \frac{Y}{R} I_A = - \frac{1}{2} Fx,$$

y la magnitud de la **Curvatura** se define como:

$$\frac{1}{|R|} = \frac{|M_B|}{YI_A}.$$

# VIGA DE SECCION VARIABLE

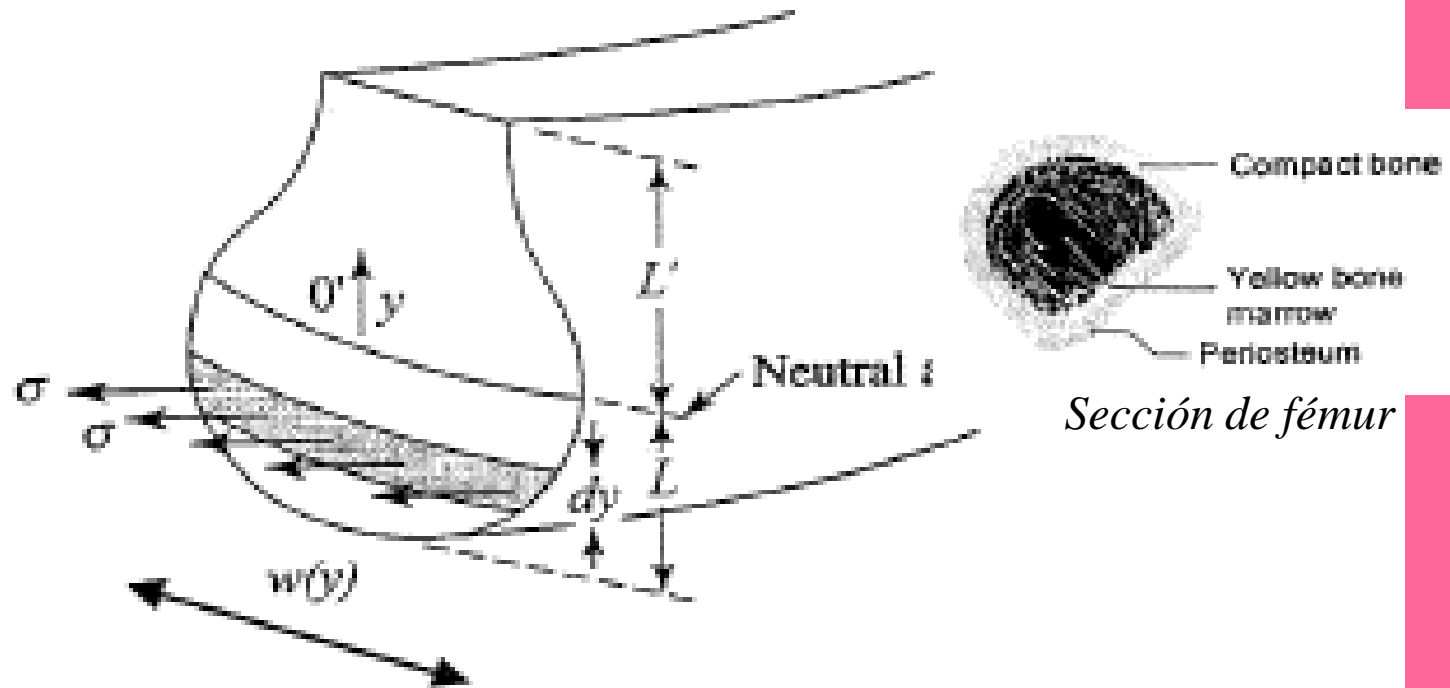
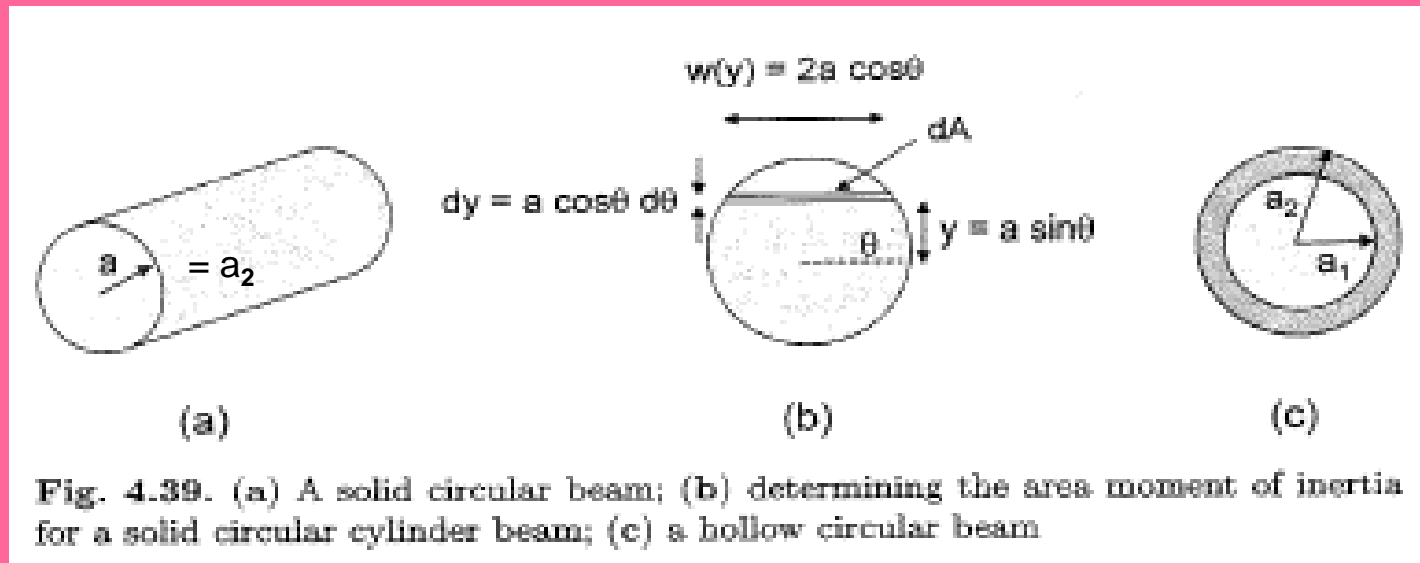


Fig. 4.34. Stress in a bent beam vs. position. An area element (for  $y < 0$ ) is shown as a shaded region, with area  $dA = w(y)dy$  for width  $w(y)$ . (From [182])



# VIGAS CILINDRICAS MACIZA Y HUECA I



$$dA(y) = w(y) \times dy = (2a \cos \vartheta) \times (a \cos \vartheta d\vartheta)$$

$$I_{A_{Maciza}} = \int_{-a}^a y^2 dA(y) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (a \sin \vartheta)^2 (2a^2 \cos^2 \vartheta d\vartheta) =$$

# VIGAS CILINDRICAS MACIZA Y HUECA II

$$2a^4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \text{sen}^2 \vartheta \cos^2 \vartheta d\vartheta = 2a^4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \text{sen}^2 \vartheta (1 - \text{sen}^2 \vartheta) \vartheta =$$

$$2a^4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \text{sen}^2 \vartheta d\vartheta - 2a^4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \text{sen}^4 \vartheta d\vartheta = 2a^4 \left( \frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{8} \right) = \frac{1}{4} \pi a^4$$

Luego, el Momento de Inercia Areal para una viga maciza es:

$$I_{A_{Maciza}} = \frac{\pi a_2^4}{4}, \text{ y para una viga hueca es: } I_{A_{Hueca}} = \frac{\pi(a_2^4 - a_1^4)}{4}$$

siendo sus respectivas masas:

$$m_{Maciza} = \rho \pi a_2^2 L$$

$$m_{Hueca} = \rho \pi (a_2^2 - a_1^2) L$$

y sus Momentos Flexores:

$$M_{B_{Maciza}} = -\frac{Y}{R} I_{A_{Maciza}} = -\frac{Y}{R} \frac{\pi a_2^4}{4}$$

$$M_{B_{Hueca}} = -\frac{Y}{R} \frac{\pi(a_2^4 - a_1^4)}{4}$$

# VIGAS CILINDRICAS MACIZA Y HUECA III

Si:  $\frac{a_1}{a_2} = 0,5$

$$\frac{M_{B_{Hueca}}}{M_{B_{Maciza}}} = \frac{I_{A_{Hueca}}}{I_{A_{Maciza}}} = \frac{\frac{\pi(a_2^4 - a_1^4)}{4}}{\pi a_2^4} = 1 - \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^4 = 1 - 0,5^4 = 1 - 0,0625 = 0,9375 \quad \text{6,25\%}$$

$$\frac{m_{Hueca}}{m_{Maciza}} = \frac{\rho \pi (a_2^2 - a_1^2) L}{\rho \pi a_2^2 L} = 1 - \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 = 1 - 0,5^2 = 1 - 0,25 = 0,75 \quad \text{25\%}$$

Table 4.4. Comparison of area moments of inertia and masses of hollow and solid circular beams

$a_1/a_2$	$I_{A,hollow}/I_{A,solid}$	$m_{hollow}/m_{solid}$	$(I_{A,hollow}/m_{hollow})/(I_{A,solid}/m_{solid})$
0	1.0	1.0	1.0
0.2	0.998	0.96	1.04
0.4	0.974	0.84	1.16
0.5	0.937	0.75	1.25
0.6	0.870	0.64	1.36
0.8	0.590	0.36	1.64
0.9	0.344	0.19	1.81

# DIAGRAMA DE FUERZAS Y MOMENTOS PARA UNA VIGA EMPOTRADA I

$$x = 0$$

$$y = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = 0$$

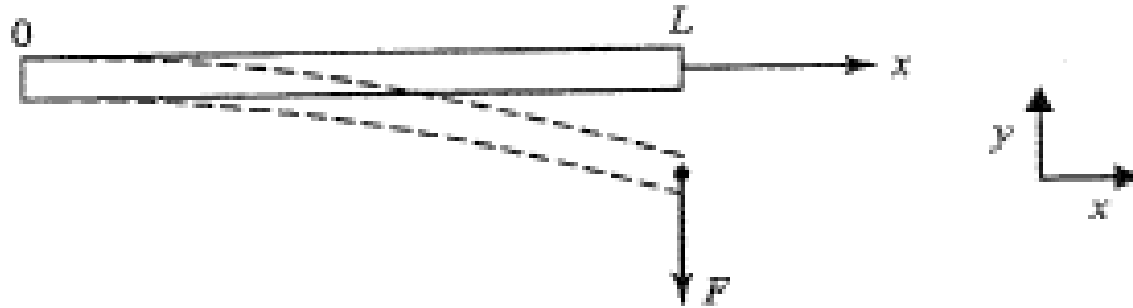


Fig. 4.40. Bending of a cantilever beam loaded at one end. (From [182])

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{1}{R(x)} = -\frac{F(L-x)}{YI_A}$$

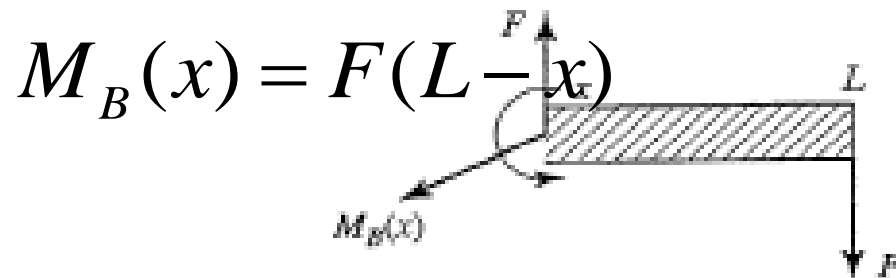


Fig. 4.41. Bending moment at end point  $x$  along the axis for the loaded cantilever beam. (From [182])

# DIAGRAMA DE FUERZAS Y MOMENTOS PARA UNA VIGA EMPOTRADA II

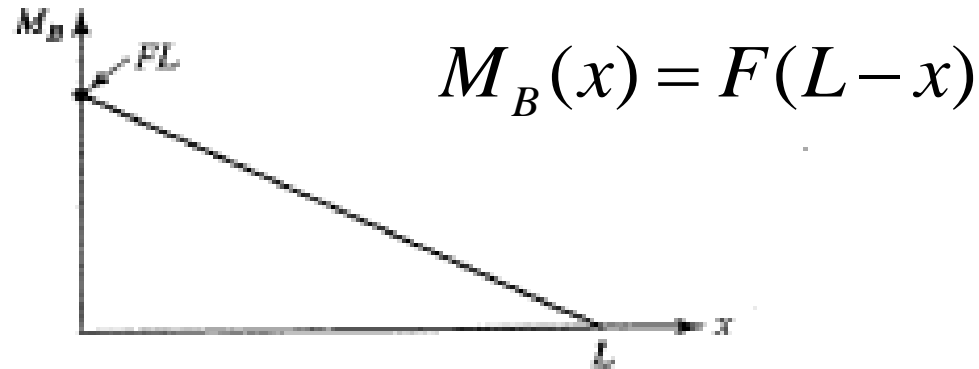


Fig. 4.42. Moment vs.  $x$  for the loaded cantilever beam. (From [152])

$$y(x) = -\frac{FL}{2YI_A} x^2 + \frac{F}{6YI_A} x^3 = -\frac{F}{6YI_A} \left[ (L-x)^3 + L^2(3x-L) \right]$$

$$x = L$$

$$y(L) = -\frac{FL^3}{3YI_A}$$

# MOMENTO FLEXOR DURANTE UNA CAIDA

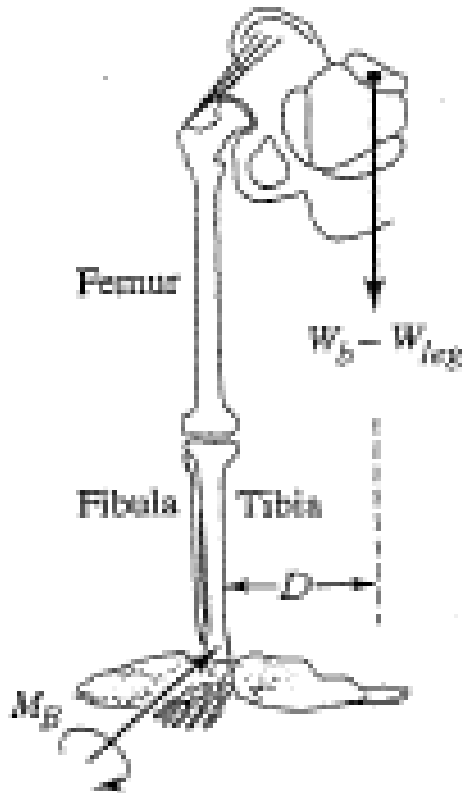


Fig. 4.65. Illustration of the origin of the bending moment in a person with a pinned ankle, as during falling. (From [182])

# PANDEO SEGUN EULER POR MODO DE BUCLE I

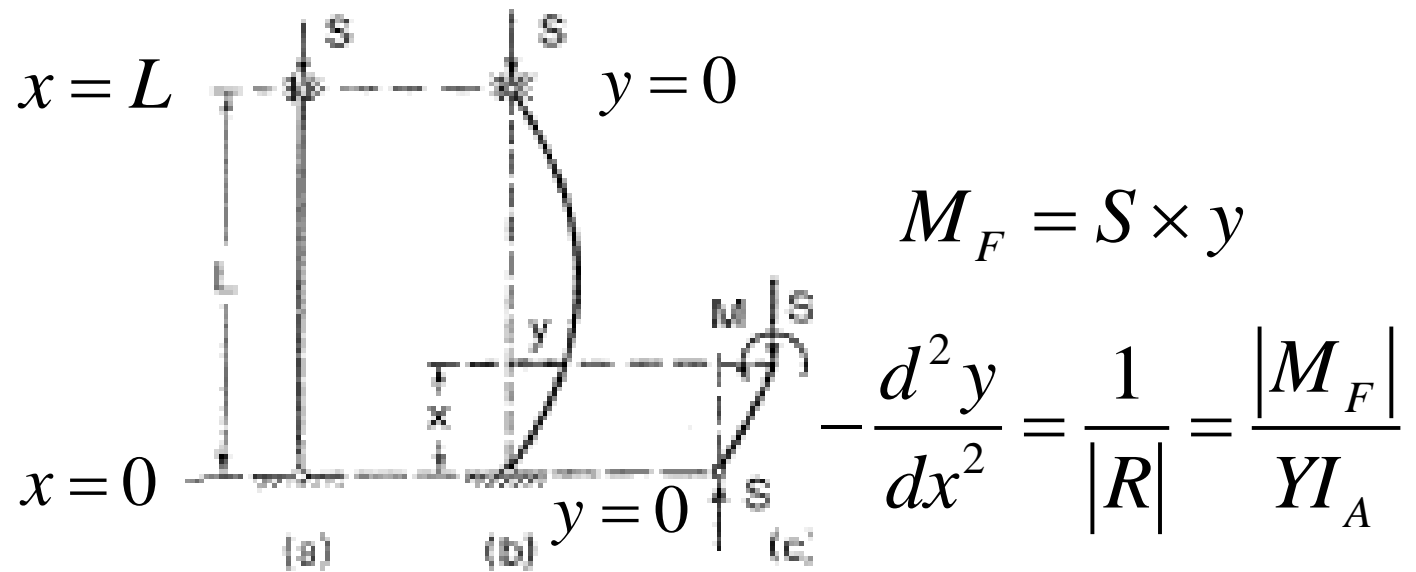


Fig. 4.66. (a) Before and (b) after Euler buckling of a bar or column. The bottom of the bar corresponds to  $x = 0$  and  $y = 0$ . (c) A free body diagram of a part of the bar showing the external and internal forces and the moments acting on this column. (From [383])

# PANDEO SEGUN EULER POR MODO DE BUCLE II

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{Sy}{YI_A} = -\lambda^2 y \quad \lambda^2 = S/YI_A$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \lambda^2 y = 0$$

$$y(x) = A \operatorname{sen}(\lambda x) + B \cos(\lambda x)$$

$$B = 0$$

$$y(x) = A \operatorname{sen}(\lambda x) \quad A \neq 0$$

$$\operatorname{sen}(\lambda L) = 0$$

$$\lambda L = n\pi$$

$$n = 1, 2, \dots$$

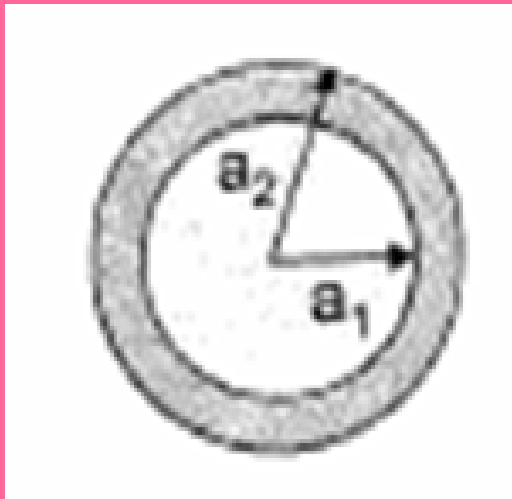
$$\lambda^2 = \frac{S}{YI_A} = \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2$$



# PANDEO SEGUN EULER POR MODO DE BUCLE III

$$S = YI_A \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2, \text{ primer modo: } n = 1$$

$$S_{Crítica} = YI_A \left( \frac{\pi}{L} \right)^2$$



$$a_2 = a$$

$$a_1 = a - w$$

$$w \ll a$$

$$\begin{aligned} I_{A_{Hueca}} &= \frac{\pi(a_2^4 - a_1^4)}{4} = \\ &= \frac{\pi \left[ a^4 - (a - w)^4 \right]}{4} \approx \\ &\cong \pi a^3 w \end{aligned}$$

$$S_{Crítica} = \frac{\pi^3 Y a^3 w}{L^2}$$

# BIOFISICA

## CAPITULO 4

Modelado de los Materiales que  
Componen el Cuerpo Humano

# CARGAS vs DEFORMACIONES PARA DIFERENTES VELOCIDADES DE DEFORMACION

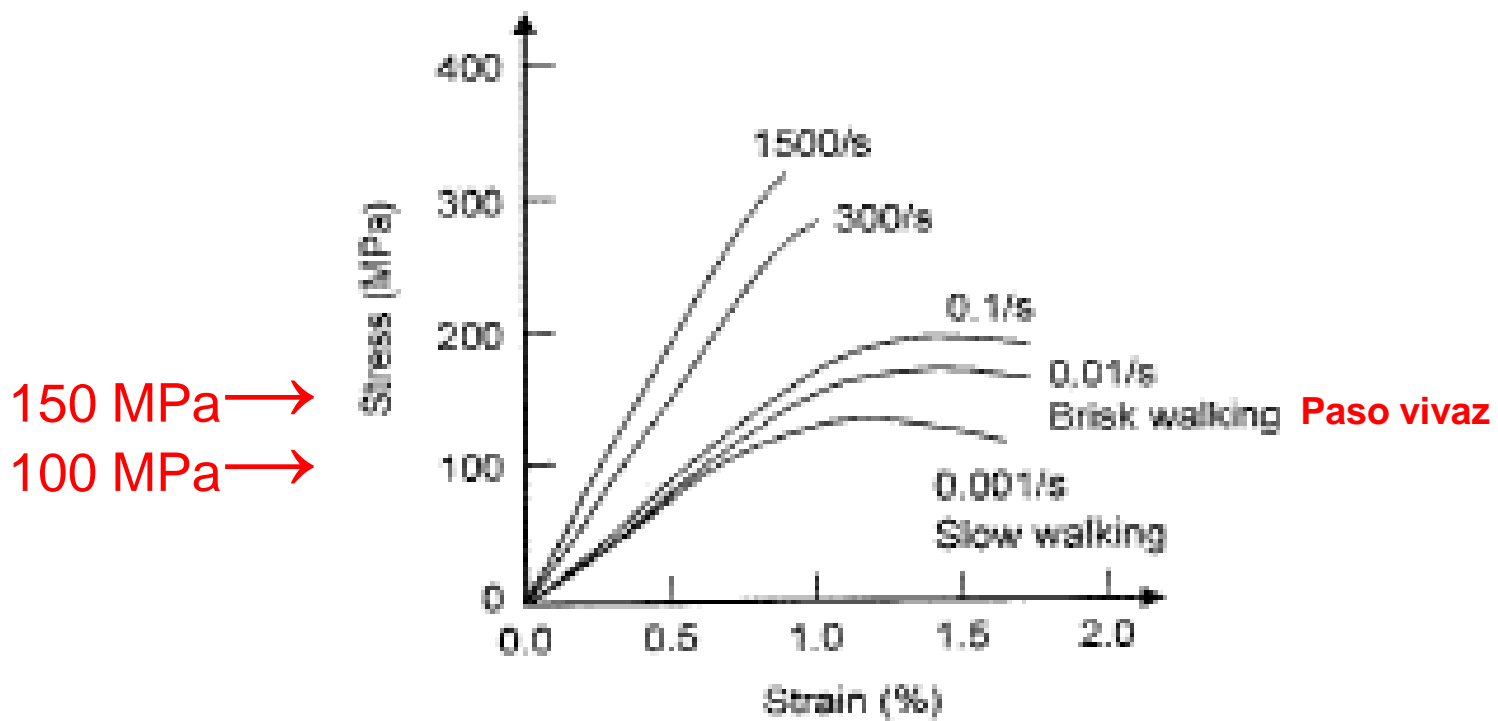
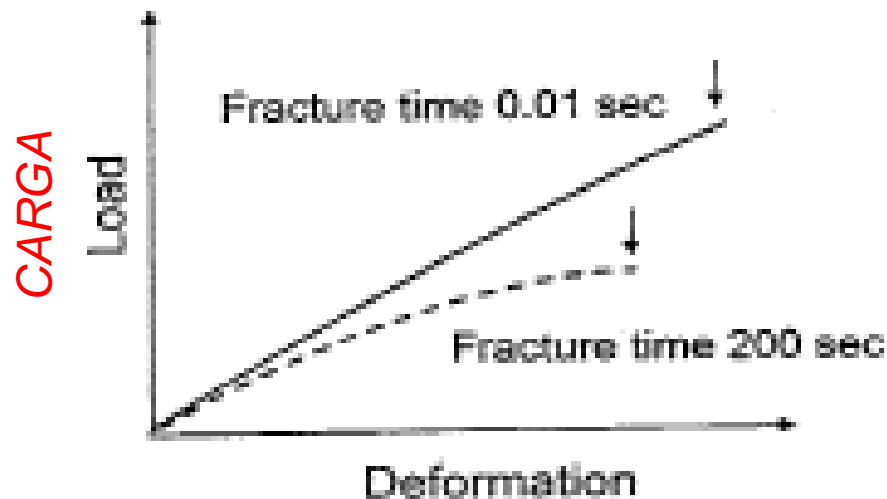


Fig. 4.46. Stress vs. strain for cortical bone for different strain rates, showing increased modulus and strength with increased strain rate. (Based on [197, 210, 211])

# CARGAS vs DEFORMACIONES PARA DIFERENTES VELOCIDADES DE CARGA



**Fig. 4.47.** Load (stress) vs. deformation (strain) for dog tibiae for different loading rates. The arrow shows the point of failure. At higher loading rates the load and the energy to failure are almost doubled, where energy is the area under the curve. (Based on [188, 229])

# HISTERESIS EN HUESO Y EFECTO DE CORRIMIENTO POR CARGA REPETIDA

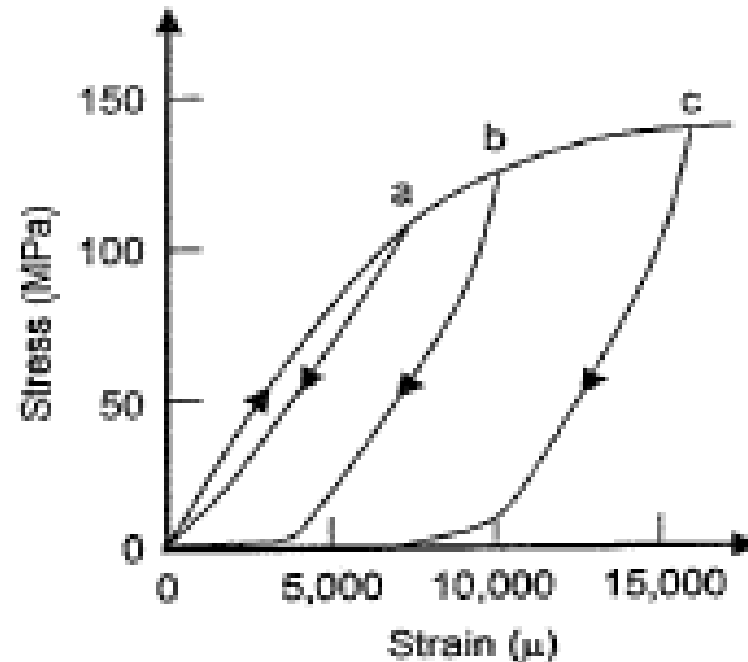


Fig. 4.48. Hysteresis in bone and shifting in the stress-strain curve with repeated loading (to a, b, c) and unloading. The units of strain are microstrain. (Based on [184, 191])

# HISTERESIS EN TEJIDOS NO VASCULARIZADOS

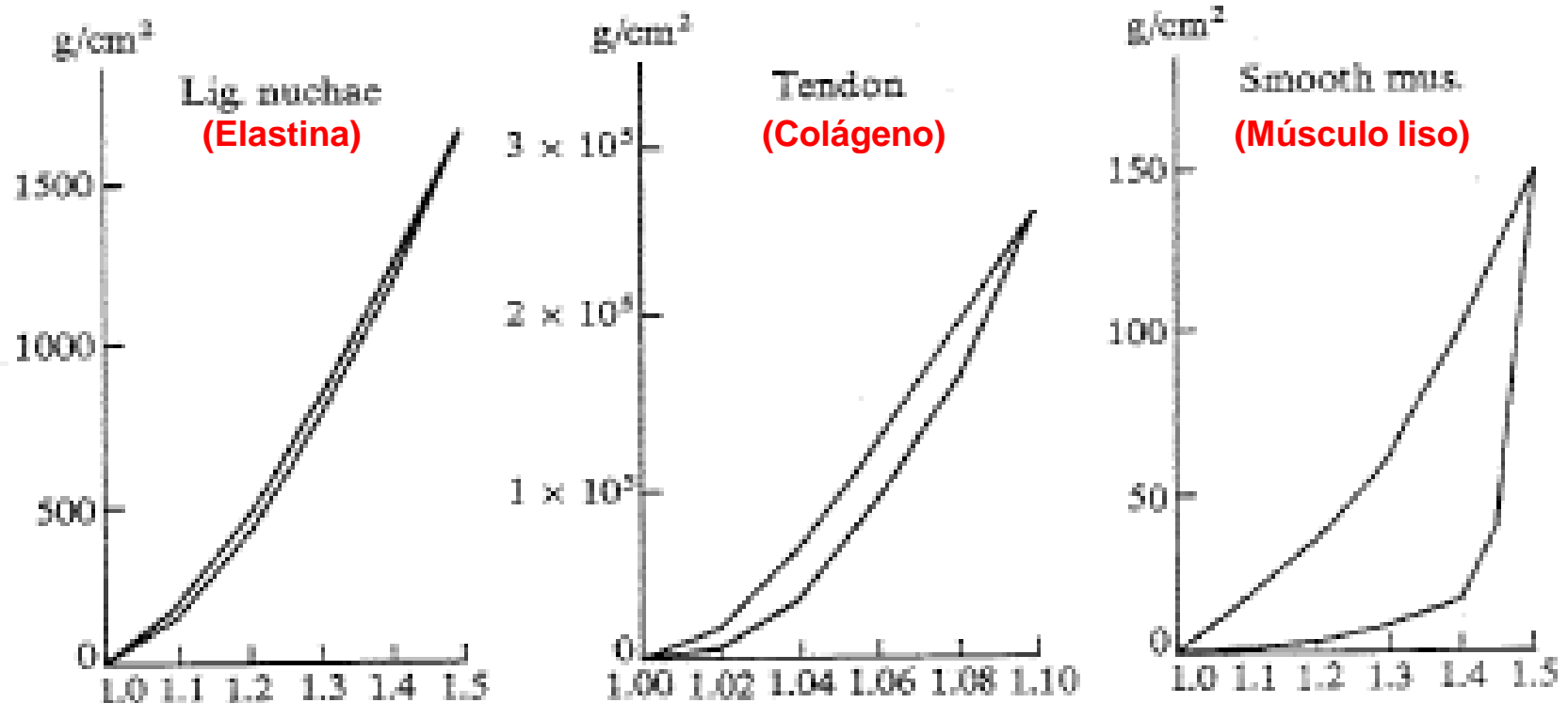


Fig. 4.49. Stress-strain hysteresis loop for nonvascular tissue: (a) the ligamentum nuchae (a ligament) (collagen denatured at 76°C, so it is mostly elastin), (b) tendon (mostly collagen), and (c) (passive) intestinal smooth muscle. The vertical axis units are those of stress when multiplied by  $g$ . (From [181, 198])

# RELAJACION EN TEJIDOS NO VASCULARIZADOS

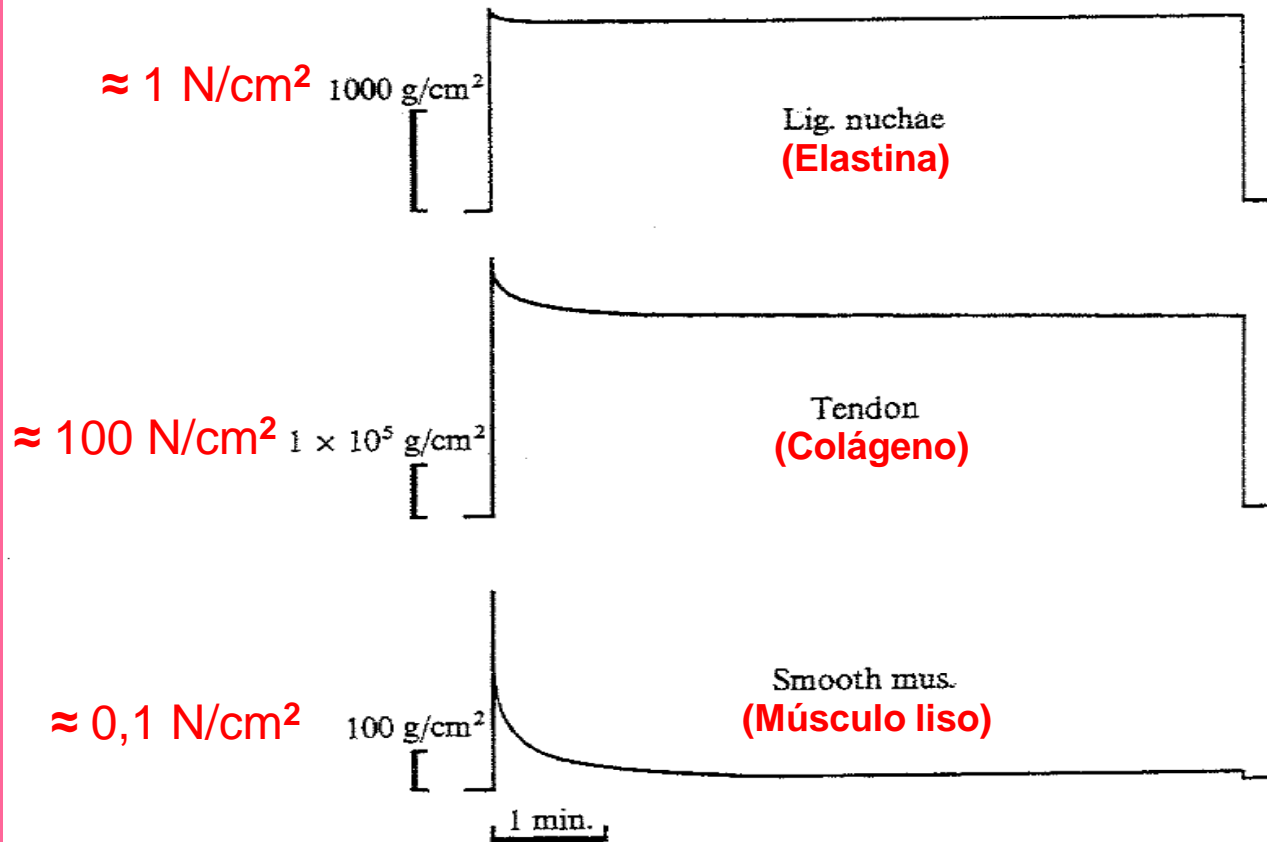
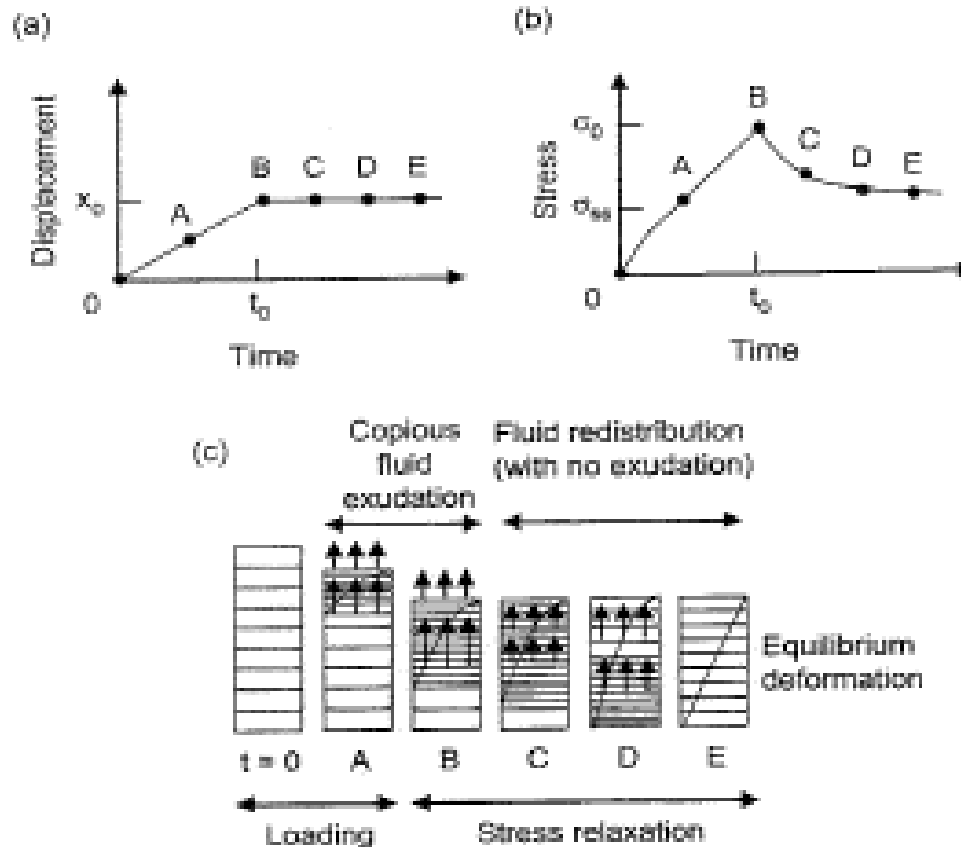


Fig. 4.50. Stress relaxation in nonvascular tissue: (a) the ligamentum nuchae (collagen denatured at  $76^\circ\text{C}$ , so it is mostly elastin), (b) tendon (mostly collagen), and (c) (passive) intestinal smooth muscle. The vertical axis units are those of stress when multiplied by  $g$ . (From [181, 198])

# RESPUESTA VISCOELASTICA A UNA RAMPA DE DEFORMACION



**Fig. 4.51.** (a) Controlled ramp deformation of cartilage from time 0 to  $t_0$  and the (b) (viscoelastic) stress response, initially to  $\sigma_0$ , and later to the steady state value  $\sigma_{ss}$ , along with (a) and (c) physical model of the response. This response includes interstitial fluid flow (arrows) – initially out of and within the solid matrix and later only within the matrix – and also the deformation of the solid matrix of the cartilage. (Based on [202, 215, 217])



# CARGAS vs DEFORMACIONES PARA COLAGENO A DIFERENTES VELOCIDADES DE CARGA

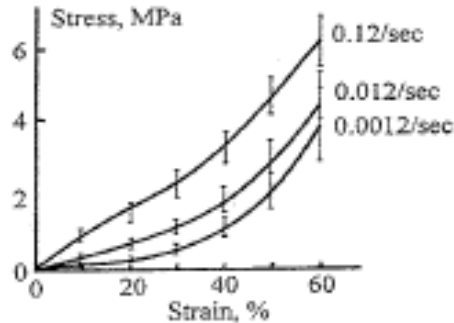


Fig. 4.52. Stress-strain for cartilage at different strain rates. (From [210], as from [232])

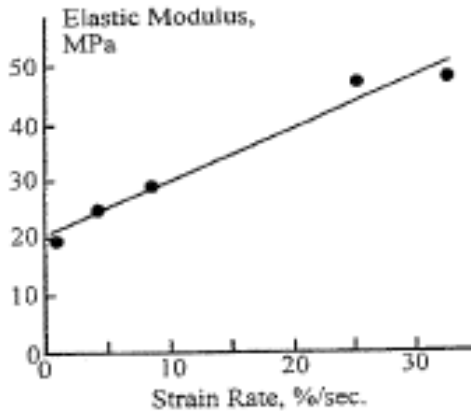


Fig. 4.53. Variation of compressive elastic modulus vs. strain rate in bovine articular cartilage. (From [210], as from [227])

# RESORTES Y AMORTIGUADORES PARA SIMULAR MATERIALES BIOLÓGICOS QUE SON VISCOELÁSTICOS



Fig. 4.43. (a) Ideal (or perfect) spring and (b) ideal (or perfect) dashpot. These are the two basic building blocks used in modeling the mechanical response of materials

# EN LOS MATERIALES VISCOELASTICOS APARECE EL EFECTO “CREEP”

(a) Creep



Creep: movimiento tan lento que no llama atención.

(b) Stress relaxation



(c) Hysteresis

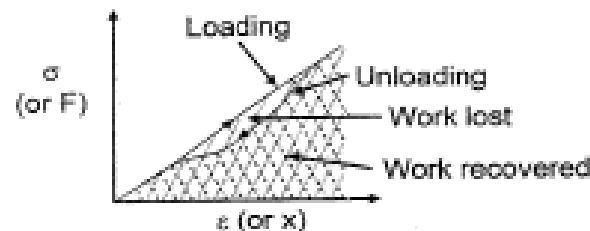


Fig. 4.44. General examples of (a) creep, (b) stress relaxation, and (c) hysteresis in viscoelastic systems. In (a) and (b) the stimulus is applied at the time of the shorter arrow. In (a) the possibility of removing the stimulus is also shown, at the time of the longer arrow, with the dashed lines. In (c) the recovered work is the area of the cross-hatched region, while the lost work is the area of the lined region. (More precisely, this is work per unit volume for stress  $\sigma$  and strain  $\epsilon$  and work for force  $F$  and distortion  $x$ )

# DIFERENTES FORMAS DE CARGAS II

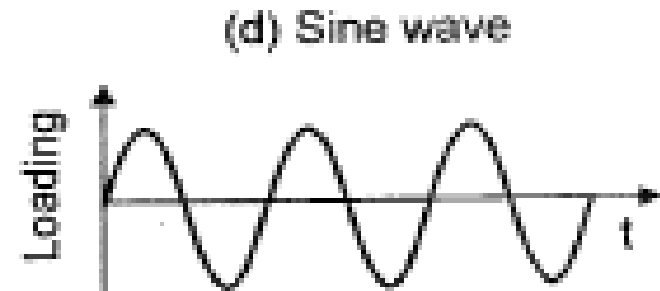
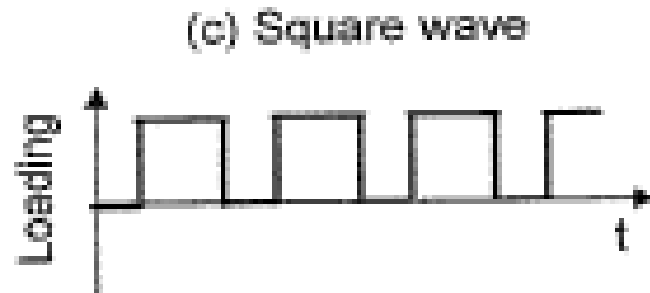
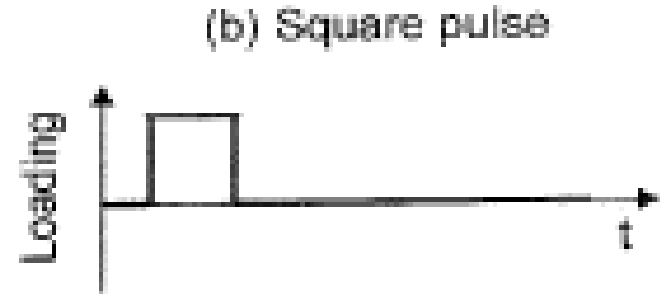
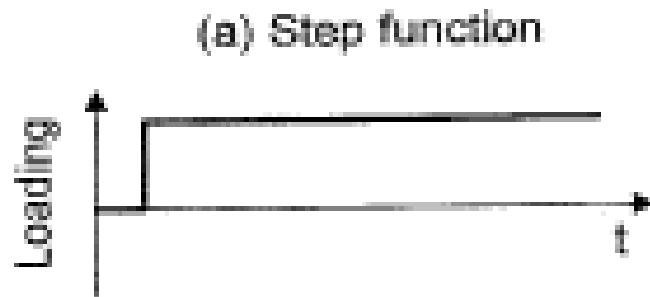
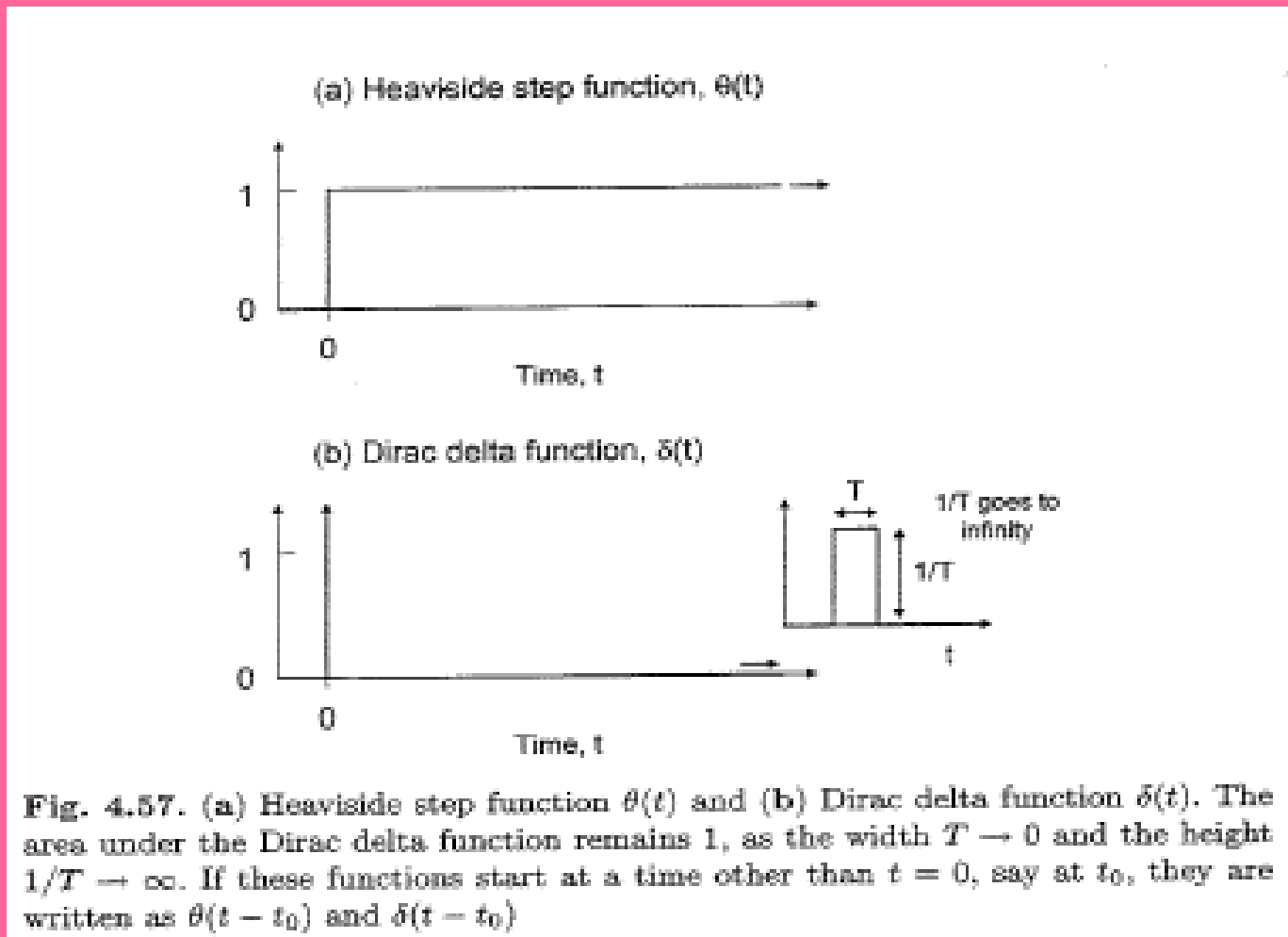
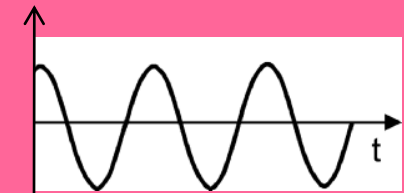
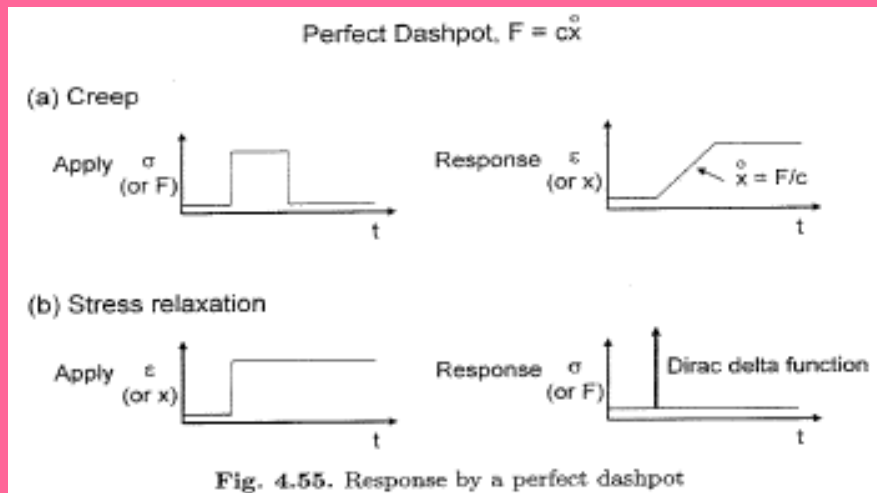
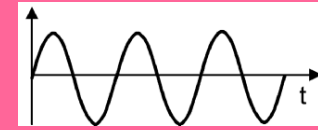
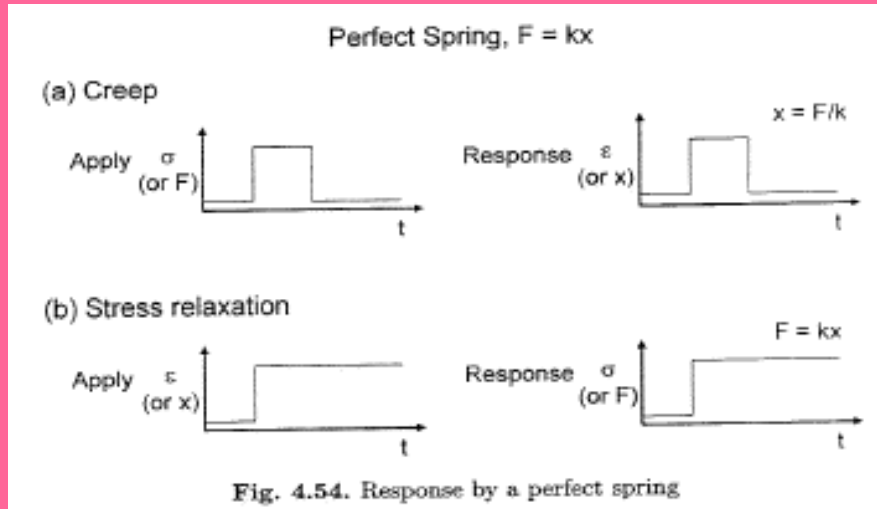


Fig. 4.45. Different types of loading protocols: (a) step function, (b) square pulse, and cyclic with (c) square pulses, or (d) sine waves

# DIFERENTES FORMAS DE CARGAS I



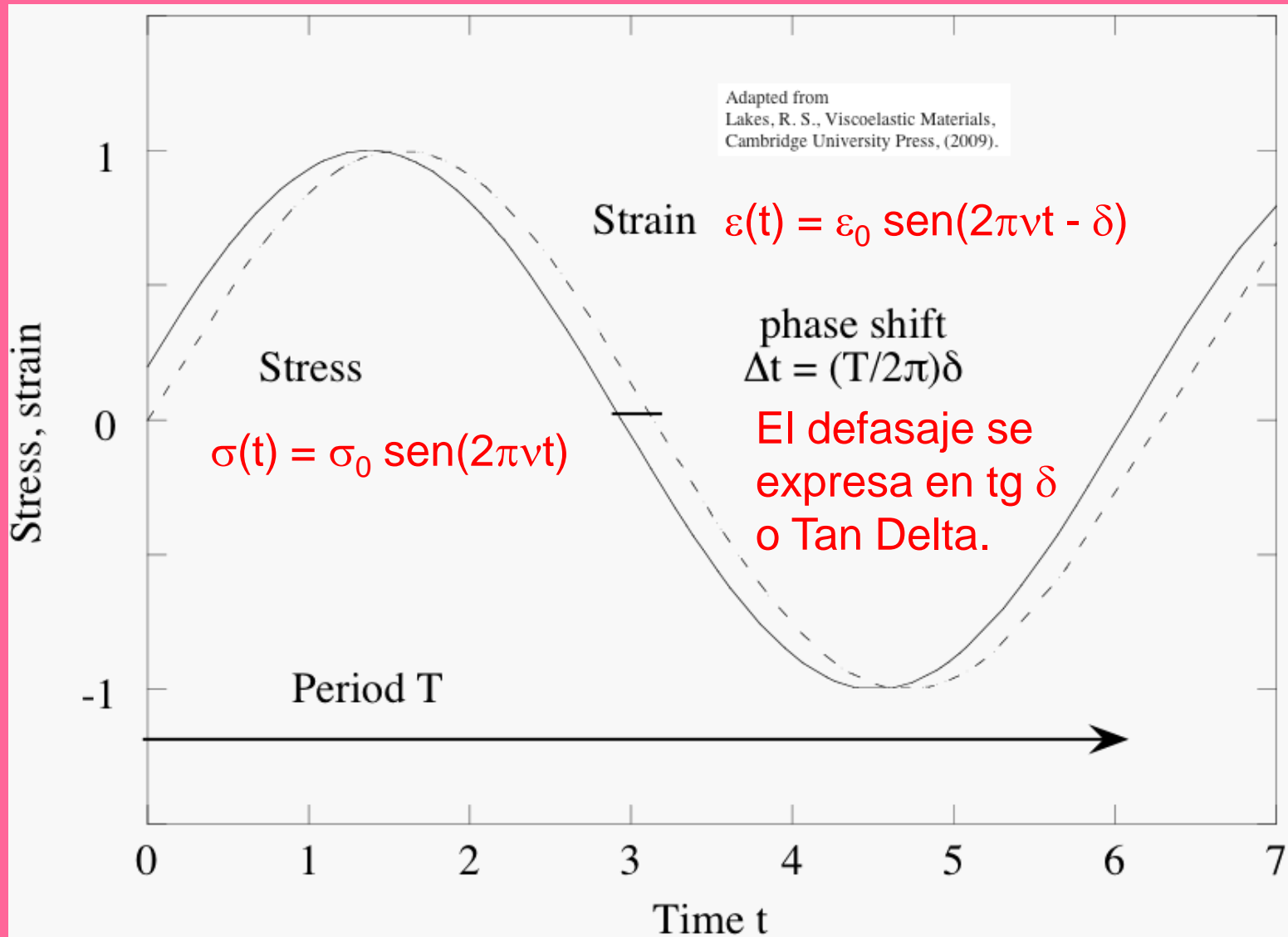
# COMPORTAMIENTO DE RESORTES Y AMORTIGUADORES PERFECTOS



# LOS TRES TIPOS DE MATERIALES

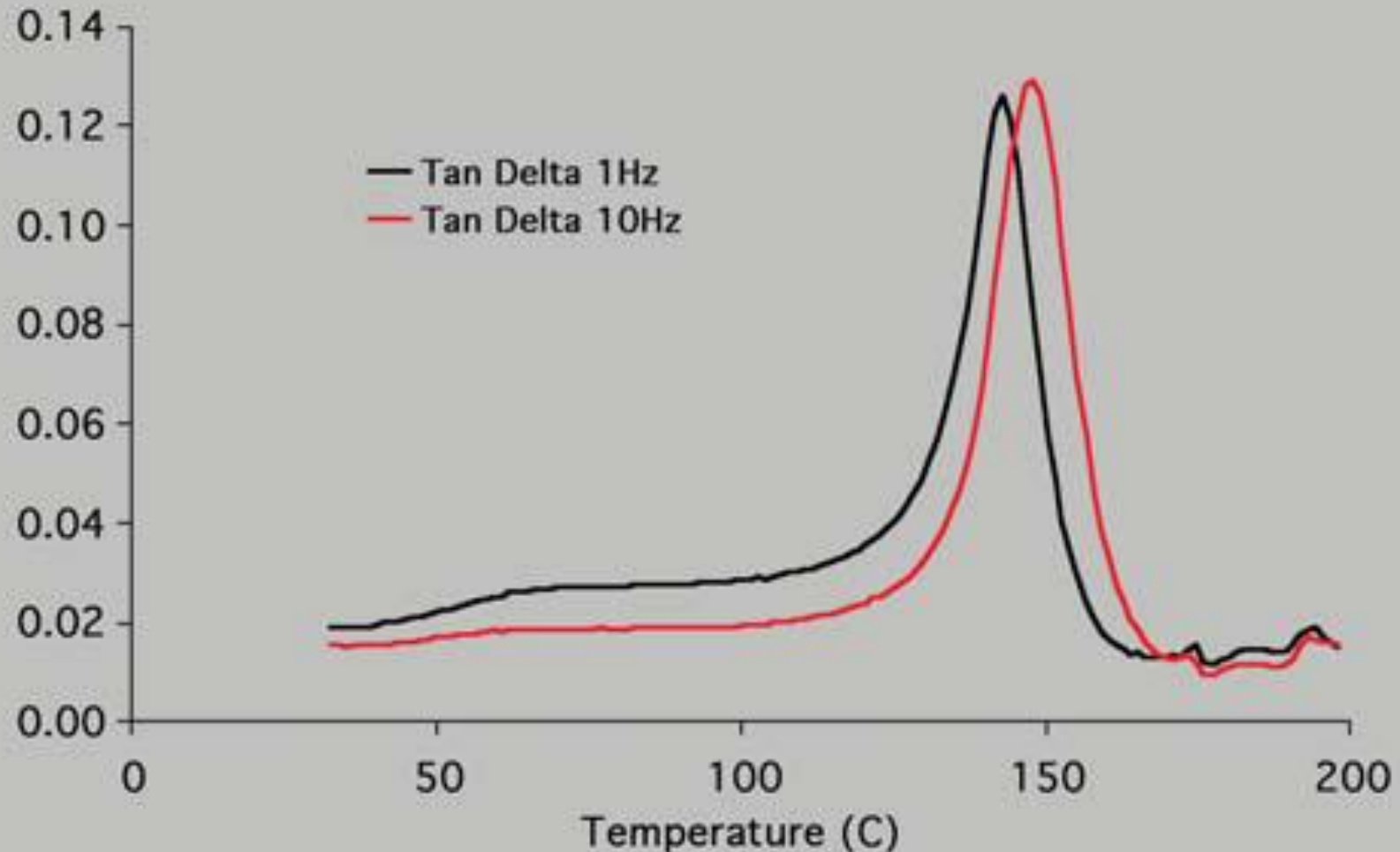
- En los materiales puramente **elásticos** la **carga** y la **deformación** están en **fase**; a la acción de una la otra ocurre simultáneamente.
- En los materiales puramente **viscosos** aparece una **diferencia de fase** entre la **carga** y la **deformación**; la **deformación** se retrasa a la **carga** en  $90^\circ$ .
- Los materiales **viscoelásticos** se comportan de un modo entre los puramente **viscosos** y los puramente **elásticos**, exhibiendo un cierto **defasaje**  $\delta$  entre la **carga** y la **deformación**.

# DEFASAJE VISCOELASTICO

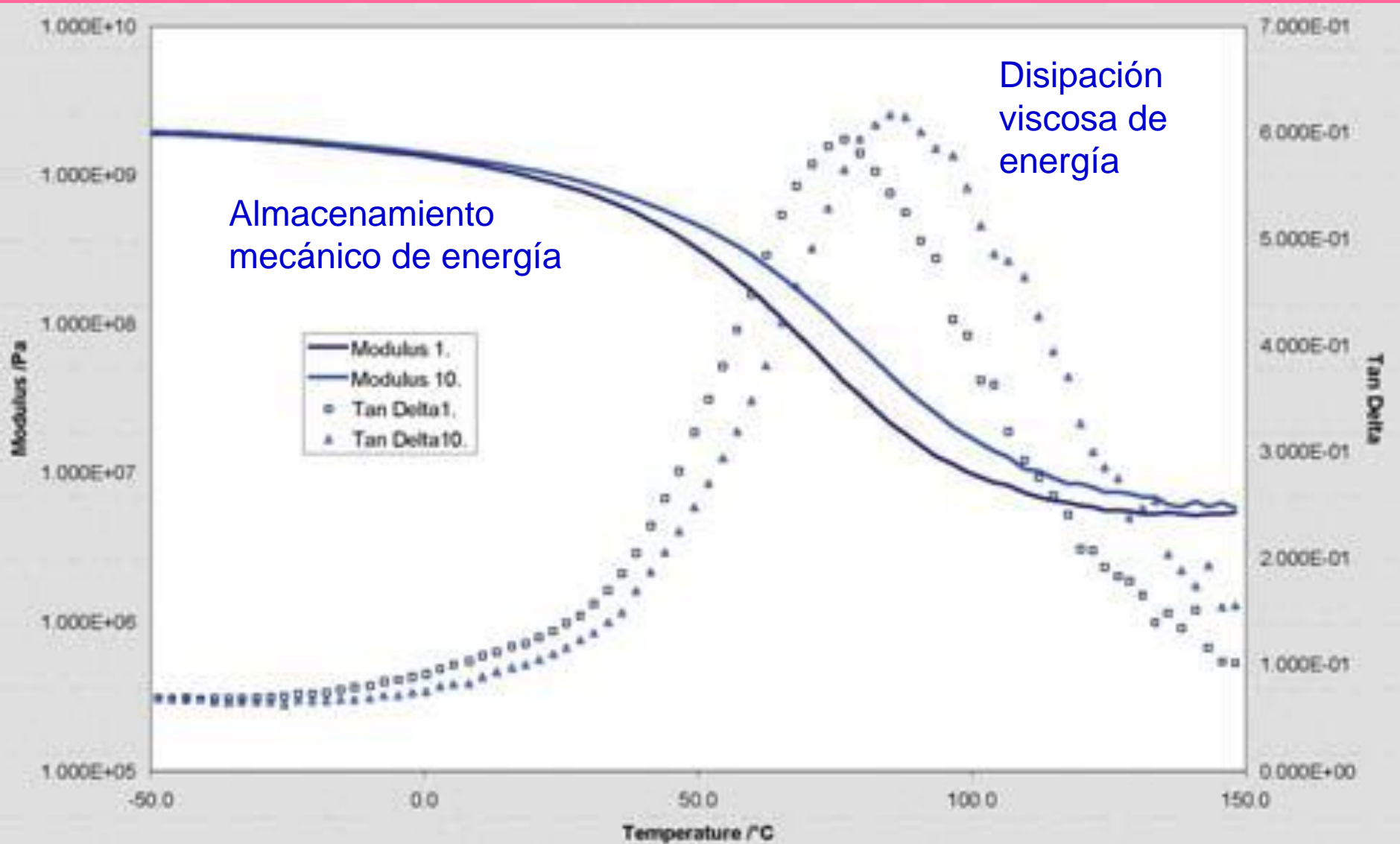




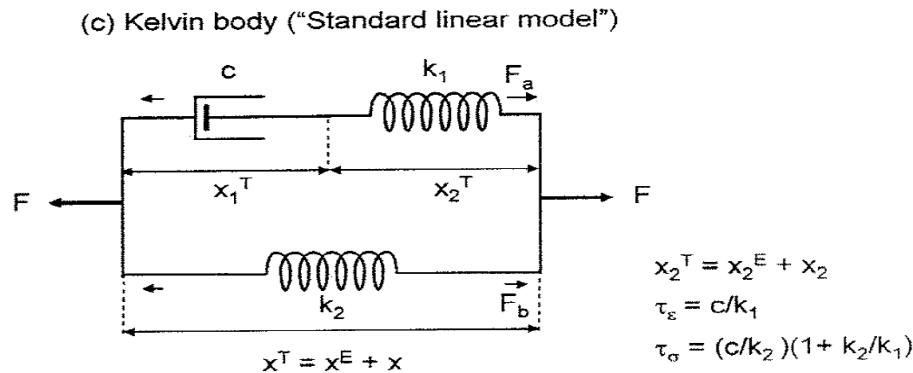
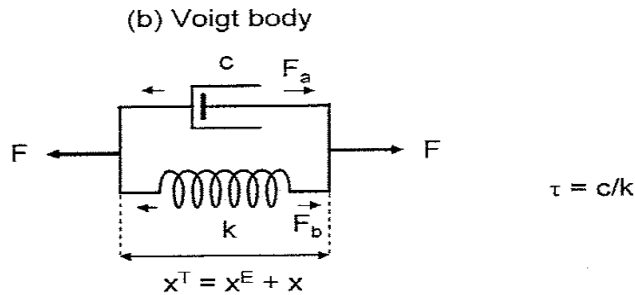
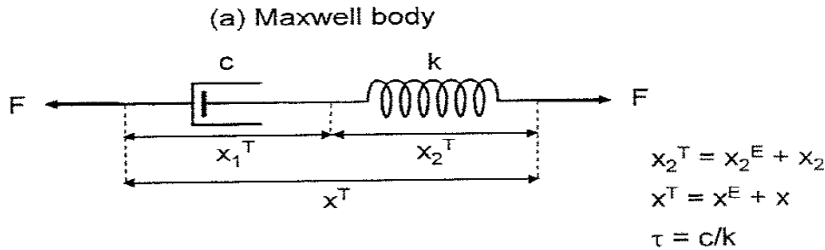
# DESFAJAJE VISCOELASTICO EN FUNCION DE LA TEMPERATURA



# RELACION DE “KRAMERS-KRÖNING”



# LOS TRES MODELOS MECANICOS DE MATERIALES VISCOELASTICOS



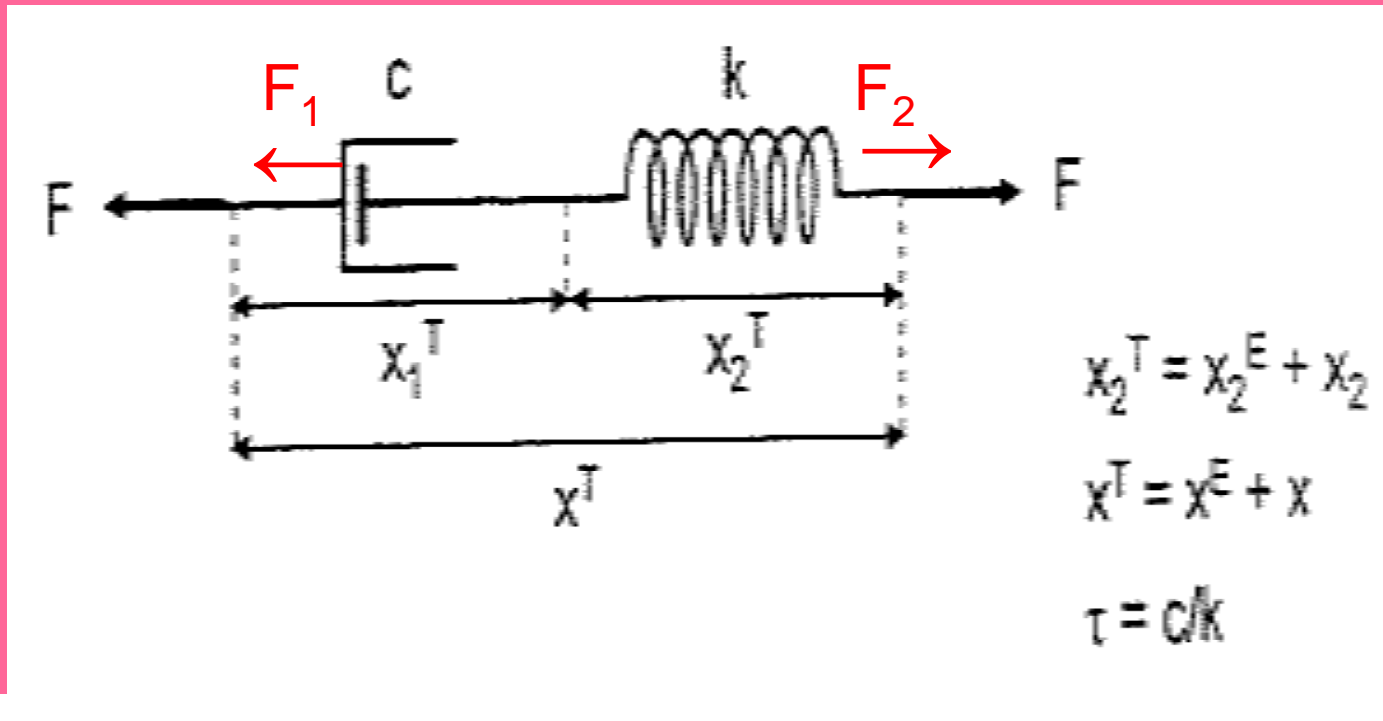
**James Clerk MAXWELL**  
(1831-1879)

**Woldemar VOIGT**  
(1850-1919)

**William THOMPSON**  
**First Lord KELVIN**  
(1824-1907)

**Fig. 4.56.** Maxwell, Voigt, and Kelvin (standard linear model) mechanical models of viscoelasticity. The symbols for the springs and dashpots are the same as those used in Fig. 4.43. (Based on [198])

# MODELO DE MAXWELL I



$x_j^T$  Longitud total de cada unidad mecánica  $j$

$x_j^E$  Longitud inicial de cada unidad mecánica en equilibrio

$x_j$  Longitud del apartamiento del equilibrio

$F = k(x_j^T - x_j^E) = k(x_j)$  Ley de Hooke

# MODELO DE MAXWELL II

La fuerza  $F$  aplicada al sistema actúa sobre el amortiguador al igual que en el resorte:  $F = F_1 = F_2$ ,

Sus respectivas respuestas se expresan por:

$$F = F_1 = c \frac{dx_1}{dt},$$

$$F = F_2 = kx_2.$$

Además, como sus posiciones de equilibrio no cambian serán adoptados los valores:

$$x_j^E = 0,$$

$$\frac{dx_j^E}{dt} = 0.$$

# MODELO DE MAXWELL III

Luego:

$$x = x_1 + x_2,$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx_1}{dt} + \frac{dx_2}{dt},$$

La ecuación diferencial del amortiguador:

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{F}{c},$$

La ecuación diferencial del resorte:

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{1}{k} \frac{dF}{dt},$$

La ecuación diferencial del sistema de Maxwell:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{F}{c} + \frac{1}{k} \frac{dF}{dt}.$$

(M1)

# MODELO DE MAXWELL IV

El proceso de creep se modela aplicando en:

$$t = 0,$$

una fuerza:

$$F_0,$$

cuyo valor se mantiene en el tiempo:

$$F(t) = F_0 \Theta(t),$$

lo que se representa por la Función Escalón de Heaviside:

$$\Theta(t).$$

# MODELO DE MAXWELL V

Pero al aplicar la fuerza, el amortiguador no responde:  $x_1 = 0$ ,

y el resorte lo hace inmediatamente:  $x_2 = \frac{F_0}{k} = cte.$

Para ambos:  $\frac{dx_1}{dt} = \frac{dx_2}{dt} = 0.$

Las condiciones iniciales son:  $x(t=0) = \frac{F(t=0)}{k},$

con:  $F(t=0) = F_0,$

y:  $x(t=0) = \frac{F_0}{k}.$

Resultando:  $\frac{dF}{dt} = F_0 \frac{d\Theta(t)}{dt} = F_0 \delta(t),$

Ver (M1)



# MODELO DE MAXWELL VI

Al aplicar dicha fuerza, la ecuación (M1) se escribe:

$$dx = \frac{F}{c} dt + \frac{dF}{k},$$

y su integración proporciona el desplazamiento del sistema:

$$x(t) = \frac{F}{c} t + \frac{F}{k},$$

y como la fuerza es impulsiva y se mantiene en el tiempo:

$$F(t) = F_0 \Theta(t),$$

el desplazamiento evoluciona según:

$$x(t) = F_0 \left( \frac{1}{k} + \frac{t}{c} \right) \Theta(t).$$

Ver pantalla 129.

# MODELO DE MAXWELL VII

Al aplicar una deformación:  $x(t) = x_0 \Theta(t)$ .

el sistema de Maxwell reacciona:

el amortiguador:  $x_1 = 0$ ,

el resorte:  $x_2 = \frac{F}{k} = cte.$

Sus variaciones temporales resultan:

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{dx_2}{dt} = 0,$$

y la ecuación diferencial M1 queda:

$$\frac{k}{c} F + \frac{dF}{dt} = 0,$$

# MODELO DE MAXWELL VIII

$$\frac{k}{c} F + \frac{dF}{dt} = 0,$$

la que se puede integrar:

$$-\frac{k}{c} \int_0^t dt = \int_{F_0}^F \frac{dF}{F},$$

resultando:

$$-\frac{k}{c} t = \ln \left( \frac{F}{F_0} \right),$$

con lo que, finalmente, la fuerza evoluciona:

$$F(t) = F_0 \times \exp \left( -\frac{kt}{c} \right) = kx_0 \Theta(t) \times \exp \left( -\frac{kt}{c} \right).$$

# CREEP Y RELAJACION EN EL MODELO DE MAXWELL

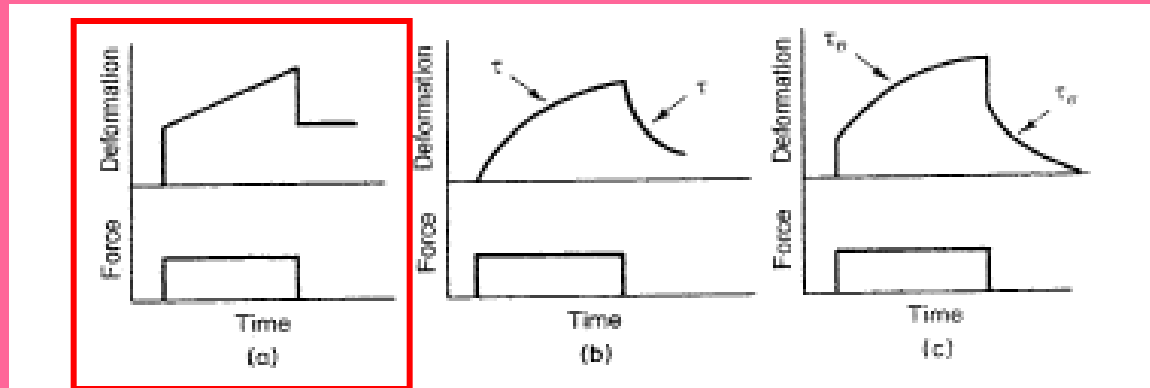


Fig. 4.58. Creep functions for the (a) Maxwell, (b) Voigt, and (c) Kelvin/linear standard models of viscoelasticity, with force loading and subsequent unloading. Characteristic relaxation times are shown. (From [198])

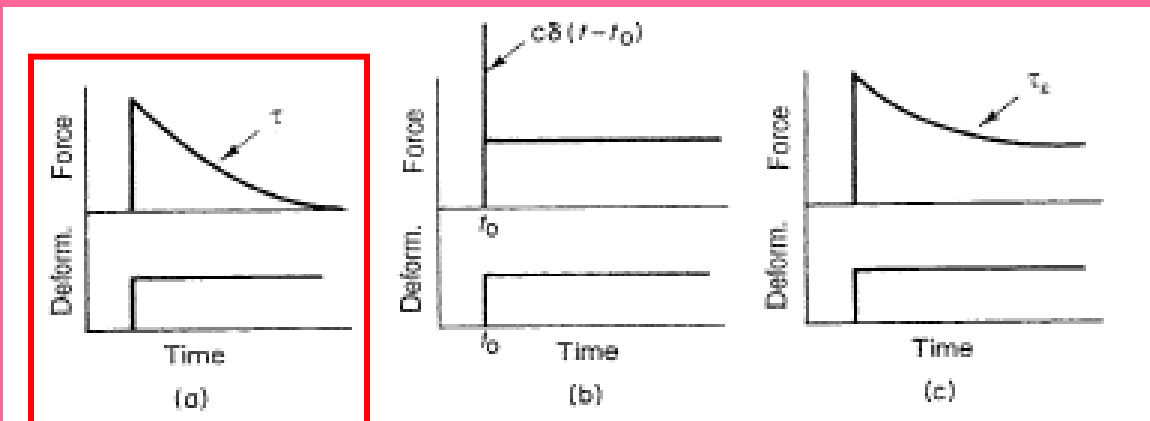
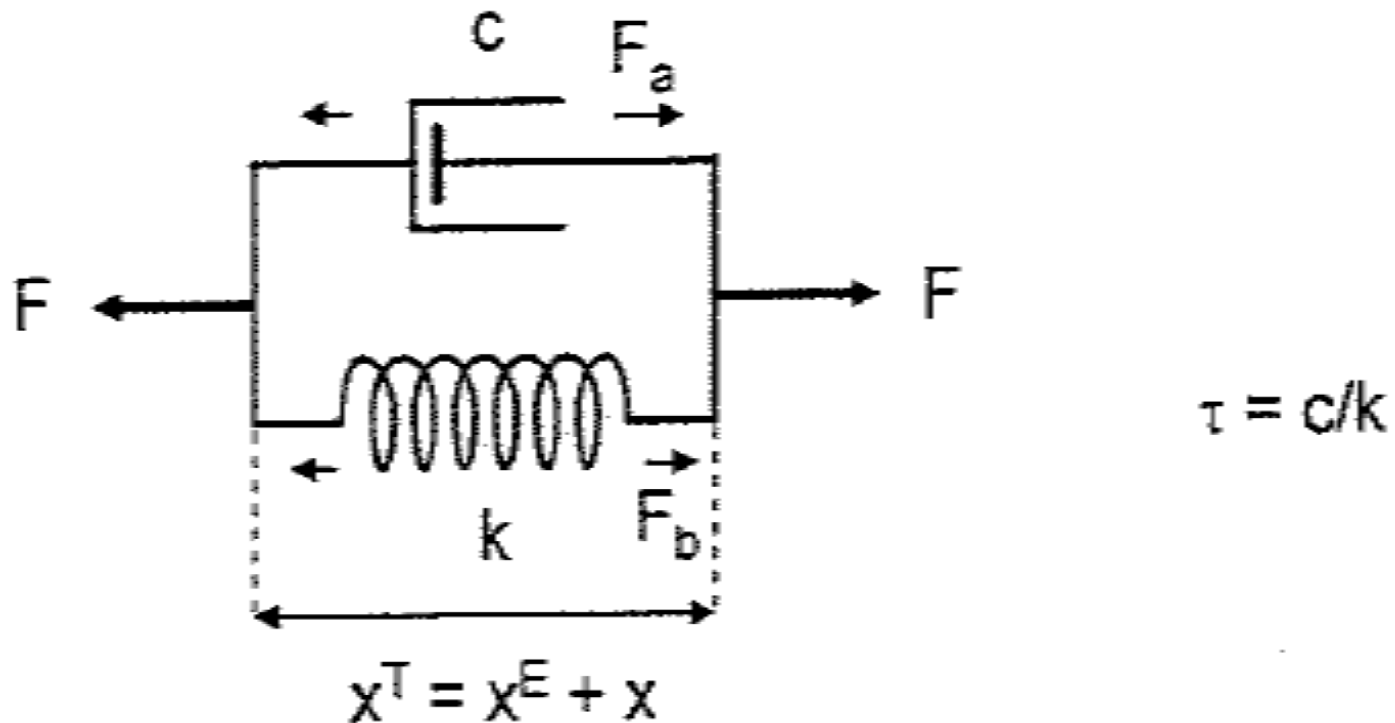


Fig. 4.59. Stress relaxation functions for the (a) Maxwell, (b) Voigt, and (c) Kelvin/linear standard models of viscoelasticity, with a step function deformation. Characteristic relaxation times are shown. (From [198])

# MODELO DE VOIGT I

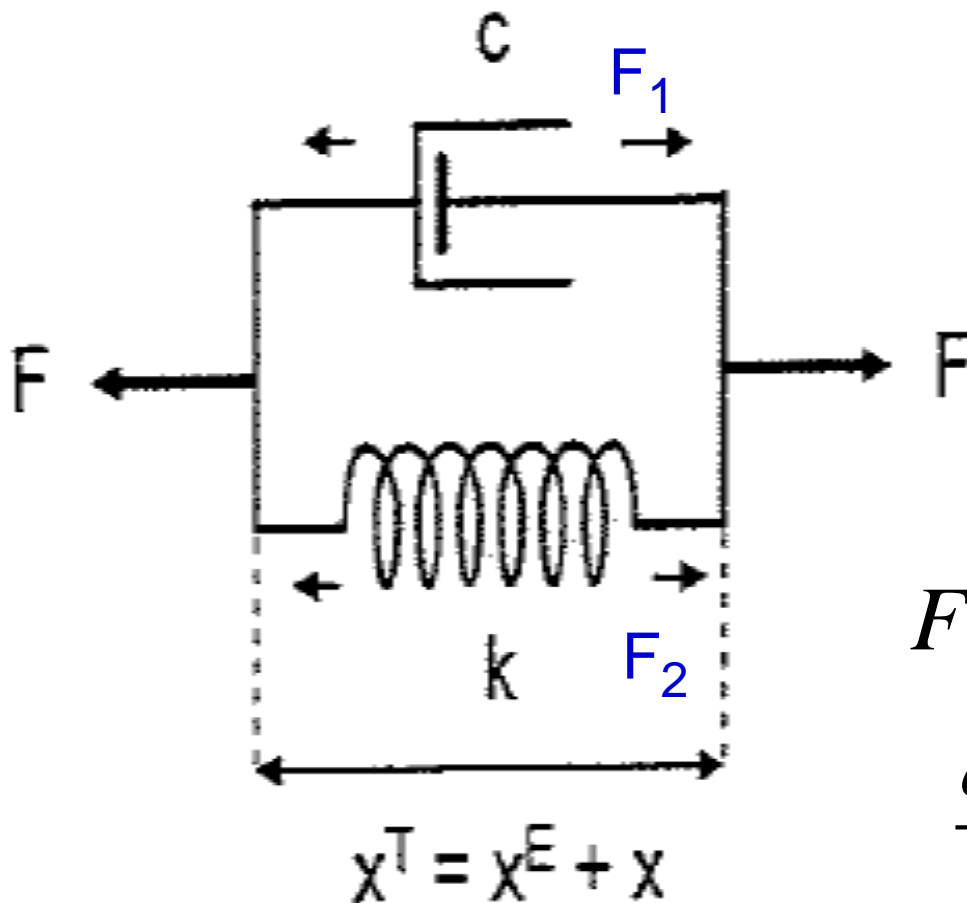


$x_j^T$  Longitud total de cada unidad mecánica  $j$

$x_j^E$  Longitud inicial de cada unidad mecánica en equilibrio

$x_j$  Longitud del apartamiento del equilibrio

# MODELO DE VOIGT II



$$F = F_1 + F_2$$

$$x = x_1 = x_2$$

$$F_1 = c \frac{dx}{dt}$$

$$F_2 = kx$$

$$F = c \frac{dx}{dt} + kx \quad (V1)$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau} = F$$

$$\tau = c/k$$

Condición inicial:  $x(t = 0) = 0$

# MODELO DE VOIGT III

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau} = F \quad , \text{ con: } \tau = c/k \quad , \text{ y: } x(t=0) = 0$$

porque ante cualquier fuerza aplicada el amortiguador impide cualquier deformación rápida. Luego, la respuesta del Modelo de Voigt ante una fuerza:

$$F(t) = F_0 \Theta(t)$$

es:

$$x(t) = \frac{F_0}{k} \left\{ 1 - \exp \left[ - (k/c)t \right] \right\} \Theta(t) \quad (V2)$$

y ante una deformación:  $x(t) = x_0 \Theta(t)$

es:

$$F(t) = cx_0 \delta(t) + kx_0 \Theta(t) \quad (V3)$$

# CREEP Y RELAJACION EN EL MODELO DE VOIGT

Entradas:

Respuestas:

$$F(t) = F_0 \Theta(t)$$

$$1 - \Theta(t)$$

$$1 - \exp(-t/\tau)$$

$$\exp(-t/\tau)$$

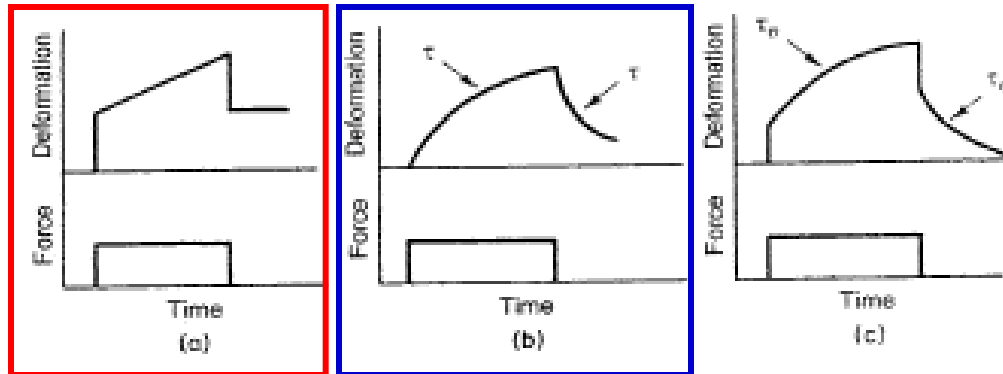


Fig. 4.58. Creep functions for the (a) Maxwell, (b) Voigt, and (c) Kelvin/linear standard models of viscoelasticity, with force loading and subsequent unloading. Characteristic relaxation times are shown. (From [198])

$$x(t) = x_0 \Theta(t)$$

$$\delta(t)$$

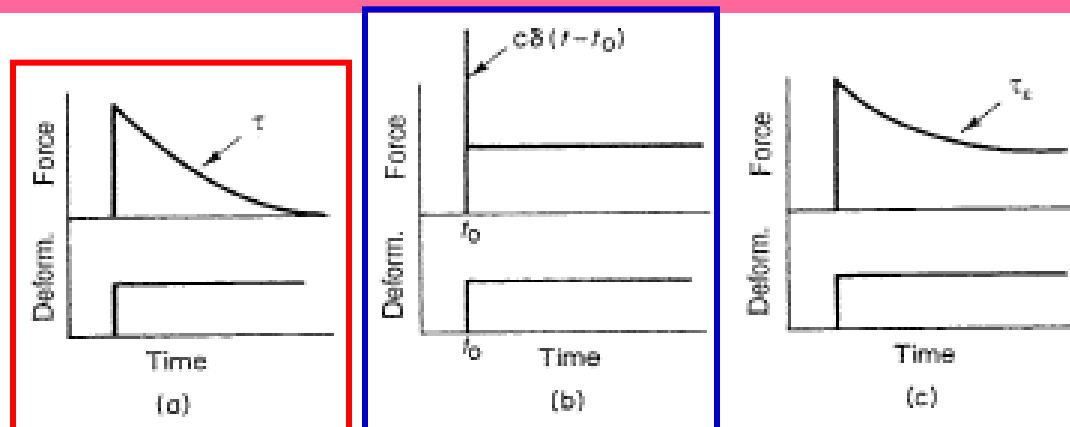
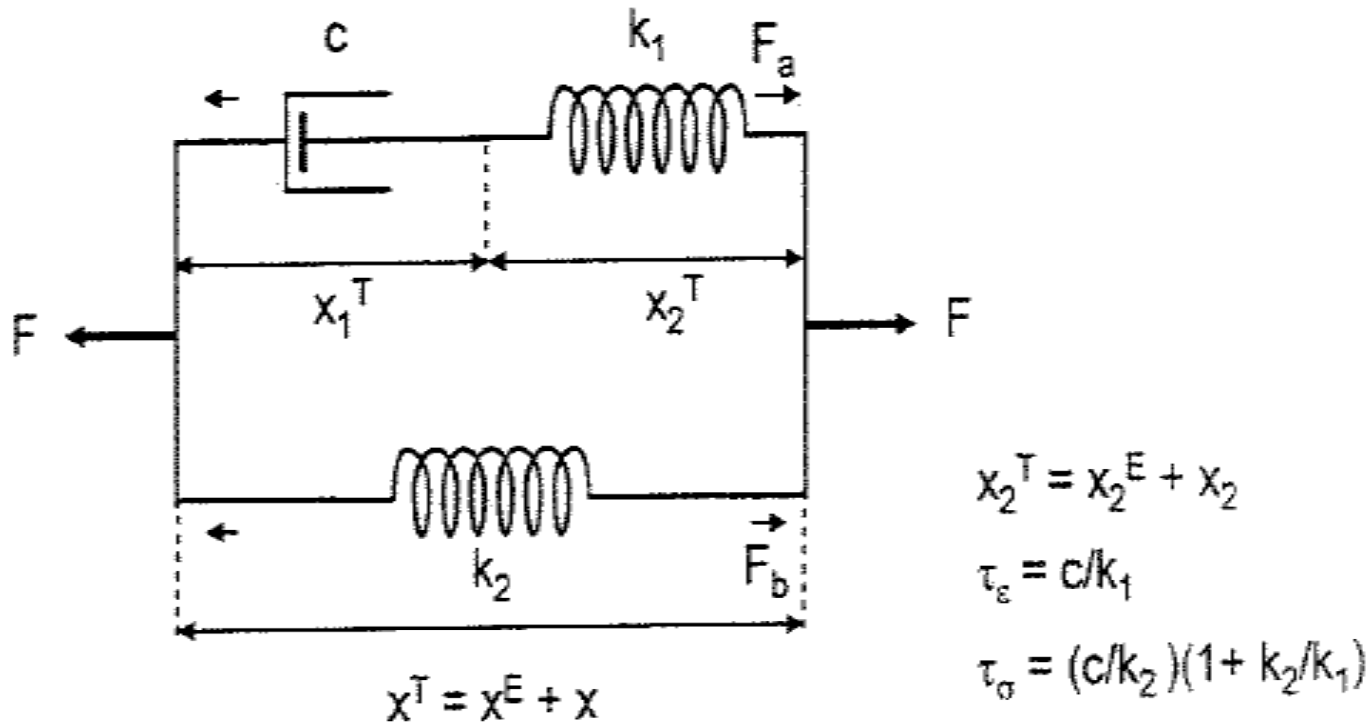


Fig. 4.59. Stress relaxation functions for the (a) Maxwell, (b) Voigt, and (c) Kelvin/linear standard models of viscoelasticity, with a step function deformation. Characteristic relaxation times are shown. (From [198])



# MODELO DE KELVIN I

(c) Kelvin body ("Standard linear model")



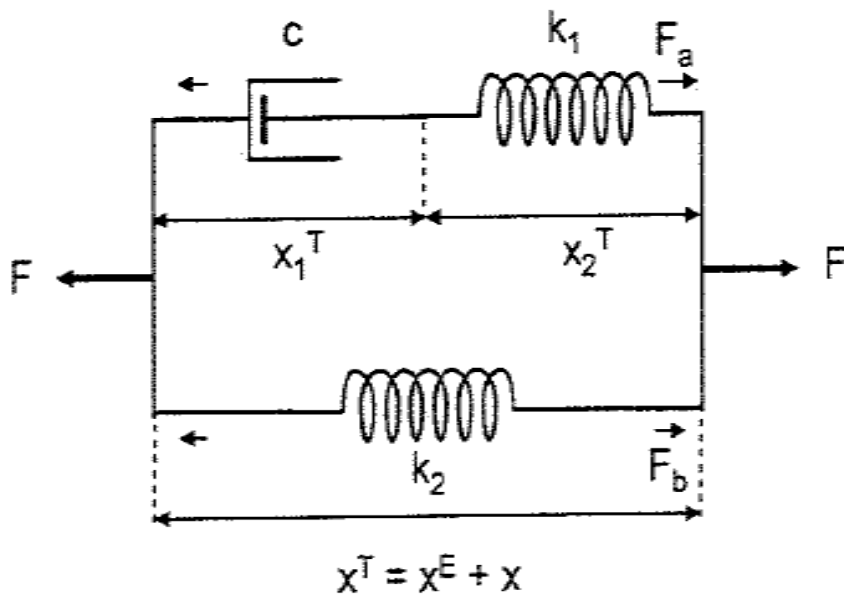
$x_j^T$  Longitud total de cada unidad mecánica  $j$

$x_j^E$  Longitud inicial de cada unidad mecánica en equilibrio

$x_j$  Longitud del apartamiento del equilibrio

# MODELO DE KELVIN II

(c) Kelvin body ("Standard linear model")



$$\begin{aligned}
 x_2^T &= x_2^E + x_2 \\
 \tau_e &= c/k_1 \\
 \tau_\sigma &= (c/k_2)(1 + k_2/k_1)
 \end{aligned}$$

$$F_a = c \frac{dx_1}{dt} = k_1 x_2 \quad (\text{K1})$$

$$F_b = k_2 x \quad (\text{K2})$$

$$F = F_a + F_b \quad (\text{K3})$$

$$\frac{dx_1^E}{dt} = 0$$

$$\frac{dx_2^E}{dt} = 0$$

$$\frac{dx^E}{dt} = 0$$

$$\left. \begin{aligned}
 x_1^T &= x_1^E + x_1 \\
 x_2^T &= x_2^E + x_2 \\
 x^T &= x^E + x
 \end{aligned} \right\} x = x_1 + x_2 \quad (\text{K4})$$

# MODELO DE KELVIN III

Luego: 
$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx_1}{dt} + \frac{dx_2}{dt} = \frac{F_a}{c} + \frac{dF_a/dt}{k_1} \quad (\text{K5})$$

Y por las **(K2)** y **(K3)**: 
$$F_a = F - F_b = F - k_2 x \quad (\text{K6})$$

y su derivada: 
$$\frac{dF_a}{dt} = \frac{dF}{dt} - k_2 \frac{dx}{dt} \quad (\text{K7})$$

Y reemplazando **(K6)** y **(K7)** en la **(K5)**, resulta:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{F - k_2 x}{c} + \frac{1}{k_1} \left( \frac{dF}{dt} - k_2 \frac{dx}{dt} \right) \quad (\text{K8})$$

# MODELO DE KELVIN IV

Reordenando en la (K8) los términos de las fuerzas y de las deformaciones, queda:

$$F + \frac{c}{k_1} \frac{dF}{dt} = k_2 x + c \left( 1 + \frac{k_2}{k_1} \right) \frac{dx}{dt} \quad (\text{K9})$$

Este término no aparece en la (V1) del Modelo de Voigt

Este término no aparece en la (M1) del Modelo de Maxwell

La (K9) se puede escribir:

$$F + \frac{c}{k_1} \frac{dF}{dt} = k_2 \left[ x + \frac{c}{k_2} \left( 1 + \frac{k_2}{k_1} \right) \frac{dx}{dt} \right]$$

# MODELO DE KELVIN V

e introduciendo las constantes de tiempo de los decaimientos de las fuerzas y de los deformaciones:

$$\tau_\varepsilon = c/k_1 \quad \text{y} \quad \tau_\sigma = (c/k_1) \left( 1 + \frac{k_2}{k_1} \right) = c \left( \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right)$$

resulta:

$$F + \tau_\varepsilon \frac{dF}{dt} = k_2 \left[ x + \tau_\sigma \frac{dx}{dt} \right] \quad \text{(K10)}$$

Ante la aplicación de fuerzas o de deformaciones abruptas la (K10) queda:

$$F(0)\Theta(t) + \tau_\varepsilon F(0) \frac{d\Theta(t)}{dt} = k_2 x(0)\Theta(t) + k_2 \tau_\sigma x(0) \frac{d\Theta(t)}{dt}$$

con lo que resultan las expresiones de las condiciones iniciales:

$$F(0) = k_2 x(0)$$

y

$$\tau_\varepsilon F(0) = k_2 \tau_\sigma x(0)$$

Parece válida para el resorte 2. Parece válida para todo el sistema. 150

$$F + \frac{c}{k_1} \frac{dF}{dt} = k_2 \left[ x + \frac{c}{k_2} \left( 1 + \frac{k_2}{k_1} \right) \frac{dx}{dt} \right]. \quad (4.67)$$

After introducing the time constants  $\tau_\epsilon = c/k_1$  and  $\tau_\sigma = (c/k_2)(1 + k_2/k_1) = c(1/k_1 + 1/k_2)$ , this equation becomes

$$F + \tau_\epsilon \frac{dF}{dt} = k_2 \left( x + \tau_\sigma \frac{dx}{dt} \right). \quad (4.68)$$

This tells us that the force terms relax with a time constant  $\tau_\epsilon$ , while the deformation terms relax with a time constant  $\tau_\sigma$ . This is clear because the solution to  $Q + \tau dQ/dt = 0$  is  $Q(t) = Q(0) \exp(-t/\tau)$ .

For a suddenly applied force or deformation, the initial condition is  $\tau_\epsilon F(0) = k_2 \tau_\sigma x(0)$ . The response of the Kelvin body to the applied force  $F(t) = F_0 \theta(t)$  is

$$x(t) = \frac{F_0}{k_2} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\tau_\epsilon}{\tau_\sigma} \right) \exp(-t/\tau_\sigma) \right] \theta(t) \quad (4.69)$$

and to the deformation  $x(t) = x_0 \theta(t)$  it is

$$F(t) = k_2 x_0 \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\tau_\sigma}{\tau_\epsilon} \right) \exp(-t/\tau_\epsilon) \right] \theta(t). \quad (4.70)$$

Again, these solutions can be proved by substitution in (4.68). (Also see Appendix C.) These results are plotted in Figs. 4.58c and 4.59c.

# MODELO DE KELVIN VI

Luego la respuesta del Modelo de Kelvin ante la aplicación de una fuerza:

$$F(t) = F_0 \Theta(t)$$

será:

$$x(t) = \frac{F_0}{k_2} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\tau_\varepsilon}{\tau_\sigma} \right) e^{-t/\tau_\sigma} \right] \Theta(t) \quad (\text{K11})$$

y ante la aplicación de una deformación:

$$x(t) = x_0 \Theta(t)$$

será:

$$F(t) = k_2 x_0 \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\tau_\sigma}{\tau_\varepsilon} \right) e^{-t/\tau_\varepsilon} \right] \Theta(t) \quad (\text{K12})$$

K11 y K12 están en la Pantalla 141.

# CREEP Y RELAJACION EN EL MODELO DE VOIGT

Entradas:

Respuestas:

$$F(t) = F_0 \Theta(t)$$

$$1 - \Theta(t)$$

$$1 - \exp(-t/\tau_\sigma)$$

$$\exp(-t/\tau_\sigma)$$

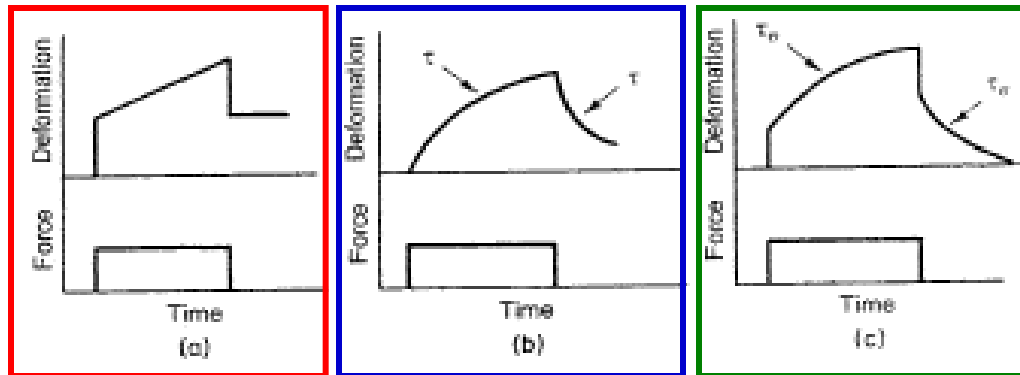


Fig. 4.58. Creep functions for the (a) Maxwell, (b) Voigt, and (c) Kelvin/linear standard models of viscoelasticity, with force loading and subsequent unloading. Characteristic relaxation times are shown. (From [198])

$$x(t) = x_0 \Theta(t)$$

$$\exp(-t/\tau_\varepsilon)$$

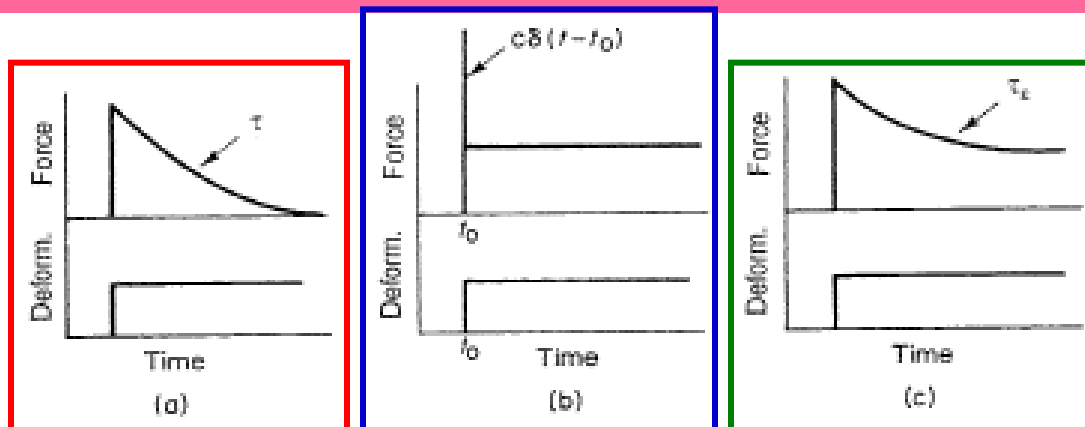


Fig. 4.59. Stress relaxation functions for the (a) Maxwell, (b) Voigt, and (c) Kelvin/linear standard models of viscoelasticity, with a step function deformation. Characteristic relaxation times are shown. (From [198])



# BIOFISICA

## CAPITULO 4

### Fracturas de Huesos del Cuerpo Humano

# PROPIEDADES FISICAS DE DIFERENTES TIPOS DE TEJIDOS OSEOS

Table 4.5. Physical properties of different types of bone. (From [212]. Using data from [189])

property	femur	antler	bullae
Young's modulus ( $Y$ ) (GPa)	13.5	7.4	31.3
ultimate bending stress (UBS) (MPa)	247	179	33
work of fracture ( $W_F$ ) ( $J/m^2$ )	1,710	6,190	200
density ( $g/cm^3$ )	2.06	1.86	2.47

212. C. McGowan, *A Practical Guide to Vertebrate Mechanics* (Cambridge University Press, Cambridge 1999)

189. J.D. Currey: *The Mechanical Adaptations of Bones* (Princeton University Press, Princeton 1984)

*Fémur*

*Asta*

*Canal auditivo*

*UBS: Ultimate Bending Stress (Carga de Flexión o Pandeo Final).*

# PROPIEDADES FISICAS DE DIFERENTES HUESOS LARGOS HUMANOS

Table 4.6. Properties of long bones. (From [182]. Using data from [236])

bone	$Y$ ( $\times 10^4$ MPa)	UTS ( $\times 10^2$ MPa)	UBS ( $\times 10^2$ MPa)
femur	1.72	1.21	2.08
tibia	1.80	1.40	2.13
fibula	1.85	1.46	2.16
humerus	1.71	1.22	2.11
radius	1.85	1.49	—
ulna	1.84	1.48	—

182. G.B. Benedek, F.M.H. Villars: *Physics with Illustrative Examples from Medicine and Biology*. Three volumes, 2nd edn (AIP/Springer, New York/Berlin Heidelberg New York 2000)

236. H. Yamada: *Strength of Biological Materials* (Williams & Wilkins, Baltimore 1970)

UTS: *Ultimate Tensile Stress (Carga de Tracción Final).*

UBS: *Ultimate Bending Stress (Carga de Flexión o Pandeo Final).*

# TRABAJOS DE FRACTURAS $W_F$

MATERIALES	$W_F$ (J/m <sup>2</sup> )
Vidrio	1 – 10
Nylon	~ 10 <sup>3</sup>
Madera	~ 10 <sup>4</sup>
Huesos	10 <sup>3</sup> – 10 <sup>4</sup>

# PROPAGACION DE FRACTURAS

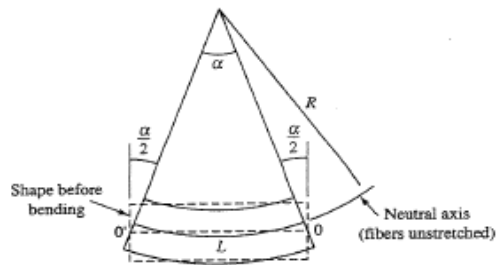


Fig. 4.35. Geometry of a bent beam. (From [182])

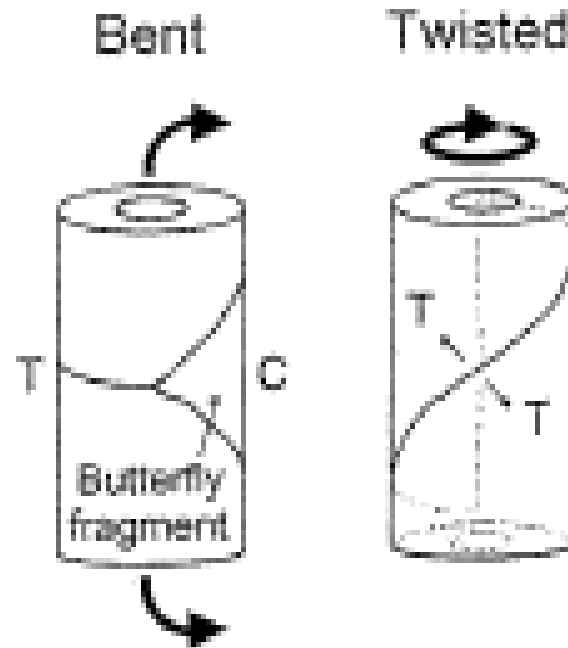


Fig. 4.61. Crack propagation in bent and twisted bone. T means tension and C means compression. (From [210])

# TIPOS DE FRACTURAS

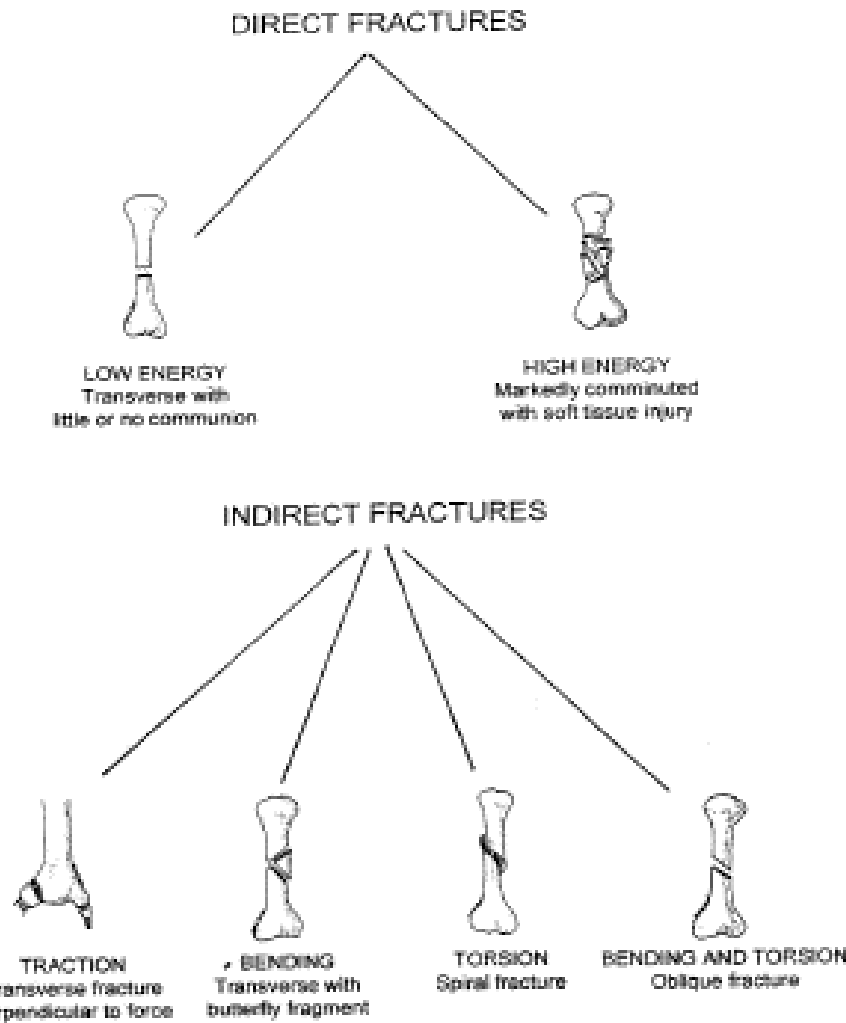


Fig. 4.62. Types of bone fractures resulting from different types of loading. (From [208])

# CLASIFICACION DE FRACTURAS

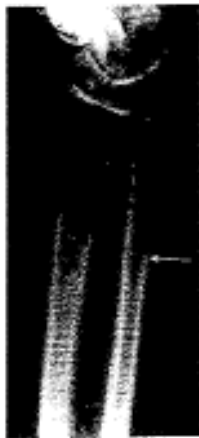


Fig. 4.63. X-ray of a nightstick fracture of the ulna bone. (From [208])

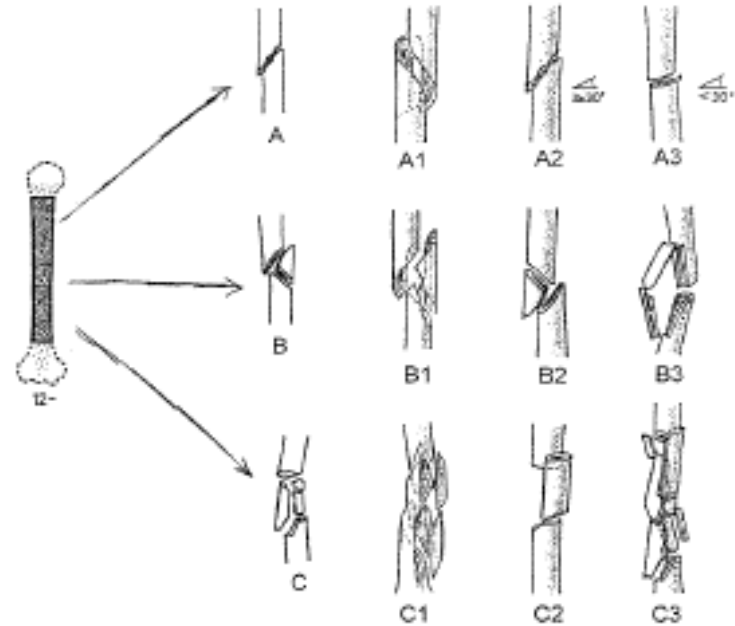


Fig. 4.64. AO-ASIF classification of humerus diaphysis fractures. A: Simple fractures; A1: spiral, A2: oblique ( $\geq 30^\circ$ ), A3: transverse ( $< 30^\circ$ ); B: wedge fractures; B1: spiral wedge, B2: bending wedge, B3: fragmented wedge; C: complex fractures; C1: spiral, C2: segmental, C3: irregular. (From [208])

# DAÑO POR FATIGA SEGUN CICLOS DE TRACCION Y DE COMPRESION

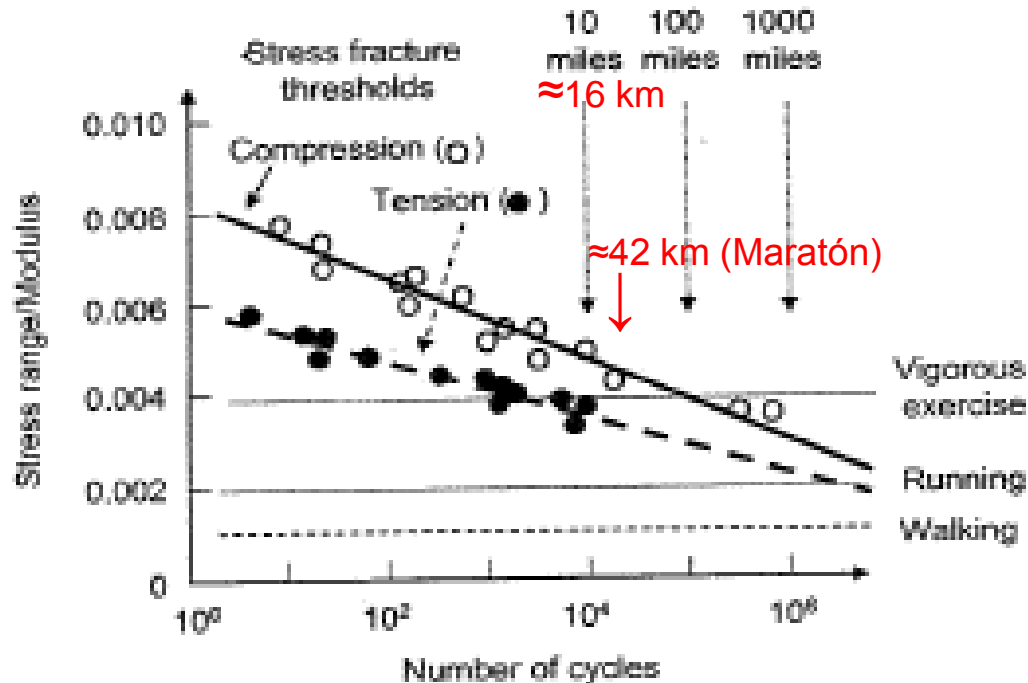


Fig. 4.67. Test strain ranges in compression and tension that lead to fatigue damage (stress fractures) in **human cortical bone** when applied for given number of cycles, referenced to the strains that simulate walking, running, and other strenuous exercise. There are approximately 5,000 cycles of testing (each corresponding to a step) in 10 miles (16 km) of running (which are the ranges of strain in either compressive or tensile loading experiments that simulate walking, running, and other strenuous exercise). (Based on [187, 197])



# PROPAGACION DE FRACTURAS II

- Los huesos son **muy resistentes al pandeo** [UBS = 247 MPa (1999 y 1984) y UBS = 208,6 MPa (1998)], **menos a la compresión** [UCS = 195 MPa (1998) y UCS = 170 MPa (1996)], **menos aún a la tracción** [UTS = 133 MPa (1998), UTS = 121 MPa (1970 y 1994), UTS = 162 MPa (1970) y UTS = 120 MPa (1996)] y **débiles a la cizalladura** [Módulo de Cizalladura = 69 MPa (1998)].
- Alguien de 1,80 m de altura al caerse estando de pie pone a disposición una energía potencial igual a  $E_p = m_b g \Delta h_{cm}$ , siendo  $m_b = 70$  kg y  $\Delta h_{cm}$  el cambio de altura del centro de masa que al estar parado es de 0,90 m y al quedar acostado de 0,10 m, con lo que  $E_p \approx 550$  J.

# PROPAGACION DE FRACTURAS III

- El fémur en esa caída puede almacenar por tracción una energía potencial de:

$$E_p = (UTS)^2 V/2Y =$$

$$(121 \text{ N/mm}^2)^2 \times 500 \text{ mm} \times 330 \text{ mm}^2/2 \times 17.200 \text{ N/mm}^2 \\ \approx 70 \text{ J.}$$

- El fémur en esa caída puede almacenar por pandeo una energía potencial de:

$$E_p = (UBS)^2 V/2Y =$$

$$(208 \text{ N/mm}^2)^2 \times 500 \text{ mm} \times 330 \text{ mm}^2/2 \times 17.200 \text{ N/mm}^2 \\ \approx 208 \text{ J.}$$

Luego, una caída nos puede fracturar varios huesos largos, ... pero los tenemos protegidos; en menor medida las mujeres que los varones.

# BIOFISICA

## CAPITULO 4

### Modelado y Diseño de Elementos de Seguridad

# ENDURECIMIENTO DEL RELLENO AL ABSORBER IGUAL ENERGIA

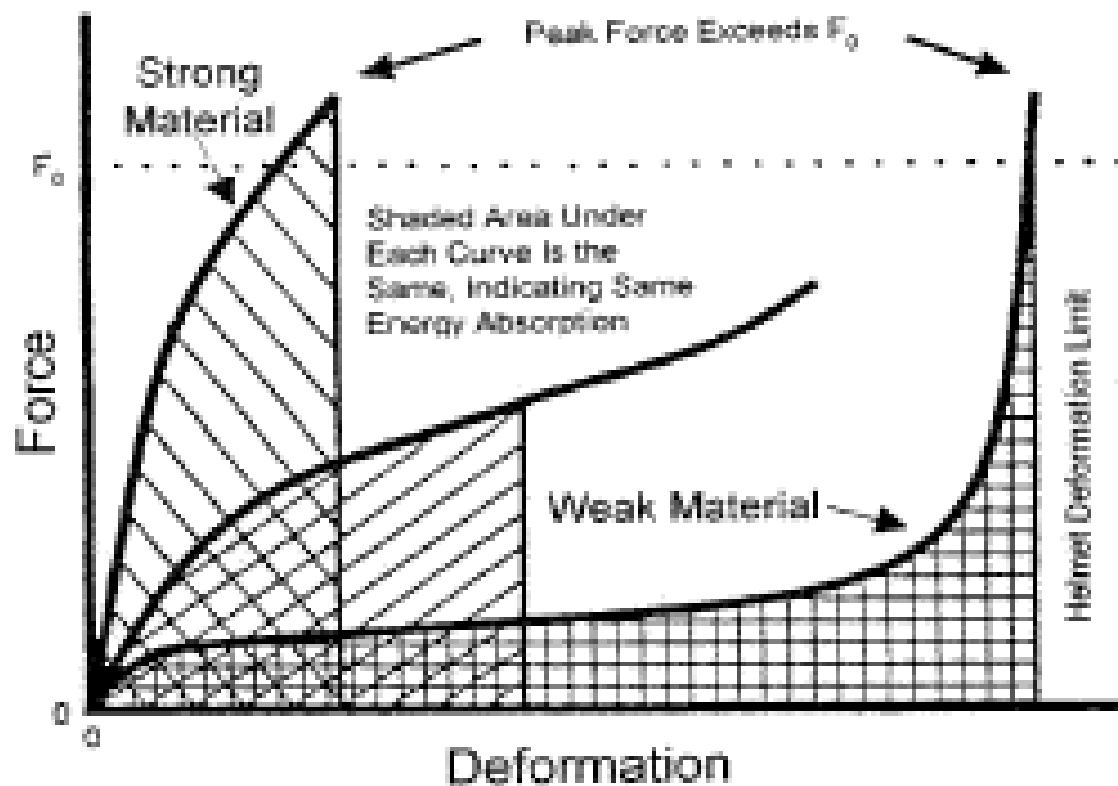


Fig. 4.72. Effect of the padding strength for the same energy absorbed. The peak force exceeds the maximum allowable force for the “strong” (or stiff) and “weak” (or compliant) materials. The weak material is crushed to just about its initial thickness and then becomes very stiff. (From [219])

# CARGA vs DEFORMACION DE MATERIALES DE RELLENO REALES PARA CASCOS

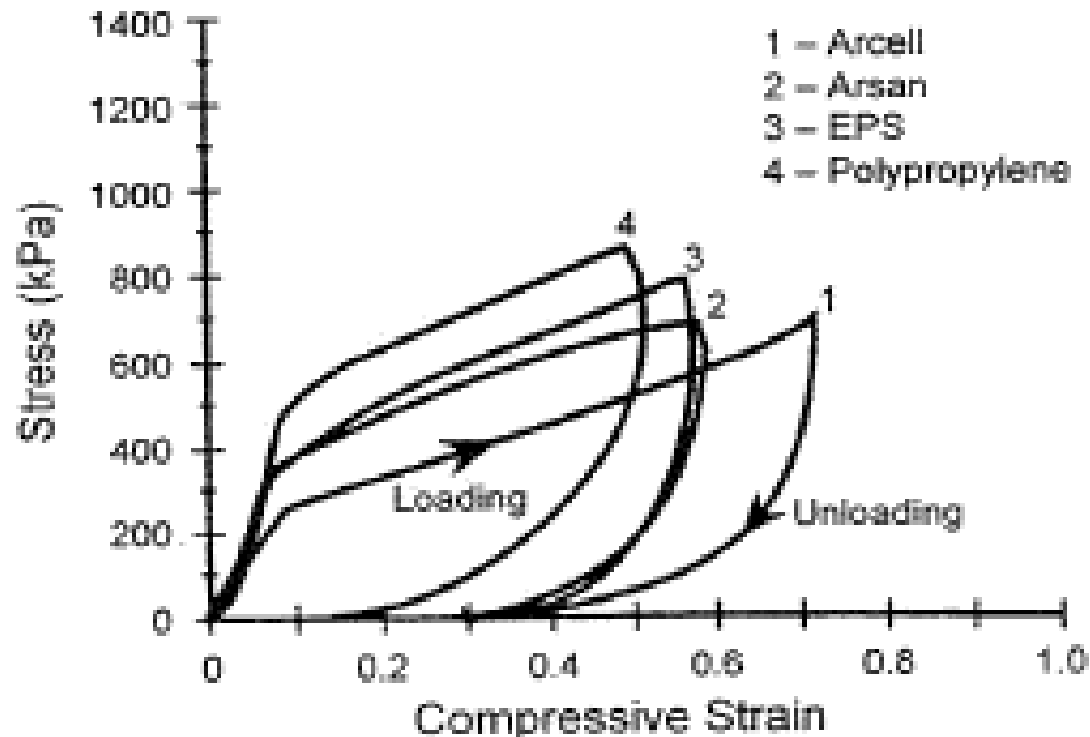
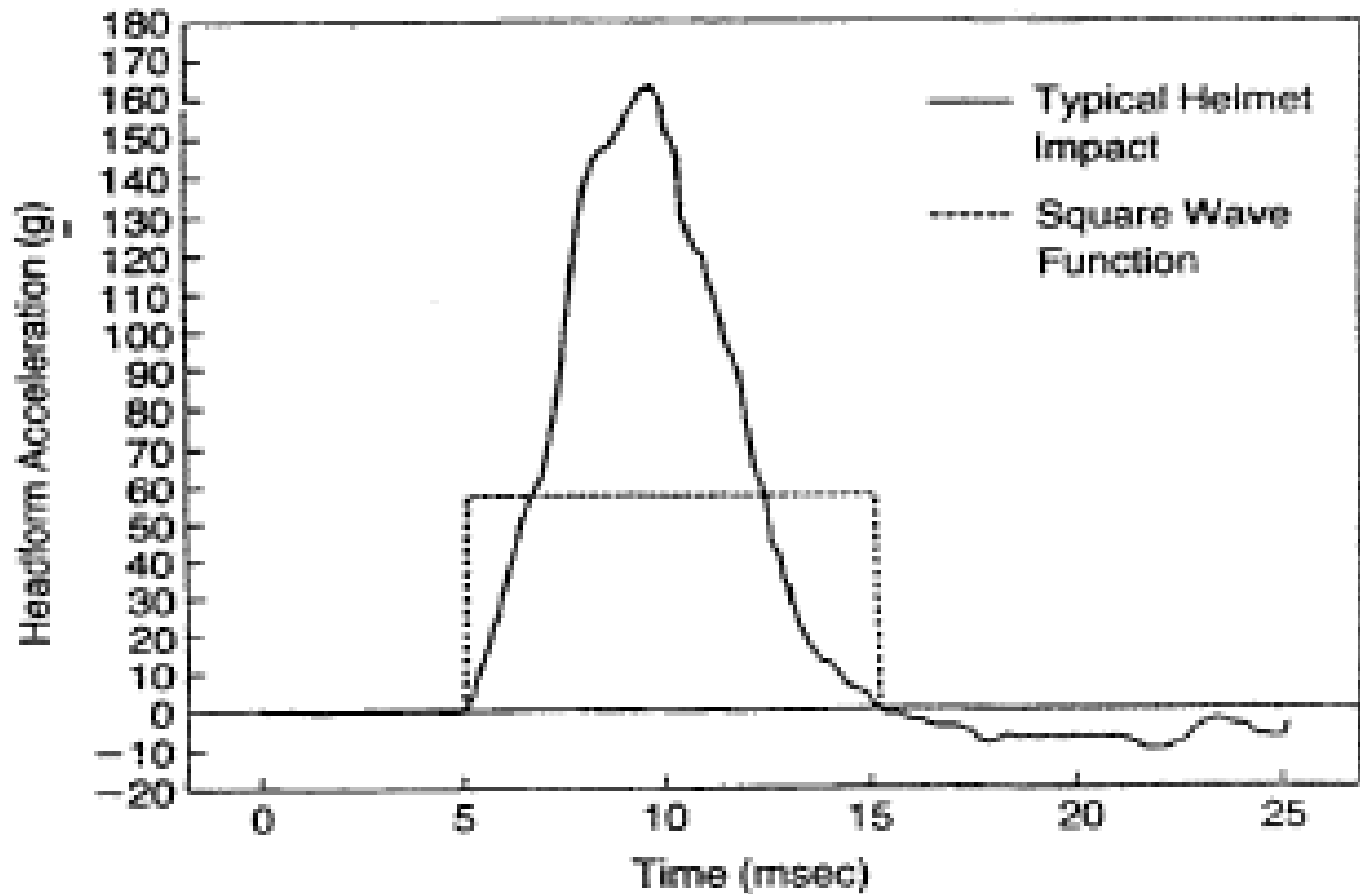


Fig. 4.73. Stress-strain for real padding materials: 1-Arcell, 2-Arsan, 3-EPS (expanded polystyrene), 4-Polypropylene. The energy absorbed is the area under the loading curve minus that under the unloading curve. (From [219])

# IMPACTO TIPICO EN UN CASCO



~ 20,3 km/h

Fig. 4.74. Helmeted impact deceleration with initial speed of 5.63 m/s. (From [219])