Física General I – Año 2016
Trabajo Práctico 9: Cuerpo rígido y momento angular (parte 1 de 2)

1. Cuatro partículas están en los vértices de un cuadrado de 1 m de lado, unidas por varillas de masa despreciable. Las masas de dos partículas que se encuentran en vértices opuestos del cuadrado son $m_1 = m_4 = 10$ kg, mientras que las otras dos tienen masas $m_2 = m_3 = 15$ kg. a) Hallar el momento de inercia del sistema respecto de un eje perpendicular al plano del cuadrado que pasa a través de m_4. b) Ídem respecto de un eje que pasa por uno de los lados del cuadrado. c) Ídem respecto de un eje que pasa por la diagonal donde se encuentran m_2 y m_3.

2. a) Utilizar el teorema de Steiner para hallar el momento de inercia de una esfera maciza y uniforme de masa M y radio R respecto de un eje tangente a la esfera. b) Calcular el momento de inercia de un cascarón esférico de radio interior r, radio exterior R y masa M, respecto de un eje que pasa por su centro. c) Calcular el momento de inercia de una puerta homogénea de base b y altura h, respecto de un eje que pasa por las bisagras. d) Calcular el momento de inercia de una placa rectangular homogénea delgada de lados a y b y masa M, respecto de un eje perpendicular a la placa que pasa por un vértice, y respecto de un eje paralelo al anterior que pasa por el centro de masas. Ayuda: usar el teorema de los ejes perpendiculares. e) Calcular el momento de inercia de una moneda de masa M y radio R, respecto de un eje que pasa por un diámetro. Ayuda: ídem anterior. f) Calcular el momento de inercia de una esfera hueca de radio R y masa M respecto de un eje que pasa por su centro. Ayuda: considerar el resultado del ítem b), y tomar el límite $r \to R$.

3. Una cuerda se enrolla alrededor de un cilindro de 6 kg y 10 cm de radio, que puede girar libremente alrededor de su eje. Se tira de la cuerda con una fuerza constante de 15 N, estando el cilindro inicialmente en reposo. a) Hallar el torque ejercido por la cuerda respecto del centro del cilindro, y la aceleración angular de éste. b) Hallar la velocidad angular del cilindro al cabo de 3 segundos, y calcular cuántas revoluciones ha girado en ese lapso.

4. El antebrazo de la Fig. 1 sostiene una bola de 7 kg, formando un ángulo de 90° con el brazo. a) Determinar el torque ejercido sobre el antebrazo por la masa de 7 kg respecto del punto de articulación del codo. b) Despreciando el peso del antebrazo, calcular la fuerza F_m que debe ejercer el bíceps para poder sostener la bola.

5. Se monta una rueda sobre un eje que posee rozamiento. Se aplica a la rueda un torque externo constante de 50 N m respecto de su centro. Luego de 20 segundos, se observa que la velocidad angular de la rueda se ha incrementado de 0 a 600 rev/min. Se elimina entonces el torque externo, observando que la rueda se detiene luego de 120 segundos. Suponiendo que el torque ejercido por la fuerza de rozamiento es constante, a) ¿cuál es el momento de inercia de la rueda respecto de su eje? b) ¿Cuál es el torque ejercido por la fuerza de rozamiento?

6. Calcular la aceleración angular de una polea cilíndrica de 0.5 m de radio y 20 kg de masa, sobre la que se ha enrollado una cuerda, en los siguientes casos (ver Fig. 2): a) se tira de la cuerda con una fuerza $F = 15$ N; b) se cuelga del extremo de la cuerda un cuerpo cuyo peso sea igual a la fuerza $\vec{F}$.

7. Una máquina de Atwood está formada por una cuerda de masa despreciable que sostiene dos cuerpos y pasa por una polea, sin deslizar sobre ésta. La polea es un disco uniforme de 200 g y 5 cm de radio, y el roce en el pivote es despreciable. a) Calcular la aceleración de los cuerpos si sus masas son 2 kg y 3 kg. b) Calcular la diferencia entre las tensiones en los extremos de la cuerda. c) Calcular el error porcentual cometido en el cálculo de la aceleración si se desprecia la masa de la polea.

8. Un cilindro uniforme de masa m_1 y radio R gira sobre un eje sin rozamiento. Alrededor del cilindro se enrolla una cuerda a la que se sujeta un cuerpo de masa m_2, apoyado sobre un plano inclinado sin rozamiento que forma un ángulo θ con la horizontal (ver Fig. 3). El sistema parte del reposo estando el cuerpo a una altura h de la base del plano. a) Calcular la aceleración inicial del cuerpo. ¿Es ésta constante una vez iniciado el movimiento? b) Calcular la tensión de la cuerda. c) Hallar la velocidad con que llega el cuerpo a la base del plano. d) Analizar las respuestas anteriores para los casos particulares $\theta = 0$, $\theta = 90°$ y $m_1 = 0$.

9. Las figuras 4(a) y 4(b) representan dos tramos de una carretera plana. Un automóvil se desplaza con rapidez constante por ambos tramos. a) Para cada tramo, determinar si el momento angular del automóvil respecto de A y B respectivamente se mantiene constante a medida que el auto avanza. b) Determinar la dirección del momento angular respecto de A y B en cada una de las rectas.

10. Una partícula de masa m es lanzada en tiro oblicuo con una velocidad inicial $\vec{v}_0$ que forma un ángulo θ con la horizontal. Calcular su momento angular respecto del punto de lanzamiento, a) en el instante inicial, b) en el punto de altura máxima, y c) cuando regresa a la misma altura del punto de lanzamiento. d) ¿Qué torque es el responsable del cambio en el momento angular?

11. Dos partículas se mueven en sentidos opuestos a lo largo de una línea recta (ver Fig. 5). La partícula de masa m se mueve hacia la derecha con velocidad v, mientras que la de masa $3m$ se mueve hacia la izquierda con la misma rapidez. ¿Cuál es el momento angular total del sistema formado por las dos partículas respecto del punto O, el punto A y el punto B?

12. La Tierra describe una órbita elíptica alrededor del Sol, estando éste en uno de los focos de la elipse. Cuando la Tierra está en la posición más alejada del Sol (afelio), la distancia entre ambos es de 1.52×10^{11} m, y la velocidad orbital de la Tierra es de 2.93×10^4 m/s. Hallar la velocidad orbital de la Tierra en la posición más cercana al Sol (perihelio), donde la distancia que los separa es de 1.47×10^{11} m. ¿Se conserva la energía mecánica durante toda la órbita?

13. En un incendio Ud. necesita cerrar rápidamente la puerta de una habitación para aislarla del humo. Debido al fuego no puede llegar hasta el picaporte, pero puede arrojar un objeto que golpee la puerta y la cierre. a) ¿En qué parte de la puerta convendría que impacte el objeto? (suponer por simplicidad que la dirección de incidencia es normal al plano de la puerta). b) Si los únicos objetos disponibles son una pelota de goma y un trozo de masilla, ambos de igual masa, ¿qué objeto le arrojaría?

14. Una plataforma espacial viaja por el espacio exterior, aproximadamente libre de toda interacción externa. Dentro de la estación dos astronautas de 80 kg se están acercando entre sí, moviéndose con velocidades de 4 m/s respecto de la plataforma, y siguiendo trayectorias paralelas separadas 9 m. a) Calcular la cantidad de movimiento del sistema formado por ambos astronautas respecto de un marco fijo a la plataforma. ¿Es este marco inercial? ¿Se mantiene esta cantidad de movimiento constante en el tiempo? ¿Qué velocidad tiene el centro de masas del sistema respecto de la plataforma? b) Calcular el momento angular del sistema respecto de su centro de masas. ¿Es ésta una cantidad conservada a medida que los astronautas avanzan? c) Cuando los astronautas se encuentran frente a frente, uno de ellos lanza una cuerda, y el otro se aferra a ella. Describir cómo será el movimiento posterior de los astronautas. ¿Cuál será el valor de la cantidad de movimiento, y del momento angular respecto del centro de masas? ¿Serán estos constantes? Calcular la aceleración de cada astronauta en el marco fijo a la plataforma. d) Finalmente, uno de los astronautas comienza a enroscar la cuerda sobre su brazo, de modo tal que ambos se acercan entre sí. ¿Cómo es entonces el movimiento del centro de masas? ¿Se mantiene constante el momento angular del sistema respecto del centro de masas? ¿Qué ocurre con la velocidad angular de los astronautas? ¿Y con la energía mecánica del sistema?

15. El sistema de masas y cuerdas de la Fig. 6 está apoyado sobre una mesa lisa y gira alrededor del punto fijo O, con velocidad angular $\omega =$ constante. Las masas de las sogas son despreciables frente a m_1 y m_2. a) Hallar el momento angular del sistema respecto de O. b) Si en un dado instante se corta la soga que une m_1 con m_2, ¿qué sucede con las cantidades de movimiento $\vec{p}_1$ y $\vec{p}_2$? ¿Y con el momento angular total? c) Posteriormente la masa m_2 ingresa a una superficie con rozamiento. ¿Se conserva entonces el momento angular total del sistema? d) (Opcional) Para el sistema de ambas masas en la situación inicial, probar que se verifica que $\sum \vec{F}_{ext} = (m_1 + m_2)\, \vec{a}_{\mathrm{CM}}$.

16. Un hombre está de pie en el centro de una plataforma circular (sin fricción), manteniendo sus brazos extendidos horizontalmente con una pesa en cada mano y girando alrededor de un eje vertical con velocidad angular de 2 rev/s. El momento de inercia del sistema plataforma + hombre respecto de este eje es de 10 $\mathrm{kg\,m^2}$. Cuando el hombre acerca las pesas hacia su cuerpo, el momento de inercia disminuye a 4 kg $\mathrm{m^2}$ a) ¿Cuál es entonces la nueva velocidad angular de la plataforma? b) ¿Cuál es la variación de la energía mecánica experimentada por el sistema? c) ¿Cómo se explica físicamente este cambio en la energía mecánica?

17. Una mujer de 60 kg está parada en el borde de una calesita de 1 m de radio que se encuentra en reposo y cuyo momento de inercia respecto de su eje es $I = 500\ \mathrm{kg\,m^2}$. La mujer comienza a caminar por el borde de la calesita en el sentido de las agujas del reloj con una rapidez constante de 1.5 m/s respecto del suelo. a) ¿En qué dirección y con qué velocidad angular se moverá la calesita? b) ¿Cuál ha sido el cambio en la energía interna de la mujer? ¿Y en la energía interna de la calesita?

18. Una puerta de 80 cm de ancho y masa 50 kg está abierta un ángulo de 45°. Se arroja sobre ella la pelota, cuya masa es de 900 g, de modo tal que en el instante previo al choque ésta tiene una velocidad de 1 m/s

en dirección perpendicular a la puerta. El choque es elástico, y se produce sobre el borde de la puerta opuesto a las bisagras (cuyo roce es despreciable). a) Calcular la velocidad de la pelota inmediatamente después del choque. b) Calcular el tiempo que tarda en cerrarse la puerta.

19. Un cilindro uniforme de masa m_1 y radio R gira sobre un eje sin rozamiento. Alrededor del cilindro se enrolla una cuerda a la que se sujeta un cuerpo de masa m_2, apoyado sobre un plano inclinado sin rozamiento que forma un ángulo θ con la horizontal (ver Fig. 3). El sistema parte del reposo estando el cuerpo a una altura h de la base del plano. Hallar la velocidad con que llega el cuerpo a la base del plano utilizando la conservación de la energía mecánica.

20. En el sistema de la Fig. 7, el resorte tiene constante $k = 100$ N/m, y se encuentra con su longitud natural cuando se libera al bloque desde el reposo, permitiéndole caer. Si la posición inicial del bloque es 10 cm sobre el suelo, y el momento de inercia de la polea es 0.8 kg m^2, determinar con qué velocidad llegará el bloque al suelo.

21. Una bala de 20 g que se mueve horizontalmente con velocidad v choca y queda incrustada en el extremo inferior de una varilla de 20 cm de longitud y 0.5 kg. La varilla se encuentra inicialmente en reposo en posición vertical, suspendida por un pivote ubicado en su extremo superior alrededor del cual puede girar libremente. a) Calcular la velocidad mínima de la bala para que la varilla gire un ángulo de 180°. b) Calcular la energía mecánica perdida en la colisión. c) ¿Se conserva la cantidad de movimiento del sistema bala + varilla en la colisión? En caso contrario, ¿qué agente externo ejerce una fuerza sobre el sistema? ¿Qué dirección tiene esta fuerza? d) Ídem a), pero en el caso de que la velocidad de la bala forma un ángulo de 30° con la horizontal.

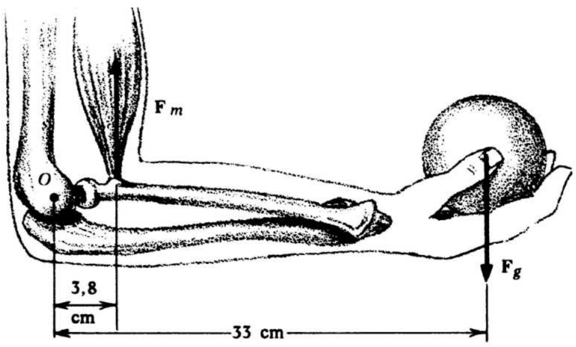

Fig. 1

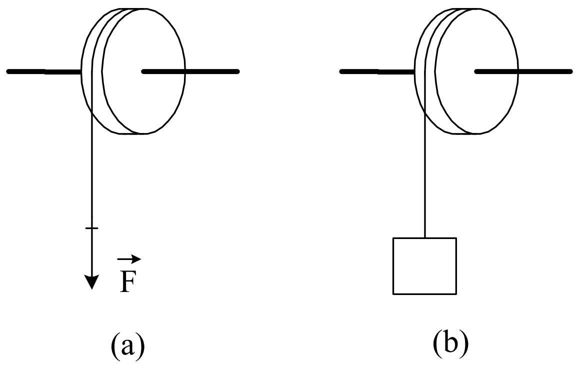

Fig. 2

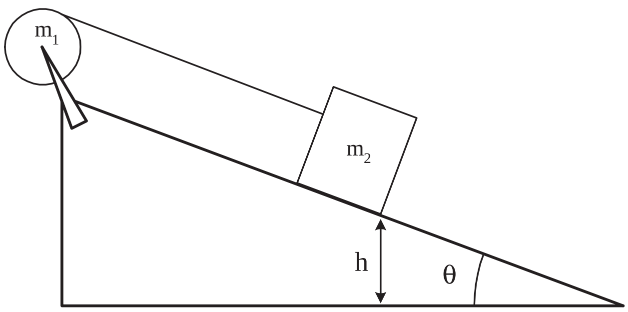

Fig. 3

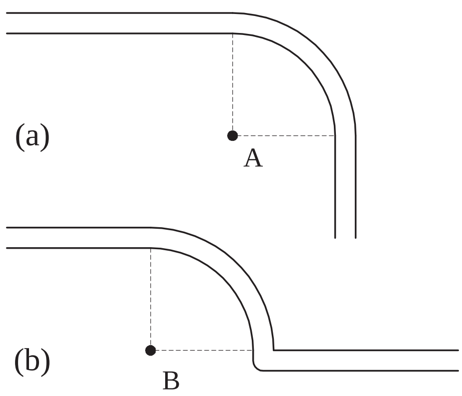

Fig. 4

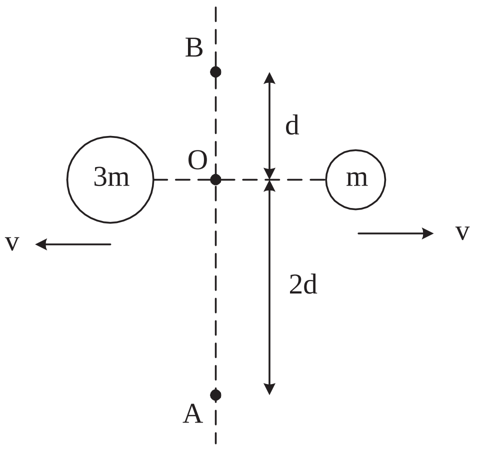

Fig. 5

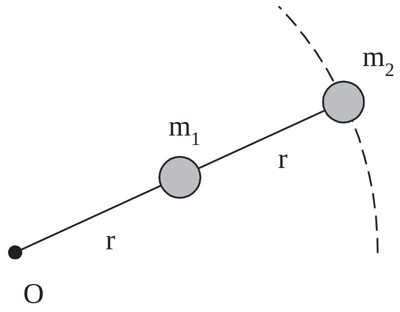

Fig. 6

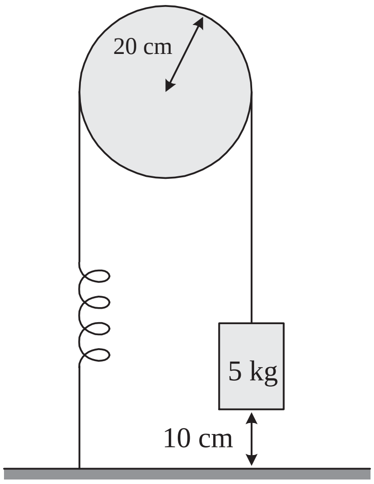

Fig. 7

Algunos resultados: 1a) $I = 50$ kg m^2; 1b) $I = 25$ kg m^2; 1c) $I = 10$ kg m^2; 2a) $I = (7/5)MR^2$; 2b) $I = (2/5)M(R^5 - r^5)/(R^3 - r^3)$; 2c) $I = Mb^2/3$; 2d) $I_V = M(a^2 + b^2)/3$, $I_{\text{CM}} = M(a^2 + b^2)/12$; 2e) $I = MR^2/4$; 2f) $I = (2/3)MR^2$; 3b) $\omega = 150$ rad/s, 35.8 rev; 4b) $F_m = 596$ N; 5a) $I = 13.6$ kg m^2; 5b) $\tau_{F_r} = 7.14$ N m; 6a) $\alpha = 3$ rad/s^2; 6b) $\alpha = 2.60$ rad/s^2; 7a) $a = 1.92$ m/s^2; 7b) $\Delta T = 0.192$ N; 7c) error = 2%; 8a) $a = m_2 g \operatorname{sen}\theta/(m_1/2 + m_2)$; 8b) $T = m_1 m_2 g \operatorname{sen}\theta/(m_1 + 2m_2)$; 8c) $v = \sqrt{2m_2gh/(m_1/2 + m_2)}$; 10a) $\vec{L} = 0$; 10b) $\vec{L} = -mv_0^3 \operatorname{sen}^2\theta \cos\theta/(2g)\,\check{\text{k}}$; 10c) $\vec{L} = -2mv_0^3 \operatorname{sen}^2\theta \cos\theta/g\,\check{\text{k}}$; 11) $\vec{L}^{(O)} = 0$, $\vec{L}^{(A)} = 4mvd\,\check{\text{k}}$, $\vec{L}^{(B)} = -2mvd\,\check{\text{k}}$; 12) $v = 3.03 \times 10^4$ m/s; 13b) la pelota; 14b) $L = 2880$ kg m^2; 14c) $a = 3.56$ rad/s^2; 14d) $v_{\text{CM}} = 0$, $\vec{L}^{(\text{CM})} =$ cte, ω aumenta, E_{mec} aumenta; 16b) $\Delta E_{\text{mec}} = 1180$ J; 17a) $\omega = 0.18$ rad/s; 17b) $\Delta E_{\text{mec}} = 75.6$ J; 17c) $\Delta E_{int\,(\text{mujer})} = -75.6$ J, $\Delta E_{int\,(\text{calesita})} = 0$; 18a) $v = 0.898$ m/s; 18b) $t = 6.14$ s; 20) $v = 59.3$ cm/s; 21a) $v = 31.4$ m/s; 21b) $\Delta E_{\text{mec}} = -8.82$ J; 21c) el pivote ejerce una fuerza en el mismo sentido que la velocidad de la bala.