Física General I – Año 2016
Trabajo Práctico 7: Movimiento oscilatorio

1. Sobre un cuerpo de masa m, inicialmente en reposo en $\vec{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$, se ejercen alternativamente las siguientes fuerzas variables: a) $\vec{F} = -kx^2\,\hat{\imath}$, b) $\vec{F} = -k(x+c)\,\hat{\imath}$, c) $\vec{F} = kx\,\hat{\imath}$, d) $\vec{F} = -kx^3\,\hat{\imath}$, e) $\vec{F} = -kx^3\,\hat{\jmath}$, donde k y c son constantes positivas. Determinar cuáles de éstas fuerzas darán lugar a un movimiento periódico del cuerpo, y en qué caso(s) el movimiento será armónico simple.

2. Un cuerpo de 2 kg se suspende de un resorte que cuelga verticalmente, observado que en su posición de equilibrio el resorte se estira 4 cm. El resorte se coloca luego sobre una superficie horizontal sin roce, fijándose uno de sus extremos a una pared y el otro a un bloque de 5 kg. Se aparta al bloque 10 cm desde la posición de equilibrio, y en el instante $t = 0$ se lo suelta, de modo que comienza a oscilar describiendo un movimiento armónico simple (MAS). a) Determinar la constante del resorte. b) Hallar la frecuencia angular ω y el período T del movimiento oscilatorio del bloque. c) Suponiendo que la elongación en función del tiempo está dada por $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$, hallar la amplitud y la fase inicial del movimiento. ¿Dónde habría que elegir el origen de coordenadas? d) Ídem c), pero considerando $x(t) = B\,\mathrm{sen}\,(\omega t + \xi)$. e) Calcular la posición del bloque para $t = T$, $t = T/2$, $t = T/4$ y $t = T/8$.

3. a) Representar gráficamente la posición $x(t)$ del ejercicio 2c). b) Hallar las expresiones correspondientes para $v_x(t)$ y $a_x(t)$, verificando que se cumple la relación $F_x = ma_x$. Comparar gráficamente $x(t)$, $v_x(t)$ y $a_x(t)$. ¿Qué valores toman en $t = 0$? c) Hallar la velocidad y la aceleración en el instante en que el bloque pasa por primera vez por la posición de equilibrio. d) Calcular la energía potencial y cinética del sistema en función de t. ¿En qué posiciones alcanzan éstas su valor máximo? Hallar la energía mecánica del sistema oscilante.

4. Una partícula se mueve con movimiento armónico simple con una amplitud de 8 cm y un período de 4 s. Calcular la velocidad y la aceleración de la partícula 0.4 segundos después de que ésta pasa por uno de los extremos de la trayectoria.

5. Una partícula se mueve en el sentido antihorario con velocidad angular constante sobre una circunferencia de 10 cm de radio, dando una revolución completa cada 5 s. a) Hallar la rapidez de la partícula. b) Hallar la componente x de la posición de la partícula en función del tiempo t, eligiendo el origen de coordenadas en el centro de la circunferencia y suponiendo que la partícula está sobre el eje y positivo en $t = 0$. Observar cómo cambia la expresión de x si se duplica el radio de la circunferencia, y si se duplica la velocidad angular.

6. Un objeto de 3 kg que oscila unido a un resorte de constante 2 kN/m tiene una energía mecánica total de 0.9 J. Calcular la amplitud del movimiento y la velocidad máxima del objeto.

7. Un cuerpo de masa m cuelga de un resorte vertical de constante k, oscilando con una amplitud A. a) Calcular la energía potencial gravitatoria, la energía potencial elástica y la energía mecánica total del sistema cuando el cuerpo posee su máximo desplazamiento hacia abajo. b) Calcular la energía cinética máxima del cuerpo. c) Escogiendo un origen de coordenadas conveniente, escribir una expresión para la altura $y(t)$ del cuerpo. Sugerencia: tomar la energía potencial gravitatoria igual a cero en el punto de equilibrio.

8. Un péndulo simple de 1 m de longitud ejecuta 100 oscilaciones completas en 204 segundos en cierto lugar de la Tierra. a) Hallar el valor de la aceleración de la gravedad g_T en ese sitio. b) ¿Cuál será la frecuencia de oscilación del mismo péndulo en la Luna, si allí el valor de la aceleración gravitatoria es $g_L = g_T/6$? c) Si la amplitud máxima del péndulo es de 10 grados, escribir una expresión para el ángulo formado por el péndulo con la vertical en función del tiempo. d) Ídem para la *velocidad angular* del péndulo. ¿Cuál es su valor máximo?

9. Una plataforma horizontal vibra verticalmente con movimiento armónico simple de amplitud 30 mm. Calcular la máxima frecuencia admisible para que un cuerpo apoyado sobre la plataforma no se separe de ésta durante el movimiento.

10. Un cuerpo X de masa m_X se mueve con movimiento oscilatorio armónico de amplitud A sobre una superficie lisa, unido a un resorte de constante k. Cuando está en un punto de máxima amplitud, se deposita cuidadosamente sobre él un segundo cuerpo Y, de masa m_Y. a) ¿Cuál es el mínimo coeficiente de roce estático que debe existir entre las superficies de los cuerpos para que Y no deslice sobre X? b) Suponiendo que no hay deslizamiento, determinar si al depositar el cuerpo Y se modifican la energía mecánica, la velocidad máxima, la amplitud y/o la frecuencia angular del MAS.

11. Dos resortes de constantes recuperadoras k_1 y k_2 se sujetan a un bloque de masa m situado sobre una superficie horizontal lisa, usando dos configuraciones diferentes: en *paralelo* (ambos resortes sujetos por un extremo al cuerpo y por el otro a un soporte fijo) y en *serie* (un resorte a continuación del otro, uno unido al cuerpo y el otro al soporte fijo). a) Calcular la constante recuperadora efectiva en cada configuración, k_P y k_S. b) Calcular la correspondiente frecuencia de oscilación, analizando en particular el caso en que $k_1 = k_2$. c) Considerar el caso $k_1 \gg k_2$, discutiendo cuál de los dos resortes gobernará las oscilaciones en cada configuración. d) ¿Cuál es la constante recuperadora efectiva de un resorte formado uniendo en serie n resortes de constante k?

Algunos resultados: 1d) es periódico, 1b) es MAS; 2a) $k = 490$ N/m. 2b) $\omega = 9.9$ rad/s, $T = 0.63$ s; 2c) $A = 10$ cm, $\phi = 0$; 2d) $B = A$, $\xi = \pi/2$; 2e) $x = A,\ -A,\ 0,\ A/\sqrt{2}$; 3c) $v_x = 0.99$ m/s, $a_x = 0$; 3d) $E_{\rm mec} = 2.45$ J; 4) $v = 10.2$ cm/s, $a = 16.0$ m/s^2; 5a) $v = 12.6$ cm/s; 5b) $x = R\cos(\omega t + \pi/2)$; 6) $A = 3$ cm, $v_{\rm max} = 77.5$ cm/s; 7a) $U_g = -\,mgA$, $U_{\rm el} = \frac{1}{2}k(\Delta x_0 + A)^2$, $E_{\rm mec} = \frac{1}{2}k(\Delta x_0^2 + A^2)$, donde $\Delta x_0 = mg/k$; 7b) $K_{\rm max} = \frac{1}{2}kA^2$; 7c) $y(t) = A\cos(\omega t + \phi)$, donde $\omega = \sqrt{k/m}$, $y = 0$ en la posición de equilibrio; 8a) $g_T = 9.49$ m/s^2; 8b) $f = 0.2$ Hz; 8d) $\omega_{\rm max} = 0.538$ rad/s; 9) $f_{\rm max} = 2.88$ Hz; 10a) $\mu_{\rm est} = kA/[g(m_X + m_Y)]$; 10b) $E_{\rm mec}$ y A no cambian, ω y $v_{\rm max}$ disminuyen; 11a) $k_P = k_1 + k_2$, $k_S = 1/(k_1^{-1} + k_2^{-1})$; 11d) $k_{\rm ef} = k/n$.