Física General I – Año 2016
Trabajo Práctico 2: Cinemática

1. Un camión viaja por una carretera. Indicar si considera apropiado describir al sistema ”camión” como una partícula cuando se desea: a) estudiar cómo cambia su velocidad con el tiempo; b) determinar la altura mínima que debe tener un puente para que pueda pasar sin problemas; c) analizar la posibilidad de que vuelque ante una curva muy cerrada; d) calcular la aceleración necesaria para que se detenga en un cierto tiempo.

2. Suponga que está en una ciudad cuyo trazado de calles hace que las cuadras tengan 100 m de longitud y, por supuesto, la ”vuelta a la manzana sean 400 m”. Parte de una esquina y, sin cruzar calles, camina 3 cuadras (3/4 de la vuelta a la manzana). a) ¿Qué distancia recorre? b) Calcular el desplazamiento (¿habría que incluir algún sistema de referencia?).

3. Una partícula se mueve a lo largo de una trayectoria rectilínea de acuerdo con la siguiente tabla:

t (s)	0	1	2	3	4	6	8
x (m)	0	35	60	75	80	60	0

   a) Hallar el desplazamiento en los intervalos de tiempo [0,1] s; [0,2] s, [2,4] s, [4,6] s, y [0,8] s. b) Hallar la velocidad media $\bar{v} = \Delta x/\Delta t$, donde $\Delta x = x(t_f) - x(t_i)$ y $\Delta t = t_f - t_i$, para cada uno de los intervalos anteriores. c) Si la posición de la partícula está dada por $x(t) = c\,t + d\,t^2$, hallar los coeficientes c y d (con sus dimensiones correspondientes). d) Usando la expresión obtenida en el inciso anterior, hallar la velocidad media en el intervalo $[t_i, t_f = t_i + \Delta t]$ con t_i= 2 s y Δt = 1 s, 0.1 s y 0.01 s.

4. Con referencia a la partícula del problema anterior: a) Determinar la velocidad instantánea $v(t)$ para un instante arbitrario t. En particular, obtener la velocidad para $t = 2$ s, y comparar con los resultados obtenidos en el ítem c) del ejercicio anterior. b) Graficar la función $v(t)$ indicando los intervalos donde el módulo de v aumenta, disminuye o permanece constante. c) Calcular $a(t)$ en todo el intervalo [0,8] s.

5. La posición de una partícula en función del tiempo viene dada por la curva representada en la Fig. 1. a) Indicar los instantes (o intervalos) en los cuales la velocidad es positiva, negativa y cero. b) Indicar los instantes (o intervalos) en los cuales la aceleración es positiva, negativa y cero. c) Calcular el desplazamiento de la partícula desde $t = 0$ hasta $t = 8$ s.

6. La velocidad de una partícula viene dada por $v = v_0 + at$, siendo $v_0 = 3$ m/s y $a = 6$ m/s^2. a) Hacer un gráfico de v en función de t y hallar el área bajo la curva en el intervalo entre $t = 0$ a $t = 5$ s. b) Definiendo un origen de coordenadas, hallar la posición de la partícula como función del tiempo $x(t)$. Calcular el desplazamiento de la partícula en el intervalo considerado.

7. La Fig. 2 muestra un gráfico de velocidad vs. tiempo para un cuerpo que se mueve sobre un eje x. a) A partir del gráfico, representar la curva correspondiente a la aceleración del cuerpo, $a(t)$. b) Calcular el desplazamiento del cuerpo en los intervalos $[0, 2]$ s, $[4, 6]$ s y $[0, 7]$ s. c) Graficar la posición $x(t)$, tomando $x = 1$ m para $t = 0$. d) Calcular la aceleración media en los intervalos $[0, 4]$ s y $[3, 6]$ s. e) Discutir aceleración media y aceleración instantánea en el intervalo $[7, 9]$ s.

8. La velocidad de despegue de un Boeing 747 es de 260 km/h. Suponiendo que alcanza esta velocidad partiendo de reposo en un recorrido de 2500 m y con aceleración constante, hallar el valor de la misma.

9. Un automóvil se está moviendo a una velocidad de 60 km/h cuando una luz roja se enciende en una intersección. Si el tiempo de reacción del conductor es de 0.7 s, y el coche desacelera a razón de 8 m/s^2 tan pronto el conductor aplica los frenos, calcular qué distancia recorrerá el auto desde que el conductor nota la luz roja hasta que se detiene. El tiempo de reacción es el intervalo entre el tiempo en que el conductor nota la luz y el tiempo en que aplica los frenos.

10. Un coche que viaja con una velocidad constante de 20 m/s pasa por un cruce en el instante $t = 0$. Cinco segundos después pasa por el mismo cruce un segundo coche, viajando en el mismo sentido pero a 30 m/s. a) En un mismo gráfico representar las curvas $x_1(t)$ y $x_2(t)$ que indiquen la posición en función del tiempo para cada coche. b) Hallar en qué momento el segundo coche adelanta al primero. c) ¿A qué distancia del cruce se produce el encuentro?

11. (**i**) Un coche de policía pretende alcanzar a un vehículo sospechoso que marcha a una velocidad constante de 125 km/h. El coche de policía parte del reposo en el instante en que el sospechoso pasa junto a él, y mantiene una aceleración constante de 2 m/s^2 hasta alcanzar su velocidad máxima posible, que es de 190 km/h, para luego proseguir con velocidad constante. a) ¿Cuánto tarda el policía en alcanzar al vehículo sospechoso? b) ¿Qué distancia ha recorrido en ese período? c) Representar gráficamente las curvas $x(t)$ para ambos coches.
(**ii**) Supongamos ahora que el coche de policía, marchando ya a 190 km/h, está 100 m detrás del sospechoso cuando éste observa que lo siguen y acciona los frenos bloqueando las ruedas. El coche de policía también frena, tan pronto como ve encenderse las luces de freno del coche que persigue. Si cada coche frena con una aceleración de 5 m/s^2, demostrar que los coches chocan, y calcular el tiempo transcurrido desde el instante en que aplican los frenos hasta el choque.

12. Dos autos, A y B, están viajando en la misma dirección y en el mismo sentido con velocidades v_A y v_B respectivamente, con $v_A > v_B$. Cuando el auto A se encuentra a una distancia d detrás del auto B, se aplican los frenos de A, causando una desaceleración de módulo a. Demostrar que para que el coche A alcance al B es necesario que $v_A - v_B > \sqrt{2ad}$.

13. Un hombre parado sobre el techo de un edificio tira una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad de 15 m/s. La pelota llega al suelo 6 s más tarde. a) ¿Qué altura tiene el edificio? ¿Es razonable en este cálculo despreciar el tamaño del cuerpo del hombre? b) ¿Con qué velocidad llega la pelota al suelo? c) ¿Cuál es la máxima altura alcanzada por la pelota respecto del suelo? d) Graficar la posición de la pelota en función del tiempo, indicando cómo es la velocidad en distintos puntos del intervalo de tiempo. e) Si la pelota se arrojase con el mismo módulo de velocidad inicial, pero hacia abajo, ¿con qué velocidad chocaría contra el suelo?

14. Se deja caer un paquete de un globo aerostático que está ascendiendo a una velocidad de 12 m/s cuando éste se halla a una altura de 80 m sobre el suelo. ¿Cuánto tiempo tarda el paquete en tocar el suelo?

15. Se deja caer una piedra desde un precipicio elevado, y un segundo más tarde se lanza hacia abajo una segunda piedra, esta vez con una velocidad inicial de 18 m/s. ¿A qué distancia por debajo del borde del precipicio alcanzará la segunda piedra a la primera? ¿Qué velocidad tendrá cada piedra en ese instante?

16. Se deja caer una pelota desde la terraza de un edificio que tiene una altura h. La pelota golpea al suelo con una velocidad cuyo módulo es v. Después se vuelve a dejar caer la pelota, pero esta vez, en ese mismo instante, un amigo que se encuentra en la calle, lanza otra pelota hacia arriba con módulo de velocidad v. En cierta posición, las pelotas se cruzan. ¿Se encuentra dicha posición en el punto medio del edificio, por debajo, o por encima del mismo?

17. Las coordenadas $(x\,,\,y)$ de la posición de una partícula son (2 m , 3 m) para el instante $t = 0$, (7 m , -2 m) cuando $t = 2$ s y (12 m , 1 m) cuando $t = 5$ s. Hallar la velocidad media $\overline{\vec{v}}$ desde $t = 0$ hasta $t = 2$ s y desde $t = 0$ hasta $t = 5$ s.

18. El vector posición de una partícula viene dado por $\vec{r} = A\,t\;\breve{\imath} + (B\,t + C)\;\breve{\jmath}$, donde $A = 5$ m/s, $B = 10$ m/s y $C = 2$ m. a) Graficar la trayectoria de la partícula. b) Hallar módulo y dirección del vector velocidad $\vec{v}$ de la partícula, mostrando que éste es paralelo a la trayectoria. c) Graficar las componentes $x(t)$ e $y(t)$ del vector posición $\vec{r}(t)$.

19. Cuando $t = 0$ una partícula situada en el origen tiene una velocidad $v_0 = 40$ m/s que forma un ángulo $\theta_0 = 45°$ por sobre el eje x. Para $t = 3$ s la partícula está en $(x\,,\,y) =$ (100 m , 90 m), con velocidad $v_1 = 30$ m/s y siendo $\theta_1 = 50°$. Calcular la velocidad media y la aceleración media de la partícula durante este intervalo. Graficar.

20. Un cuerpo se mueve en el plano xy con aceleración constante $a = 10$ m/s^2 en la dirección $\breve{\imath}$. Si en $t = 0$ el cuerpo se encuentra en el origen de coordenadas y tiene una velocidad $\vec{v} = 3$ m/s $\breve{\imath} - 1$ m/s $\breve{\jmath}$, a) calcular la posición del cuerpo en función del tiempo y b) hallar y graficar la curva que describe la trayectoria del cuerpo en el plano xy.

21. Una partícula se mueve en el plano xy con aceleración constante. Para $t = 0$ la partícula se encuentra en la posición $\vec{r}_0 = 4$ m$\,\breve{\imath} + 3$ m$\,\breve{\jmath}$. Para $t = 2$ s la partícula se ha desplazado a la posición $\vec{r}_1 = 10$ m$\,\breve{\imath} - 2$ m$\,\breve{\jmath}$ y su velocidad ha cambiado en $\Delta\vec{v} = 5$ m/s$\,\breve{\imath} - 6$ m/s$\,\breve{\jmath}$. a) Calcular la aceleración de la partícula. b) Hallar la velocidad de la partícula en función del tiempo, $\vec{v}(t)$. c) Hallar la posición de la partícula en función del tiempo, $\vec{r}(t)$. d) Graficar las funciones $x(y)$, $y(t)$, $v_x(t)$ y $v_y(t)$.

22. Un cañón ajustado con un ángulo de tiro de 45° dispara balas con velocidad inicial de 150 m/s. a) ¿A qué altura máxima llegarán estas balas? b) ¿Cuánto tiempo estarán en el aire antes de chocar contra el suelo? c) ¿Cuál es el alcance horizontal del cañón? d) Graficar $x(t)$, $y(t)$ y $y(x)$. (Despreciar la altura del cañón).

23. Una moto debe cruzar una zanja. Para que pueda pasar por sobre ella, se ha construido una rampa con una inclinación de 10°. Si la distancia horizontal que debe atravesar la moto para alcanzar el otro lado es de 7 m, ¿con qué velocidad debe abandonar la rampa? (Suponer que la altura a la que abandona la rampa es la misma a la que llega del otro lado de la zanja).

24. Un fusil dispara balas que salen del arma con una velocidad de 250 m/s. Para que una bala choque contra un blanco situado a 100 m de distancia y al mismo nivel que la boca del arma, el fusil debe apuntar a un punto situado por encima del blanco. Determinar la altura sobre el blanco a donde debe apuntar. (Despreciar la resistencia del aire). Esquematizar.

25. Un cazador apunta a una ardilla que se encuentra en la rama de un árbol. En el momento que dispara su rifle la ardilla se asusta, dejándose caer de la rama. Demostrar que, desafortunadamente para la ardilla, el cazador da en el blanco.

26. Un muchacho que está a 4 m de una pared vertical lanza contra ella una pelota. La pelota sale de su mano a 2 m por encima del suelo con una velocidad inicial $\vec{v} = (10\,\check{\imath} + 10\,\check{\jmath})$ m/s. Cuando la pelota choca con la pared se invierte la componente horizontal de su velocidad, mientras que no cambia su componente vertical. ¿A qué distancia de la pared chocará la pelota contra el suelo?

27. Un avión bombardero está volando horizontalmente a una altura de 1,2 km con una velocidad de 180 km/h. a) ¿Cuánto tiempo antes de que el avión esté sobre el blanco debe dejar caer la bomba? b) ¿Cuál es la velocidad de la bomba al llegar al suelo?

28. Un jugador patea una pelota con una velocidad inicial de 20 m/s y con un ángulo de elevación de 45°. Un jugador que está en la misma línea a 55 m de distancia y en la dirección y sentido de vuelo de la pelota empieza a correr, con velocidad constante, en ese instante para alcanzarlo. ¿Cuál deberá ser el mínimo módulo de su velocidad para que la alcance justo antes de que éste llegue al suelo?

Problemas adicionales

29. Un coche **A** viaja de Norte a Sur a 60 km/h. A su encuentro, un coche **B** viaja de Sur a Norte a 120 km/h. ¿A qué distancia están los coches un minuto antes de encontarse?

30. La posición de una partícula depende del tiempo según la expresión $x = x_0 + \alpha\, t + \beta\, t^2$, donde $x_0 = 1$ m, $\alpha = 5$ m/s y $\beta = -1$ m/s^2. a) Determinar el desplazamiento y la velocidad media en el intervalo $t_i = 3$ s a $t_f = 4$ s. b) Determinar la expresión general del desplazamiento para un intervalo de tiempo comprendido entre t_A y $t_A + \Delta t$, con t_A arbitrario. c) Determinar la velocidad instantánea y la aceleración instantánea en un instante cualquiera t.

31. Un cuerpo se mueve con aceleración constante $a = 4$ m/s^2. En un dado instante su velocidad es paralela a $\vec{a}$, y vale 1 m/s. ¿Con qué velocidad se mueve el cuerpo luego de haber avanzado 1 m? ¿Cuánto tiempo ha transcurrido?

32. Se deja caer una piedra desde lo alto de un edificio. El sonido de la piedra al chocar con el suelo se escucha 8 s más tarde. Si la velocidad del sonido es de 343 m/s, calcular la altura del edificio.

33. Se deja caer una pelota A desde la parte superior de un edificio de altura h en el mismo instante en que desde el suelo se lanza verticalmente y hacia arriba una segunda pelota B. Ambas pelotas chocan entre sí cuando se encuentran a una altura y_F respecto del suelo. Determinar y_F en función de la altura del edificio, si en el momento previo al choque las pelotas se desplazan en sentidos opuestos, siendo $|v_A| = 2|v_B|$. Representar gráficamente $y_A(t)$ y $y_B(t)$.

34. Una partícula tiene un vector posición dado por $\vec{r} = 30$ m/s$^3\, t^3\,\check{\imath} + (40$ m $- 5$ m/s$\,t)\,\check{\jmath}$. Determinar los vectores velocidad instantánea y aceleración instantánea en función del tiempo. ¿Es éste un movimiento uniformemente acelerado?

35. Una partícula que se mueve en el plano xy tiene una aceleración constante $\vec{a}$ con $a_x = 6$ m/s^2 y $a_y = 4$ m/s^2. En el instante $t = 0$ la partícula está en reposo en la posición $\vec{r}_0 = 100$ m$\,\check{\imath}$. a) Hallar los vectores posición y velocidad en un instante cualquiera t. b) Hallar la ecuación de la trayectoria en el plano xy y representarla gráficamente.

36. Una piedra es arrojada desde un altura H con un vector velocidad inicial que forma un ángulo α con el eje horizontal. La piedra llega al suelo con cierta velocidad final. ¿Depende el módulo del vector velocidad final del ángulo inicial α?

37. a) Demostrar que el alcance de un proyectil que tiene una velocidad inicial cuyo módulo es v_0 y un ángulo de elevación θ es $D = \frac{v_0^2}{g} sen(2\theta)$, ¿para qué ángulo de elevación es máximo?
b) ¿Qué relación hay entre los alcances y entre los tiempos de impacto para ángulos de elevación $\frac{\pi}{4} + \alpha$ y $\frac{\pi}{4} - \alpha$?
c) Demostrar que la altura máxima del proyectil es $y_M = \frac{(v_0 sen(\theta))^2}{2g}$.
d) Determinar cuál es el ángulo de elevación de un cañón para que el alcance y la altura máxima de un proyectil sean iguales.

38. Se desea hacer pasar una pelota sobre un poste ubicado a una altura H y a una distancia D del punto donde se patea la misma. Sea β el ángulo que forma el vector velocidad inicial de la pelota con la horizontal. Demostrar que hay un ángulo mínimo $\beta_{\min}$ tal que si la pelota es pateada con un ángulo de elevación menor que $\beta_{\min}$, no importa cuán grande sea su velocidad inicial, la pelota no pasará por encima del poste.

39. Un aeroplano está volando horizontalmente a una altura h con una velocidad v. En el instante en que el aeroplano está directamente sobre un cañón antiaéreo, el cañón dispara al aeroplano. Calcular la velocidad mínima v_0 y el ángulo con el que apunta sobre la horizontal, α, que requiere el proyectil para darle al aeroplano.

40. Un aeroplano vuela horizontalmente a una altura de 1 km y con una velocidad de 200 km/h. Deja caer una bomba que debe dar en una barco que viaja en la misma dirección y sentido a una velocidad de 20 km/h. Demostrar que la bomba debe dejarse caer cuando la distancia horizontal entre el aeroplano y el barco es aproximadamente 715 m. Resolver el mismo problema para el caso en el cual el barco se está moviendo en sentido opuesto.

Problemas opcionales

41. Un cocodrilo está en la orilla de un rio, acechando a una cebra que está tomando agua en la orilla opuesta a 20 m a lo largo del rio. El cocodrilo viaja a distintas velocidades en el agua y en la tierra. El tiempo que le toma al cocodrilo llegar hasta la cebra puede ser minimizado si nada hasta un punto en la orilla opuesta que está a una distancia x a lo largo de la orilla. El tiempo, en décimas de segundo, que le toma al cocodrilo llegar a la cebra, está dado por $t(x) = 5\sqrt{36 + x^2} + 4\,(20 - x)$. (¿qué es cada uno de estos dos términos? ¿cuál es el ancho del río?) a) Calcular el tiempo que le toma al cocodrilo si nada la distancia mas corta posible (cruza el rio perpendicularmente, $x = 0$ m, y corre por tierra 20 m). b) Calcular el tiempo que le toma al cocodrilo si no viaja por tierra. c) Entre estos dos tiempos hay un valor de x que minimiza el tiempo. Calcular este valor de x ($dt/dx = 0$ y despejar x) y el tiempo en décimas de segundo.

Fig.1

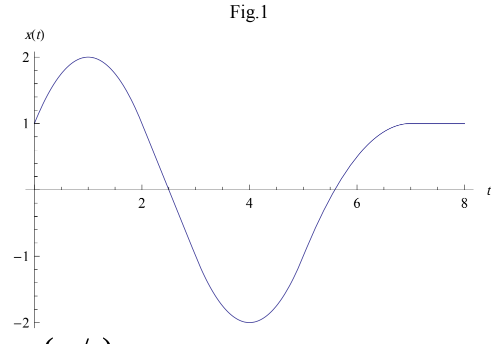
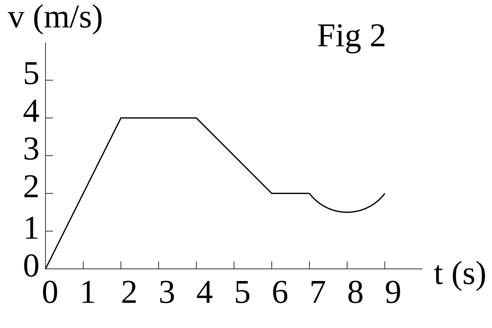


Fig 2



Algunos resultados 3b) 35 m/s, 30 m/s, 10 m/s, -10 m/s, -30 m/s, 0 m/s. 4) $v_x(t) = 40$ m/s $-$ 10 m/s$^2\,t$ 10c) $d = 300$ m 11) (**i**) a) $t = 38.6$ s (**ii**) $t = 5.54$ s 13a) $h = 86$ m 13c) $y_{\text{máx}} = 97$ m 15)$y = 12.5$ m, $v_1 = 15.7$ m/s, $v_2 = 23.9$ m/s 16) y =3/4 h 17) $\bar{\vec{v}} = (2.5$ m/s, -2.5 m/s), $\bar{\vec{v}} = (2$ m/s, -1 m/s) 19) $\bar{\vec{v}} = (33.3$ m/s, 30 m/s), $\bar{\vec{a}} = (-3$ m/s^2, -1.77 m/s$^2)$ 20b) $x = -3y + 5$ m$^{-1}y^2$ 21a) $\vec{a} = (2.5$ m/s^2, -3 m/s$^2)$; b) $\vec{v} = v_0 + \vec{a}\,t$, $\vec{v}_0 = (0.5$ m/s, 0.5 m/s) 22a) $h = 574$ m; 22c) $x_F = 2300$ m 23) $v_0 = 51$ km/h 24) $d = 78.4$ cm 26) A 18.2 m 30c) $\vec{v} = (\alpha + 2\,\beta\,t)\,\check{\imath}$, $\vec{a} = 2\beta\,\check{\imath}$ 31)$v = 3$ m/s, $\Delta t = 0.5$s 33) $y = 2/3h$ 34) $\vec{a} = 180$ m/s$^3\,t\,\check{\imath}$ 42c) $x = 8$ m $t = 98$.