Física General I – Año 2016
Trabajo Práctico 10: Cuerpo rígido y momento angular (parte 2 de 2)

1. El sistema de la Fig. 1 consiste en una polea doble formada por dos cilindros de radios R y R', pegados uno sobre otro. Sobre los cilindros se han enrollado sendas cuerdas, y de éstas penden cuerpos de masas m y m'. Calcular la aceleración angular de la polea doble si ésta gira sin rozamiento sobre su eje de simetría y su momento de inercia respecto del mismo es I.

2. Un yo-yo de 230 g consta de dos discos de 2.5 cm de radio unidos por un eje de 0.3 cm de radio. El hilo, enrollado en el eje, tiene una longitud de 80 cm y masa despreciable. Sosteniendo el extremo libre del hilo, se deja caer al yo-yo con velocidad inicial cero. a) Mostrar que la relación entre la velocidad del centro de masas del yo-yo y su velocidad angular de rotación respecto del centro de masas es $V_{\text{CM}} = \omega r$, donde r es el radio del eje. b) Calcular la aceleración del centro de masas del yo-yo en el instante inicial (despreciar la masa del eje frente a la masa de los discos). ¿Es la aceleración constante durante la caída? c) Calcular la velocidad angular del yo-yo cuando el hilo se ha desenrollado completamente. Mostrar que el resultado es independiente de la masa de los discos.

3. ¿Cuál es el trabajo realizado por fuerzas externas sobre el yo-yo del ejercicio anterior? ¿Hay trabajo realizado por fuerzas no conservativas internas y/o externas? Obtener el resultado del ejercicio 2c) utilizando conceptos energéticos.

4. Un tablero cuadrado de lado $l = 50$ cm está colgado de una pared por medio de un pivote sin rozamiento ubicado aproximadamente en el centro de uno de sus lados. Se aplica un ligero golpe sobre uno de los lados verticales del tablero, de modo que éste adquiere una velocidad angular $\omega = 0.7$ rad/s. a) Calcular el máximo ángulo que formarán los lados verticales con la vertical. b) Determinar el período del movimiento oscilatorio que llevará a cabo el tablero.

5. Un cilindro de masa M y radio r se encuentra en reposo sobre una superficie sin rozamiento, cuando es atravesado por un proyectil de masa m que viaja en forma paralela a la superficie con rapidez v. El proyectil describe una trayectoria rectilínea cuya distancia al eje del cilindro es $3/4\ R$; luego de la colisión, su energía cinética se ve reducida a $1/4$ de la energía cinética inicial. a) Calcular la velocidad del centro de masas del cilindro luego de la colisión. b) Calcular la velocidad angular del cilindro respecto de su centro de masas luego de la colisión. c) (Optativo) Probar que la situación física descripta sólo puede tener lugar si $m/M > 24/17$. Interpretar físicamente.

6. Un disco de 10 kg y 80 cm de radio se encuentra en reposo sobre una superficie sin rozamiento, cuando recibe el impacto simultáneo de dos proyectiles de masa $m = 50$ g y velocidades v y $3v$ respectivamente, como muestra la Fig. 2(a), con $v = 100$ m/s. Los proyectiles se incrustan en el borde del disco, y éste comienza a desplazarse sobre la superficie. a) Describir el movimiento del disco luego de los impactos, indicando si en la colisión se conservan la cantidad de movimiento, la energía mecánica y/o el momento angular (indicar respecto de qué punto) para el sistema disco + proyectiles. b) Calcular la velocidad que tiene *respecto del suelo* uno de los proyectiles cuando se encuentra en la posición A, representada en la Fig. 2(b) (despreciar la masa de los proyectiles frente a la masa del disco).

7. Una barra de 3 kg y 1 m de longitud se encuentra en reposo, colgando de un pivote sin roce ubicado en uno de sus extremos. Un proyectil de 25 g que viaja en dirección horizontal a 300 m/s impacta sobre la barra en un punto ubicado a 75 cm del pivote, y queda incrustado en ella (ver Fig. 3). a) Calcular la velocidad angular de la barra inmediatamente después de la colisión. b) En la colisión, ¿se conserva la cantidad de movimiento total del sistema barra + proyectil? Si no es así, calcular el impulso entregado por "agentes externos". ¿Cuáles serían estos agentes? c) Calcular cuánta energía mecánica se pierde en la colisión.

8. Una varilla homogénea de longitud l y masa M se encuentra en reposo sobre una superficie sin rozamiento, cuando sobre uno de sus extremos impacta frontalmente un proyectil, que se desplazaba sobre la superficie en dirección perpendicular a la varilla. a) Mostrar que luego del impacto la varilla se desplaza con un movimiento de rototraslación, tal que la velocidad de su centro de masas V y la velocidad angular respecto del centro de masas ω están relacionadas por $V = \omega l/6$. b) Para el caso en que el choque es elástico, probar que la velocidad final del centro de masas de la varilla es $V = 2mv/(4m + M)$, donde m y v son la masa y la velocidad inicial del proyectil. c) (Optativo) Ídem en el caso de un choque plástico, siendo ahora $V = mv/(4m + M)$.

9. Un hombre de 80 kg está parado en un extremo de una viga de 50 kg y 12 m de longitud, que a su vez está apoyada sobre dos soportes separados 8 m entre sí (ver Fig. 4). El sistema se encuentra en equilibrio mecánico. a) Hallar la fuerza ejercida por cada soporte sobre la tabla. b) El hombre comienza a caminar hacia el otro extremo. Calcular cuánto puede avanzar antes de que la tabla pierda el equilibrio.

10. Una escalera de dos hojas, cada una de masa m y longitud l, está apoyada sobre una superficie rugosa, de modo tal que el ángulo entre ambas hojas es α. a) Probar que si el coeficiente de roce estático entre el piso y la escalera es $\mu_{\text{est}} = 0.8$, el máximo ángulo que puede abrirse la escalera sin que deslice es $\alpha_{crit} = 116°$. b) Un hombre de masa M sube por una de las hojas de la escalera, deteniéndose en el punto medio. Calcular la fuerza de rozamiento existente entre el piso y cada una de las hojas una vez que el hombre se ha detenido, y determinar la fuerza que ejerce una de las hojas sobre la otra. c) Si $m = 10$ kg y $M = 80$ kg, ¿cuál es ahora el máximo ángulo que puede abrirse la escalera? ¿Qué utilidad tiene la varilla o cadena que suele colocarse uniendo ambas hojas a una cierta altura?

11. Una barra uniforme de masa m y longitud l está sujeta a una pared mediante un cable en un extremo y un pivote sin rozamiento en el otro (ver Fig. 5). a) Calcular la fuerza que ejerce el pivote sobre la barra. b) El cable se corta repentinamente, y la barra comienza a rotar alrededor del pivote (que se supone sin rozamiento). En el instante en que la barra pasa por la posición horizontal, calcular b_1) su aceleración angular, b_2) su velocidad angular, y b_3) la fuerza ejercida por el pivote. Ayuda: en el ítem b_2), utilizar la conservación de la energía mecánica; en el b_3), tener en cuenta que el centro de masas de la barra se mueve alrededor del pivote con un movimiento circular no uniforme.

12. Un banco está formado por una placa de granito de 50 kg y 1 m de longitud, apoyada en sus extremos por dos patas de madera de 60 cm de altura y peso despreciable frente al de la placa. El banco está en reposo sobre un plano inclinado un ángulo de 30° (ver Fig. 6), siendo el coeficiente de roce estático entre el plano y las patas $\mu_{\text{est}} = 0.7$. a) Calcular la componente normal de la fuerza que hace el plano sobre cada pata. b) Si se aumenta lentamente el ángulo de inclinación del plano, determinar qué ocurre primero, si el deslizamiento o el vuelco del banco.

13. Un bloque cúbico homogéneo de 50 kg y 70 cm de lado está siendo subido sobre un plano inclinado mediante una cuerda, como se indica en la Fig. 7. El ángulo de inclinación del plano es 20°, y el coeficiente de roce cinético entre las superficies del bloque y del plano es $\mu_{\text{cin}} = 0.4$. La cuerda se mantiene paralela al plano, a 50 cm de éste, y está enrollada en una polea homogénea de 10 kg y 30 cm de radio, que se hace girar por medio de una manija. a) Hallar la máxima tensión con que la cuerda puede tirar del bloque de modo tal que éste no vuelque. b) Teniendo en cuenta el resultado anterior, hallar el máximo torque que puede ejercerse con la manija sobre la polea.

14. Un cilindro homogéneo de masa m y radio R rueda hacia abajo sin deslizar sobre un plano inclinado que forma un ángulo θ con la horizontal. a) Calcular la aceleración del centro de masas del cilindro. b) Calcular la fuerza de rozamiento que ejerce el plano sobre el cilindro. c) Si el coeficiente de roce estático entre el cilindro y el plano es μ_{est}, determinar el máximo ángulo posible de inclinación para que sea posible el movimiento de rodadura sin deslizamiento. d) ¿En qué difieren estos resultados si el cilindro rueda hacia arriba?

15. Una esfera de masa m y radio R parte del reposo y rueda sin deslizar sobre una pista, como se muestra en la Fig. 8. a) ¿Qué fuerzas actúan sobre la esfera cuando ésta avanza por el tramo curvo, el tramo recto, y luego de que abandona la pista? b) Calcular la velocidad angular de la esfera cuando viaja por el aire, luego de dejar la pista. c) Calcular a qué distancia del borde de la pista choca contra el suelo.

16. Una bola de boliche de masa M y radio R se lanza de tal modo que cuando toca la pista se mueve horizontalmente con velocidad $v_0 = 5$ m/s, sin rodar. Los coeficiente de fricción estático y cinético entre la bola y la pista son $\mu_{\text{est}} = 0.35$ y $\mu_{\text{cin}} = 0.3$ respectivamente. a) Determinar el tiempo durante el cual la bola desliza sobre la pista, y la distancia recorrida durante este tiempo. b) Hallar la velocidad del centro de masas de la bola una vez comenzado el movimiento de rodadura sin deslizamiento.

17. En una de las tapas de un cilindro macizo de radio R_1 se fija un cilindro hueco de radio R_2, y alrededor del éste se enrolla una cuerda, que es sostenida formando un ángulo θ con la horizontal (ver Fig. 9). El cilindro macizo está apoyado en el suelo, siendo μ_{est} el correspondiente coeficiente de roce estático. a) Mostrar que si se tira ligeramente de la cuerda, para $\theta = 0$ el cilindro macizo rueda hacia la derecha, mientras que para $\theta = 90°$ rueda hacia la izquierda. b) Determinar el ángulo que debe formar la cuerda con la horizontal para que si se aplica una leve tensión el cilindro macizo permanezca en reposo.

18. Un pintor pinta una pared vertical utilizando un rodillo cilíndrico aproximadamente homogéneo cuya masa es de 3 kg. Para ello ejerce sobre el rodillo una fuerza $\vec{F}$ que forma un ángulo de 45° con la vertical (ver Fig. 10). a) Calcular la aceleración del centro de masas del rodillo si éste rueda sin deslizar, y la magnitud de la fuerza es $F = 50$ N. b) Probar que para el sistema "rodillo" se cumple $W_{\mathrm{F_{ext,\,no\,cons}}} = \Delta E_{\mathrm{mec}}$. ¿Por qué no ha habido cambios en su energía interna?

19. Un disco uniforme de 30 cm de radio y 5 kg rota con velocidad angular $\omega = 10$ rad/s alrededor de un eje paralelo a su eje de simetría y distante 5 mm de éste. a) Calcular la fuerza neta que ejerce el disco sobre el eje. b) Determinar en qué lugar del disco debe adherirse una pequeña planchuela de 100 g para evitar el desgaste del eje.

20. El vector momento angular de una rueda que gira alrededor de su eje está dirigido a lo largo de éste, apuntando en la dirección y positiva (ver Fig. 11). Se quiere que este vector rote hacia la dirección x positiva, y para ello se ejerce una fuerza sobre un extremo del eje, el punto A. ¿Qué dirección debe tener esta fuerza?

21. Un trompo homogéneo de 100 g y momento de inercia $I = 2$ kg cm^2 respecto de su eje de simetría está girando alrededor de este eje con velocidad angular $\omega = 100$ rad/s. El trompo está apoyado en su vértice, distante 5 cm del centro de masas, y la inclinación del eje es de 30° respecto de la vertical. a) Calcular la velocidad angular de precesión del trompo. b) Describir cualitativamente cómo será el movimiento del trompo si, debido al rozamiento con la superficie, la velocidad angular ω comienza a disminuir lentamente.

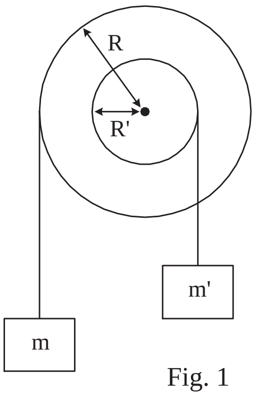

Fig. 1

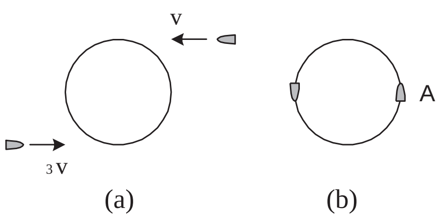

Fig. 2

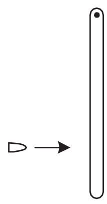

Fig. 3

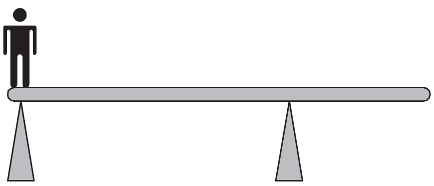

Fig. 4

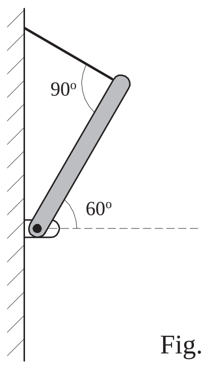

Fig. 5

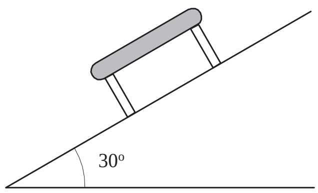

Fig. 6

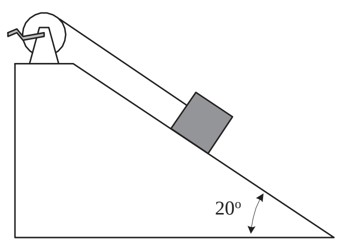

Fig. 7

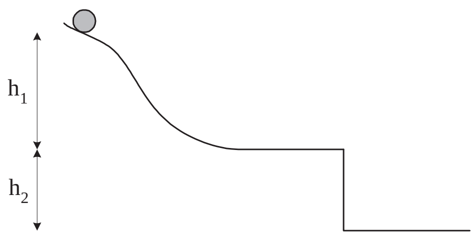

Fig. 8

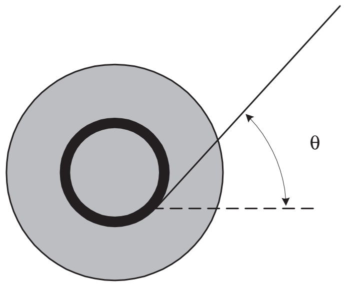

Fig. 9

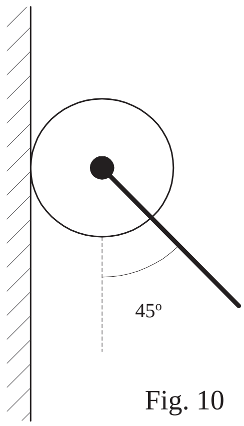

Fig. 10

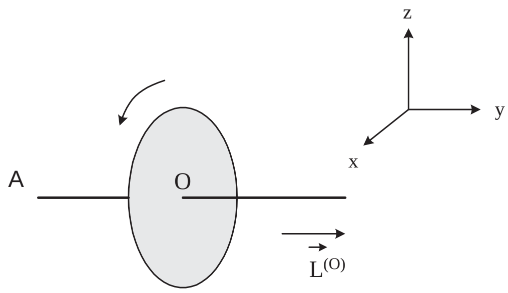

Fig. 11

Algunos resultados: 1) $\alpha = |m'R' - mR|g/(I + mR^2 + m'R'^2)$; 2b) $a_{\rm CM} = 0.274$ m/s^2; 2c) $\omega = 35.1$ rev/s; 4a) $\theta_{max} = 8.28°$; 4b) $T = 1.3$ s; 5a) $v_{\rm CM} = mv/(2M)$; 5b) $\omega = 3mv/(4MR)$; 6b) $v_x = 1$ m/s, $v_y = 4$ m/s; 7a) $\omega = 5.55$ rad/s; 7b) $I_x = -0.914$ kg m/s; 7c) $\Delta E_{\rm mec} = -1110$ J; 9b) $d = 9.25$ m; 10b) $F_r = (2m + M)g/4\,{\rm tg}\,(\alpha/2)$, $|F_x| = F_r$, $|F_y| = Mg/4$; 10c) $\alpha_{crit} = 87.7°$; 11a) $\vec{F} = \sqrt{3}mg/8\,\check{\imath} + 7mg/8\,\check{\jmath}$; 11b) $\alpha = 3g/(2l)$, $\omega = \sqrt{3\sqrt{3}g/(2l)}$, $\vec{F} = -3\sqrt{3}mg/4\,\check{\imath} + mg/4\,\check{\jmath}$; 12a) $N_1 = 359$ N, $N_2 = 65.2$ N, 12b) desliza primero, para $\theta = 35°$ (si $\mu_{\rm est}$ fuera mayor, volcaría cuando $\theta = 39.8°$); 13a) $T = 644$ N; 13b) $\tau = 202$ N m; 14a) $a_{\rm CM} = 2g\,{\rm sen}\,\theta/3$; 14b) $F_r = mg\,{\rm sen}\,\theta/3$; 14c) $\theta_{max} = {\rm arctg}\,(3\mu_{\rm est})$; 14d) no difieren; 15a) $\vec{F}_g$, $\vec{N}$ y $\vec{F}_r$, $\vec{F}_g$ y $\vec{N}$, $\vec{F}_g$; 15b) $\omega = R^{-1}\sqrt{10gh_1/7}$; 15c) $d = h_2\sqrt{1 + 20h_1/(7h_2)}$; 16a) $t = 0.486$ s, $d = 2.08$ m; 16b) $v_{\rm CM} = 5v_0/7 = 3.57$ m/s; 17b) $\theta = \arccos(R_2/R_1)$; 18a) $a_{\rm CM} = 1.32$ m/s^2; 19a) $F = 2.5$ N; 19b) a 25 cm del eje, en dirección opuesta al centro del disco; 20) dirección z negativa; 21a) $\Omega = 2.45$ rad/s.